

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月24日現在

機関番号：33917
 研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2008～2011
 課題番号：20540126
 研究課題名（和文） 頑健統計量に基づく多重比較法

研究課題名（英文） Multiple comparison procedures based on robust statistics

研究代表者
 白石 高章（SHIRAISHI TAKAAKI）
 南山大学・情報理工学部・教授
 研究者番号：50143160

研究成果の概要（和文）：多群モデルにおいて、すべての平均相違に関するシングルステップ多重比較法について提案し、理論を構築した。提案したシングルステップ法を基にこれまでの閉検定手順を超える新しい閉検定手順の理論を構築した。さらに、群サイズが不揃いの場合に、対照群に対する多重比較検定として、閉検定手順と逐次棄却型検定法の理論を構築し、これまでの多重比較検定法よりも優れていることを示した。

研究成果の概要（英文）：We considered multiple comparisons for location parameters in multi-sample models. The single-step multiple comparison procedures based on the maximum values of statistics are proposed and the theory of the proposed procedures constructed. Next closed testing procedures are derived based on the proposed single-step multiple comparison tests. These proposed procedures are exactly conservative. Furthermore the asymptotic theory for the multiple comparisons is discussed. Especially sequentially rejective procedures can be constructed under unequal sample sizes in the asymptotic theory. The proposed procedures are superior to the other multiple comparison procedures.

交付決定額

（金額単位：円）

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2008年度 | 500,000 | 150,000 | 650,000 |
| 2009年度 | 500,000 | 150,000 | 650,000 |
| 2010年度 | 500,000 | 150,000 | 650,000 |
| 2011年度 | 500,000 | 150,000 | 650,000 |
| 年度 | | | |
| 総計 | 2,000,000 | 600,000 | 2,600,000 |

研究分野：数理統計学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：統計数学、計算機統計、生物統計

1. 研究開始当初の背景

(1)多群連続モデルにおけるノンパラメトリックなKruskal and Wallis(1952)の順位検定やShiraishi(1996)で提案したセミパラメトリックなM統計量に基づく検定では一様性の

帰無仮説を棄却できても、どの群の平均とどの群の平均に相違があるかを検出できない。主効果と全平均の点推定は、Puri and Sen(1971)やShiraishi(1990)で順位推定法が論じられている。また、頑健なM推定法が

Shiraishi (1996) で論じられている。

(2) この研究で論じるノンパラメトリックおよびセミパラメトリックな多重比較法とよばれる同時検定と同時推定は、異常値や分布のくずれに影響が少なく、どの2つの群の間にもどのくらい違いがあるかを検出できる。正規標本のときに、すべての平均相違に対するシングルステップの同時検定法をTukey (1953) and Kramer (1956) は提案し論じた。同時信頼区間もよく知られている。これらの方法は正規理論に基づくパラメトリックな多重比較法である。

(3) マルチステップの閉検定手順もまだ改良の余地があると見ていた。

2. 研究の目的

(1) 頑健統計量を使ってシングルステップの多重比較法の理論を構築する。

(2) 分布探索に基づく多重比較法の構築と効率や検出力による手法の長短を調べる。

(3) これまでの手法を超える新しい閉検定手順を提案する。

(4) ノンパラメトリック法に関しては漸近理論を論じたものが多いが、正確な手法とその計算機アルゴリズムを構築する。

(5) 計算機シミュレーションにより、検出力の良さや信頼区間の効率を調べる。

3. 研究の方法

(1) 他大学の研究者と研究討論及び研究連絡を行った。

(2) 同じ所属の統計学が専門の教授との研究討論によるアドバイスを頂戴した。

(3) 論文雑誌の検索と統計科学関係図書の購入。

(4) 計算機による数値実験及びシミュレーション実験。

(5) 「多群連続モデルにおける多重比較法」の著書を書きながら、研究の整理とまとめを行った。

4. 研究成果

(1) 多群モデルにおける分布に依らない平均差に関する同時区間推定論は、2群間の観測値の順位に基づく手法が提案され、幾つかの洋書で記述されている。しかしながら、いずれも明解で正確な表現がなされていない。この研究では、順位統計量が離散分布に従うことを考慮し、信頼係数 $1-\alpha$ に対する順位統計量の領域を正確に表現する。これを基に、ガウス記号を使って明解で簡潔な同時信頼区間の表現を行った。大標本の場合の手法について2つの表現を与えた。特に、すべての平均差の統計量に関する同時漸近分布について、上界と下界を与える分布を導き、漸近的保守度が小さいことを示した。さらに、漸近的な同時信頼区間が、シミュレーションにより保守的であることが検証できた。これにより、群サイズが大きい場合には、正確な同時信頼区間の表現を基にしたシミュレーションによる同時信頼区間の方法を推奨することができた。分布と外れ値に関する頑健性を述べ、生のデータを解析した。観測値の従っている分布を調べる方法として、分布関数と経験分布関数の距離を最も小さくするような方法とモーメントを基にした方法を取り入れ、(i) 正規分布が選択されれば、位置パラメータの推測法としてパラメトリック手法を選択、(ii) 両側指数分布や非対称分布が選択されればノンパラメトリック手法を選択、(iii) これら以外の分布が選択されればセミパラメトリック手法を選択のような分布探索による新しい統計手法を多群モデルの一樣性の検定と位置母数パラメータの点推定に対して提案した。つぎに分布探索によるこの統計手法について、シミュレーションと漸近理論により推測方法が安定していることを示した。乱塊法2元配置モデルに対してM統計量に基づく多重比較法を提案し頑健性を示した。

(2) 著書「多群連続モデルにおける多重比較法」の中で、独立で同一の連続分布関数をもつ多群モデルを扱った。すべての平均相違のテューキー・クレーマー型多重比較法に関して、正規理論に対して、定理5.1の中で、それぞれ、MAX統計量の分布を上からと下から挟む不等式を得た。このことから、スチューデント化された範囲の分布を調整した分布を使うテューキー・クレーマー法は保守的な手法になっていたが、その保守度が小さいことを示せた。連続モデルにおける対照群との平均相違のダネット型の多重比較法を第6章

に述べた。テューキー・クレーマー型多重比較法では不等式の分布を導いたが、ダネット型の統計量の分布は等式の未知パラメータを含まない分布を導くことができた。多重比較検定としてデータ解析が容易な逐次棄却型検定法を提案することができた。標本サイズが異なる場合でも提案した逐次棄却型検定法が閉検定手順になっていることを、定理 6.5 として与え、証明を行った。6.2, 6.3 節のシングルステップ法よりも、この節の逐次棄却型検定法の方が一様に検出力が高いことが解った。さらに、シングルステップ法で棄却されない帰無仮説も逐次棄却型検定法を使えば棄却されることがある。逐次棄却型検定法で棄却されない帰無仮説は、シングルステップ法を使っても棄却されない。すべての平均の多重比較法を第 7 章で述べた。正規分布の下では、1 標本 t 統計量と t 分布を使って構成でき、ノンパラメトリック法はウィルコクソンの符号付順位によって構成できた。第 4 章から第 6 章までは分散が共通である必要があったが、第 7 章では分散の一様性を仮定する必要がない。しかしながら、第 4 章から第 6 章までに論じられたノンパラメトリック法は分布に対称性を仮定しなくてもよいが、第 7 章で述べられたノンパラメトリック法は分布に対称性の仮定を置く必要があった。第 6 章と同様に、逐次棄却型検定法を論じることができた。シェフェ型の多重比較法を第 8 章に述べた。線形順位統計量に基づく多重比較検定を記述している文献や統計書があるが、それらは誤っていた。分布に依らない多重比較法は存在せず、順位推定に基づく頑健な多重比較法を構成できた。第 4-6, 8 章で論述した正規母集団での最良手法(パラメトリック法)に対する順位に基づくノンパラメトリック法の漸近相対効率は、第 3 章で論じた t 検定に対するウィルコクソンの順位和検定の漸近相対効率に等しいことが示せた。その漸近相対効率の値を表 3.2-3.4 に掲載した。

(3) この著書の中で、多重比較法の基礎となった論文として雑誌に掲載していない研究成果も記した。具体的には、以下の 3 項目が主たるものである。① 2 標本のとき、第 2, 3 章のエッジワースの漸近展開による順位信頼区間。② 分散分析モデルで述べた正確なノンパラメトリック信頼領域。③ すべての平均相違に関して、白石 (2011) の論文で提案された閉検定手順が、検出力に関して、ペリの方法よりも優れていること。

(4) 多群 2 項モデルにおいて、母比率の間の差、比、オッズ比に関しての多重比較について論じた。平均パラメータが変われば、分散も変化するモデルである。このため、上記

の分散の等しい正規分布を仮定した多群モデルにおける平均の多重比較法の理論とはならない。処理群と対照群の間の差のダネット型多重比較法が記述されている日本の統計書の中には、分散の等しい正規分布を仮定した多群モデルにおける平均の Dunnett (1955) の多重比較法と同じ構成法の手法を紹介しており、同時検定や同時区間推定の理論としてはミスしている。分散の異なる正規分布を仮定した多群モデルにおける平均の多重比較法の理論との関係が強い。すなわち、ベーレンス・フィッシャーの多重比較問題の 1 部分と捉えることができる。比率母数の間のすべての差の同時区間推定法が、Hochberg and Tamhane (1987) で述べられているが、信頼区間が -1 または 1 を含む矛盾を起こすことがある。このため、対数を使ったロジット変換による漸近信頼区間の構築を行い、この矛盾を解決した。これは Lachin (2000) にレビューされている。多群同時信頼区間では区間幅が広がるため、1 群問題よりも矛盾を起こすことが多い。この矛盾を解決するために、ロジットモデルと同様の考えにより、パラメータの対数変換をおこない、漸近理論による同時信頼区間を提案した。

(5) 多群 2 項モデルにおいて、母比率の間の相違に関しての多重比較検定について論じる。比率の間のすべての差の同時区間推定法が、Hochberg and Tamhane (1987) で述べられている。この手法と同様なシングルステップの Tukey-Kramer 型検定方式を構築することができる。しかしながら、この検定方式は保守度が未知パラメータに依存し制御することができない。この研究では、逆正弦変換による多重比較検定法を提案し、保守度をサイズの比の関数として制御できることを示した。また対照群との多重比較法に関しては、白石 (2009) と田中・垂水 (1997) は Bonferroni の不等式による手法が述べられている。逆正弦変換により、Bonferroni の不等式による手法よりも検出力の高い Dunnett 型多重比較検定法を論じることができた。さらにテューキー・ウェルシュの方法と REGW 法を改良する閉検定手順も論じた。

(6) ポアソンモデルは地震データなど広範に適用できる。ポアソン分布に従う多群モデルにおいて、すべての平均相違に対して新しく多重比較法を提案した。このモデルに対する多重比較法は、特別な変換を行わないと理論が構築できないため、まだ提案もされていなかった。漸近理論を使って、シングルステップ法とマルチステップ法を論じることができた。対照群の平均との多重比較法に関して、平方変換を使った理論を構築できた。こ

の場合、閉検定手順を容易にする逐次棄却型検定を導いた。漸近理論の収束の速さを見るために、シミュレーションのプログラムを作成し、計算機を使って、実験を行った。この結果、サイズがそれほど大きくなくても近似が良いことが判明した。論文の最後に、東日本大地震のデータを、提案した多重比較法をつかって解析した。その結果、震災前に、異常な回数の地震が日本の本土または近海で起こっていたことが判明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計7件)

- ① 白石高章 Multiple comparison procedures for Poisson parameters in multi-sample models, Behaviormetrika、査読有、Vol.32、No.2、2012、掲載予定
- ② 白石高章 多群2項モデルにおける逆正弦変換による多重比較検定法、応用統計学、査読有、40巻、2011、pp.1-17
- ③ 白石高章 多群モデルにおけるすべての平均相違に関する閉検定手順、計量生物学、査読有、32巻、2011、pp.33-47
- ④ 白石高章 Multiple comparisons based on studentized M-statistics in a randomized block design、Commun. Statist. SerA、査読有、39巻、2010、pp.1563-1573
- ⑤ 白石高章 Exploratory procedures after searching the underlying distribution in multi-sample models、International J. Statistical Sciences、査読有、9巻、2009、pp.233-253
- ⑥ 白石高章 多群2項モデルにおける対数変換による同時信頼区間、応用統計学、査読有、38巻、2009、pp.131-150
- ⑦ 白石高章 多群モデルにおけるウィルコクソンの順位和に基づくノンパラメトリック同時信頼区間、応用統計学、査読有、37巻、2008、pp.125-150

[学会発表] (計1件)

- ① 白石高章 平均母数に順序制約がある場合の閉検定手順 日本数学会年会 2012年3月28日 東京理科大学神楽坂キャンパス

[図書] (計1件)

- ① 白石高章 共立出版 多群連続モデルにおける多重比較法 2011、253頁

[産業財産権]

○出願状況 (計 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

○取得状況 (計◇件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[その他]

ホームページ等

<http://www.seto.nanzan-u.ac.jp/~marble/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

白石 高章 (SHIRAIISHI TAKAAKI)

南山大学・情報理工学部・教授

研究者番号 : 50143160

(2) 研究分担者

()

研究者番号 :

(3) 連携研究者

()

研究者番号 :