

自己評価報告書

平成 23 年 3 月 31 日現在

機関番号：32665
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2008～2012
課題番号：20540139
研究課題名(和文) 高次元の力学系に伴うペロンフロベニウス作用素と疑似乱数に関する研究
研究課題名(英文) On the Perron-Frobenius operator associated with dynamical systems in higher dimensional space and pseudo-random sequences
研究代表者
森 真 (MORI MAKOTO)
日本大学・文理学部・教授
研究者番号：60092532

研究分野：エルゴード理論

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：疑似乱数, ペロンフロベニウス作用素

1. 研究計画の概要

高次元の力学系に対応するペロンフロベニウス作用素のスペクトルの研究とそれを用いた疑似乱数の構成を行い、疑似乱数の discrepancy をペロンフロベニウス作用素のスペクトルにより評価する。

2. 研究の進捗状況

力学系のエルゴード性は、対応するペロンフロベニウス作用素のスペクトルにより決定されることはよく知られている。1次元の力学系では、そのスペクトルは再生方程式を用いて一般的に決定することができる。このことを用いて、拡張的な力学系から、ファンデルコープト列と名付けた疑似乱数を構成するとともに、そのディスクレパンシーを決定する方法を開発してきた。さらに、与えられた力学系が最善の疑似乱数を構成することが可能な力学系はマルコフ型の力学系であり、さらにエッセンシャルスペクトル半径とスペクトル半径の間に1以外のスペクトルが存在しないことが最善の疑似乱数を構築する条件であることを見いだした。

しかし、高次元の場合には、高次元の力学系に対応するペロンフロベニウス作用素のスペクトルにおいてはエッセンシャルスペクトル半径が通常の力学系では望ましい値よりも大きくなることによって、一般論を用いて、ファンデルコープト列のディスクレパンシーの決定が行えないばかりでなく、良好な疑似乱数を作ることも困難になることがわかってきた。今回の研究では高次元の力学系に伴うペロンフロベニウス作用素のスペクトルを求める理論を構築するとともに、対応するペロンフロベニウス作用素のエッセンシャルスペクトルが最小値をとるような高

次元の力学系がどのようなものであるかを研究するとともに、そのような力学系を用いて、ディスクレパンシーの小さな良好な疑似乱数を構成することが目標である。そこでまず2次元および3次元については、既約多項式を用いることで新しい力学系を構成し、それを用いることで非常によい疑似乱数を構成することに成功した。

この方法は一般の次元へと拡張が可能と思われる。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。
高次元の力学系のペロンフロベニウス作用素のスペクトルの一般論は基本的に困難であることがわかってきた。また、どのような高次元の力学系において、ペロンフロベニウス作用素のエッセンシャルスペクトルが最小値をとるかということはおぼろげに見えてきた。

すなわち、力学系に代数的構造を持つ必要があるだろうということである。

これまでにきちんとわかってきたのは2, 3次元の場合のみであり、一般論へはとっかかりを見つけたに過ぎない。一般の次元への理論がまだできていないので、50%程度であろう。

4. 今後の研究の推進方策

一般の次元の場合に、これまでに構成した力学系を一般化し、その力学系のペロンフロベニウス作用素のスペクトルを求める。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計3件)

- ①. Makoto Mori and Masaki Mori, New Construction of two dimensional Low Discrepancy Sequences}, Proceeding of Lorentz Center, Leiden, Holland(投稿中), 査読あり
- ②. Makoto Mori, Low discrepancy sequences, 数理解析研究所講究録1620, 204-210(2009), 査読あり
- ③. Makoto Mori, Spectra of Perron-Frobenius operator and new construction of two dimensional low discrepancy sequences, Monte Carlo Methods and Applications, vol. 14, 53-74(2008), 査読あり

〔学会発表〕(計11件)

- ①. 森真, 森真樹, 有限体から作る力学系について, 日本数学会, 2011年3月20日, 早稲田大学
- ②. 森真, 森真樹, 高次元の疑似乱数の新しい構成, Dynamics of Complex Systems, 2011年3月7日, 北海道大学
- ③. 森真, Dynamical systems generated by algebraic method and low discrepancy sequences, Information and Randomness 2010, Pucon, Chile, 2010年12月11日
- ④. 森真, Random numbers generated by Dynamical system, Colloquium in Rouen, Rouen University, 2010年1月28日
- ⑤. 力学系と疑似乱数, 計算による数理学の展開2010, 神戸大学, 2010年1月8日
- ⑥. 森真, A strategy of constructing d-dimensional low discrepancy sequences, Measurable and Topological Dynamical Systems in Asia, 2009年6月19日, Ajou University(韓国)
- ⑦. 森真, Pseudo random sequences generated by dynamical systems, 2009年3月24日, CIRM, (France), Numeration: Mathematics and Computer Science
- ⑧. 森真, Pseudo random numbers and ergodic theory, 2008年12月16日, チリ大学, School of Information and Randomness 2008
- ⑨. 森真, On random numbers generated by dynamical systems, 2008年11月2日, 北京科学技術大学, Conference on Fractal Geometry and Ergodic Theory
- ⑩. 森真, Spectra of Perron-Frobenius operator and discrepancy of random numbers generated by dynamical system, 2008年9月3日, 北海道大学, Dynamics of complex systems 2008

⑪. 森真, Low discrepancy sequences, 2008年7月8日, 京都大学数理解析研究所, 確率数値解析に於ける諸問題の研究

〔図書〕(計1件)

- ①入門 力学系, 森真, 水谷正大 共著, 2009年5月, 東京図書, 304頁