

機関番号：32660

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20540136

研究課題名（和文） 分割表統計解析におけるモデルと尺度の分解

研究課題名（英文） Decompositions of models and measures for statistical analysis of contingency tables

研究代表者

富澤 貞男 (TOMIZAWA SADA0)

東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号：50188778

研究成果の概要（和文）：たとえば，人間の集団を右視力と左視力を各 4 段階に分け，16 個のセルに人数を分けた表は 4 x 4 正方分割表という．ある人がどのセルに属するのかの確率は未知であり，視力のような正方分割表では右視力と左視力が未知の確率に関して対称的か，またどのように非対称か，また非対称の程度はどれくらいに関心がある．これまでいくつかのこれらに関する研究はあるが，深く研究されているとは言えない．本研究は，対称，非対称に関する新しい統計モデル，尺度の提案，そしてそれらの分解，関連性を明らかにした．

研究成果の概要（英文）：For example, a set of people can be divided into 16 cells by right and left eye visions with 4 categories, called 4x4 square contingency tables. The probability that an observation will fall into a given cell is unknown. For eye vision, we are interested in the structure of symmetry and asymmetry, and the degree of asymmetry. This research had proposed some new model of symmetry and asymmetry, and measures, and their decompositions.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	500,000	150,000	650,000
2009 年度	500,000	150,000	650,000
2010 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	1500,000	450,000	1950,000

研究分野：数理統計学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：対称性，モデル，尺度，正方分割表．

1. 研究開始当初の背景

(1) 行変数と列変数が同じ分類からなる正方分割表では行変数と列変数の独立性よりは種々の対称性や非対称性に関心がある．
 (2) 未知の確率構造を示す対称性のモデルとして Bowker(1948)の対称モデルがあり，さらにもう少し条件を緩めたモデルとして Caussinus(1965)の準対称モデル，Stuart(1955)の周辺対称モデルがある．また，非対称のモデルとして，McCullagh(1978)の

条件付き対称モデル，Goodman(1979)の対角パラメータ対称モデル，Agresti(1983)の線形対角パラメータ対称モデルなどがある．

また，Caussinus(1965)は，「対称モデルが成り立つための必要十分条件は，準対称モデルと周辺対称モデルの両方が同時に成り立つことである」，という定理を与えた．Tomizawa(1984, 1989)は，拡張準対称モデルと拡張周辺対称モデルなどを提案し，条件付き対称モデルに対する分解定理を与えた．ま

た, Tomizawa(1987)は, 線形対角パラメータ対称モデルに対しても分解定理を与えた. 他のいくつかのモデル(たとえば, 対角パラメータ対称モデル)に対しても分解を与えた.

また, 独立性からの隔たりを測る尺度は Cramer の尺度等ある(たとえば, Bishop et al., 1975). しかし, 対称性や非対称性からの隔たりを測る尺度はほとんど無く, ここ数年, 本研究室で研究を進めてきて, 対称性, 非対称性に関する尺度を開発してきた. たとえば, 対称モデルや条件付き対称モデルからの隔たりを測る尺度等がある(富澤(2006)の日本数学会誌「数学」の論説参照).

さらに, Tomizawa and Tahata(2007)は, 多元分割表において, 「対称モデルに対する適合度検定統計量は, 準対称モデルと周辺対称モデルに対する適合度検定統計量の和に近似的に等しい」という検定統計量の直交分解を示した.

2. 研究の目的

これまでの研究は, 対称性, 非対称性のモデル, 尺度, モデルの直交性は, まだ完成されたものでなく, また一般的に扱われていない. 本研究では, より一層これらの研究を進め, さらに一般的な対称性, 非対称性のモデルのクラスを定義, 構築した上で, モデル分解, 尺度とその分解, グラフィカルモデリング分野における分離可能モデルとの関連, 幾何学的アプローチからの(検定統計量とは限らない)対称性, 非対称性モデル(クラス)の直交性を導入し, 新たな分割表の解析方法を構築することを目指す.

3. 研究の方法

(1)種々の対称性モデルを含む一般的な称性のモデル(クラス)を提案する.

(2)一般的な対称性モデルに対する分解を与える

(3)グラフィカルモデリングに関する文献講読, 分離可能モデルにおける対称性のモデルの分解を考える

(4)情報幾何学に関する文献講読, 情報幾何学的アプローチからの直交概念を研究する

(5)データ収集・文献調査を行い解析する

(6)研究成果を論文にまとめ, 学術雑誌へ投稿する.

(7)学会, シンポジウム等で研究発表する.

4. 研究成果

(1) 正方分割表において, 種々の対称性や非対称性に関するモデルを提案した. たとえば, 正方分割表の主対角線と逆対角線に関する二重の線形非対称性の構造を示すモデルを提案した. このモデルは, 未知の確率構造が, 主対角線に関する対称的なオッズ比が主対角線距離の対数線形関数であり, かつ, 逆主対角線に関する対称的なオッズ比が逆主対角線距離の対数線形関数である. 大変興味深い非対称構造を示したモデルであり, 今後注目されると期待できる. また, 二重対称モデルが, 提案したモデルと周辺の二重平均一致性モデルへ分解可能であることを示し, さらに, 検定統計量に関して直交しているという定理を与えた.

また, 未知の周辺のリジットと呼ばれるスコアを用いた順序準対称性のモデルを提案した. 対称的なオッズ比が対数線形構造でなく, これまでのモデルとは全く異なる新しい発想のモデルである. そして, 対称モデルが成り立つための必要十分条件は, 提案したモデルと, 行と列の周辺リジット平均一致モデルが成り立つことである, という定理を与えた. 未知のリジットを非対称性のモデルに取り入れるのはこれまでなく, 新しい発想のモデルであり, 今後注目され, 多くの研究に利用されると期待される.

さらに, 分割表のデータは, 離散的であるが, 本来, 二次元連続データであり, 切断点を設けて分割され, 観測度数としての分割表データが構成されている場合, その中でも特に二次元正規分布に良く適合するデータの場合に, その分割表に良く適合すると思われる離散型のモデルとして, 正規分布型非対称モデル

という新しいモデルを提案した。実際に良く適合する例や、また、二次元正規乱数から得たシミュレーションにより、提案したモデルが潜在的正規分布の場合にかなり良く適合することが示された。このような研究はほとんど例がないと思われ、今後注目される研究成果といえる。

(2) 多元分割表の研究に関しては、たとえば、多元順序カテゴリ分割表において、二次元の線形対角パラメータ対称モデルを一般化した多元版の一般化線形対角パラメータ対称モデルを提案した。このモデルは、多変量正規分布が潜在的に想定される場合に切断点を設けて観測度数データとして得られた分割表に良く適合することを示した。また、多次元の周辺の平均一致モデル、分散一致モデル、さらに、相関一致モデルを考え、「多元分割表において、対称モデルが成り立つための必要十分条件は、提案したモデルと周辺の平均（分散、相関）に関する一致モデルが成り立つことである」という定理が得られた。また、多元分割表で、対称モデルの、提案したモデルを用いて直交性を示した。

また、多元分割表において、種々の準点対称モデルを提案した。正方分割表と違い、変数が3つ以上になると準点対称モデルはいろいろな次数のタイプが考えられるが、対数線型モデルとしての階層構造をもつような準点対称モデルを提案した。また、周辺の種々のタイプの周辺点対称モデルを提案した。そして、多元分割表において「点対称モデルが成り立つための必要十分条件は、与えられた低次元での準対称モデルと周辺点対称モデルの両方が成り立つことである」

という定理を示した。合わせて、適合度検定統計量の直交性も示した。実例でこのモデルの有用性を示した。

多元分割表における非対称性のモデルはこれまでほとんどなく、モデルの直交性を示す研究もなかった。これらの研究は多元分割表データを解析する上で今までの解析法では得られなかった詳細な解析ができ、より詳しいデータの解釈が可能となる。今後、これらの研究成果は多くの研究に利用されると期待される。

(3) 尺度の研究に関しては、種々の尺度を提案した。たとえば、正方分割表において累積確率の対称性に関する尺度を提案した。三角関数を用いた全く新しい発想で、対称性からの隔たりを測ることを提案した。適合度検定により、対称性が成り立たないとき、非対称性の程度がどれくらいかに関心があり、特に、非対称性がどのような方向に向かって対称性からどれくらい崩れているのか、そして、最大の隔たりとは何であるのかをきちんと定義を示し、最大の対称性からの逸脱の程度に対してどれくらい対称性が崩れているのかを示す尺度を提案した。

独立性からの隔たりを測る相関係数がよく知られているが、対称性からの隔たりを測る相関係数に対応する尺度を本研究者が初めて提案した。提案した尺度は、相関係数のように非対称性の程度を測る尺度として、注目されると十分期待できると思われる。

また、周辺対称性や準対称性からの隔たりを測る尺度も提案した。

さらに、説明変数の値を知ることが目的変数の値を知るのにどれくらい効果

的かを測る尺度も提案した。また、尺度は未知なので、それらの尺度の推定法を与え、推定尺度の近似分散を理論的に求め、尺度の信頼区間を理論的に導出した。さらに、具体的ないくつかの実データへ適用し、提案した尺度の有用性を示した。

データ解析において、推定（信頼区間）や検定を用いた解析は、良く用いられるが、尺度を併用する解析は、特に、対称性、非対称性に関する分割表解析では、そのような解析はほとんど無いと思われる。本研究で提案したモデルや、モデルの分解、そして尺度を用いて、今後、いろいろな分野でこのような解析が広まるものと期待できる。

(4)グラフィカルモデリングに関する文献調査と基礎研究を行い、基礎知識を深めた。

(5)情報幾何学に関する文献調査と基礎研究を行い、基礎知識を深めた。

(6)研究成果を論文にまとめ海外の学術専門雑誌へ投稿し、査読結果に基づき、修正し、論文として発表した。

(7)研究成果を日本数学会や統計関連の学会そして統計関連のシンポジウムで発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

- ① Tahata, K., Yamamoto, H. and Tomizawa, S. (2011): Linear ordinal quasi-symmetry model and decomposition of symmetry for multi-way tables. *Mathematical Methods of Statistics*, to appear. 査読有。
- ② Iki, K., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2011): Measure of departure from marginal homogeneity using marginal odds for multi-way tables with ordered

categories. *Journal of Applied Statistics*, to appear. 査読有。

- ③ Tahata, K. and Tomizawa, S. (2011): Measure of uniform association based on concordant and discordant pairs for cross-classifications. *Journal of Statistical Theory and Practice*, to appear. 査読有。
- ④ Iki, K., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2011): On partitioning conditional independence model for three-way contingency tables. *Model Assisted Statistics and Applications: An International Journal*, to appear. 査読有。
- ⑤ Yamamoto, K., Ando, S. and Tomizawa, S. (2011): Decomposing asymmetry into extended quasi-symmetry and marginal homogeneity for cumulative probabilities in square contingency tables. *Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications*, to appear. 査読有。
- ⑥ Tahata, K. and Tomizawa, S. (2010): Double linear diagonals-parameter symmetry and decomposition of double symmetry for square tables. *Statistical Methods and Applications: Journal of the Italian Statistical Society*, Vol.19, pp.307-318. 査読有。
- ⑦ Tahata, K., Miyazawa, K. and Tomizawa, S. (2010): Measure of departure from average cumulative symmetry for square contingency tables with ordered categories. *American Journal of Biostatistics*, Vol.1, pp.62-66. 査読有。
- ⑧ Yamamoto, K. and Tomizawa, S. (2010): Measures of proportional reduction in error for two-way contingency tables with nominal categories. *Biostatistics, Bioinformatics and Biomathematics*, Vol.2, 43-52. 査読有。
- ⑨ Tahata, K., Yamamoto, K., Nagatani, N. and Tomizawa, S. (2009): A measure of departure from average symmetry for square contingency tables with ordered categories. *Austrian Journal of Statistics*, Vo.38, pp.101-108. 査読有。
- ⑩ Iki, K., Tahata, K. and Tomizawa, S. (2009): Redit score type quasi-symmetry and decomposition of symmetry for square contingency tables with ordered categories. *Austrian Journal of Statistics*, Vol.38, pp.183-192. 査読有。

- ⑪ Tahata, K. and Tomizawa, S. (2008): Orthogonal decomposition of point-symmetry for multi-way tables. *Advances in Statistical Analysis: Journal of the German Statistical Society*, Vol.92, pp.255-269. 査読有.
- ⑫ Tahata, K. and Tomizawa, S. (2008): Generalized marginal homogeneity model and its relation to marginal equimoments for square contingency tables. *Advances in Data Analysis and Classification*, Vol. 2, pp.295-311. 査読有.

[学会発表] (計 20 件)

- ① 増村一穂, 山本紘司, 富澤貞男 (2011年3月22日): Improvement of measures of marginal homogeneity in square contingency tables. 日本数学会, 早稲田大学.
- ② 井上貴博, 田畑耕治, 富澤貞男 (2011年3月22日): On expected mean squared error of estimators for symmetry in multi-way tables. 日本数学会, 早稲田大学.
- ③ 田畑耕治, 富澤貞男 (2011年3月22日): 正方分割表における二重対称性の分解. 日本数学会, 早稲田大学.
- ④ 田畑耕治, 富澤貞男 (2010年9月24日). 順序カテゴリをもつ正方分割表における対称性の分解について. 日本数学会, 名古屋大学.
- ⑤ 山本紘司, 田畑耕治, 富澤貞男 (2010年9月24日): 多元分割表における累積対称モデルに対する分解. 日本数学会, 名古屋大学.
- ⑥ 生亀清貴, 田畑耕治, 富澤貞男 (2010年9月24日): 正方分割表における周辺オッズを用いた周辺同等性からの隔たりを測る尺度. 日本数学会, 名古屋大学.
- ⑦ 田畑耕治, 富田聡人, 富澤貞男 (2010年9月12日): 分割表における準対称性からの隔たりを測る尺度. 統計関連学会, 早稲田大学.
- ⑧ 山本紘司, 富澤貞男 (2010年5月24日): 分割表における対称準一様連関モデルとその分解. 応用統計学会, 統計数理研究所.
- ⑨ 生亀清貴, 田畑耕治, 富澤貞男 (2010年3月26日): 正方分割表における拡張リジット型準対称モデル. 日本数学会, 慶応大学.
- ⑩ 山本紘司, 田畑耕治, 富澤貞男 (2010年3月24日): 三元分割表における累積対称モデルからの隔たりを測る尺度. 日本数学会, 慶応大学.

- ⑪ 山本紘司, 田畑耕治, 富澤貞男 (2009年9月25日): Normal distribution type symmetry model for square tables. 日本数学会, 大阪大学.
- ⑫ 生亀清貴, 田畑耕治, 富澤貞男 (2009年9月27日): 正方分割表におけるリジット型準対称モデルを用いた対称モデルの分解. 日本数学会, 大阪大学.
- ⑬ 高橋文博, 山本紘司, 富澤貞男 (2009年9月27日): 三元分割表における二重対称モデルとその分解. 日本数学会, 大阪大学.
- ⑭ 田畑耕治, 富澤貞男 (2009年9月12日): 多元分割表における点対称モデルの分解. 統計関連学会, 同志社大学.
- ⑮ 田畑耕治, 山田章文, 山本紘司, 富澤貞男 (2009年8月2日): 正方分割表における非対称性を測る尺度とその応用. 応用統計学会, 統計数理研究所.
- ⑯ 田畑耕治, 岩下登志也, 富澤貞男 (2009年3月28日): measure of departure from conditional marginal homogeneity for square tables. 日本数学会, 東京大学.
- ⑰ 生亀清貴, 田畑耕治, 富澤貞男 (2009年3月28日): 正方分割表におけるリジット型準対称モデル. 日本数学会, 東京大学.
- ⑱ 山本紘司, 富澤貞男 (2009年3月28日): 順序カテゴリ分割表における縮小度を測る尺度. 日本数学会, 東京大学.
- ⑲ 田畑耕治, 宮本暢子, 富澤貞男 (2008年9月27日): 二元分割表における独立性の分解. 日本数学会, 東京工業大学.
- ⑳ 山本紘司, 富澤貞男 (2008年9月27日): Measure of departure from linear diagonals-parameter symmetry for square tables. 日本数学会, 東京工業大学.

国内外の別:

[その他]

ホームページ等

<http://www.rs.noda.tus.ac.jp/~stomizaw/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

富澤 貞男 (TOMIZAWA SADAŌ)
東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号 : 50188778

(2)研究分担者
()

研究者番号 :

(3)連携研究者
()

研究者番号 :