

機関番号：15501
 研究種目：基盤研究(C)
 研究期間：2008～2010
 課題番号：20540175
 課題名(和文) 古典系および量子系におけるエントロピーに関連した不等式についての研究
 課題名(英文) Research on inequalities related to classical or quantum entropy
 研究代表者
 柳 研二郎 (YANAGI KENJIRO)
 山口大学・大学院理工学研究科・教授
 研究者番号：90108267

研究成果の概要(和文)：

主として一般化された歪情報量に関連した不確定性関係を種々の設定で得られた

研究成果の概要(英文)：

We obtained several uncertainty relations for generalized skew informations.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度	0	0	0
年度	0	0	0
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：函数解析学，数理情報科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：不等式，不確定性関係，エントロピー，情報数理

1. 研究開始当初の背景

1948年にShannonによって創設された情報理論は今まで理論中心の役に立たない学問という印象が強かったが、ここ4半世紀に爆発的なスピードで開発されてきた小型化・大容量化に伴った携帯電話や高性能小型パソコン等の出現で情報理論の役割はますます重要になってきている。また量子コンピュータの出現で現在使われているRSA暗号の安全性が損なわれる可能性があることが全世界の最大危機感の1つにもなっている。そこで量子情報理論の早急なる理論体系の整備が求められている。このような背景のもと、上記の研究課題が提案された。

2. 研究の目的

古典系のエントロピーは特にガウス型の雑

音をもつ通信路の容量を表現するのに重要な手段の1つである。フィードバックをもつ場合の容量は今まで特別な場合を除き与えられていなかったが、近年Kimによってstationary Gaussian channelにおいて精密な形として与えられた。そこでこの結果を深く理解しある凸性についてのconjectureが成り立つかどうかの検証を行う。また古典-量子通信路における符号化定理はHolevoによって証明されたが、その中でも信頼性函数の補助函数の凹性はすでに我々によって $[0, 1]$ の場合に完全に証明されたが、 $(-1, 0)$ の場合は未解決問題として残されている。さらにWigner-Yanase skew informationの場合についての様々な観点からの性質を調べることも重要になってきている。特に不確定性関

係がWigner-Yanase-Dyson skew infoma-

mation の場合にはどのようになるか等々たいへん興味深い問題である。そこで我々は Wigner-Yanase-Dyson skew information の場合にパラメータ拡張したときにも不確定性関係が成り立つことを独創的な方法で証明した。さらにもう1つのパラメータを導入して一般化された Wigner-Yanase-Dyson skew information に対しても同様な不確定性関係が成り立つかどうかを検証することが必要になってくる。これらが研究の目的の具体的な事項である。古典系の符号理論を詳しく深めることにより量子系の符号理論に応用することも重要な研究目的の1つでもある。

3. 研究の方法

- (1) 一般化された Wigner-Yanase skew information の満たす不確定性関係を表わす不等式を様々な角度から追及する。
- (2) 一般化された Wigner-Yanase-Dyson skew information の満たす不確定性関係を operator monotone function を導入してさらなる拡張を試みる。
- (3) 量子 Cramer-Rao inequality を拡張して Fisher information との関係を求める。
- (4) 古典-量子通信路における信頼性関数の補助関数の凹性を s が $(-1, 0)$ のときに解明する。
- (5) Kim の結果を利用して容量がある種の凸性を満たすかどうかの解明を試みる。
- (6) 古典系の符号理論を量子系の符号理論に応用するために専門家の知識を借りて定式化する。
- (7) 数学的な問題としてある種のトレース不等式が成り立つことの厳密な証明を与える。
- (8) entropy power inequality が離散型の場合には一般的には成り立たないことが知られているが、成り立つ場合はどのようなときかを調べる。

4. 研究成果

- (1) 一般化された Wigner-Yanase-Dyson skew information の満たす不確定性関係を表す不等式を様々な角度から追求し、計9編の論文にまとめた。特に Luo によって示された結果の two parameter 拡張を行った。
- (2) 一般化された Wigner-Yanase-Dyson skew information の満たす不確定性関係を operator monotone function を導入してさらなる拡張を試みた結果、ある成果が得られたので1編の論文にまとめた。
- (3) 量子 Cramer-Rao inequality を拡張して Fisher information との関係を求めた結果、ある成果が得られたので現在2論文を

投稿中である。

- (4) 古典-量子通信路における信頼性関数の補助関数の凹性を s が $(-1, 0)$ のときに解明するというについては継続研究とした。
- (5) Kim の結果を利用して容量がある種の凸性を満たすかどうかの解明を試みることについては継続研究とした。
- (6) 古典系の符号理論を量子系の符号理論に応用するために専門家の知識を借りて定式化するということについては分担者によってある種の成果が得られたので計6編の論文にまとめた。
- (7) 数学的な問題としてある種のトレース不等式が成立することの厳密な証明を与えることについては1編の論文にまとめた。
- (8) entropy power inequality が離散型の場合には一般的には成り立たないことが知られているが、成り立つ場合はどのようなときかを調べた結果、1つの成果が得られ論文にまとめた。
- (9) Tsallis entropy の性質についてある成果が得られたので1編の論文にまとめた。
- (10) その他フィードバックをもつガウス型通信路の容量について4編の論文にまとめた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計25件)

- ① Kenjiro Yanagi
Metric adjusted skew information and uncertainty relation,
Journal of Mathematical Analysis and Application, 査読有
vol.380, 2011, 888-892,
- ② Kenjiro Yanagi
一般化された skew information に関する不等式について II,
Proceedings of the 33rd Symposium on Information Theory and its Application, 査読無
vol.33, 2010, 248-252,
- ③ Hiroshi Yanagihara
Variability regions for families of convex functions,
Computational Methods and Function Theory, 査読有
vol.10, 2010, 291-302,
- ④ Kenjiro Yanagi

- Generalized Wigner–Yanase–Dyson skew information and uncertainty relation, Proceedings of International Symposium on Information Theory and its Applications, 査読有
2010, 1030–1034,
- ⑤ Kenjiro Yanagi
Uncertainty relation on generalized Wigner–Yanase–Dyson skew information, Linear Algebra and its Applications, 査読有
vol. 433, 2010, 1524–1532,
- ⑥ T. Terada and Hiroshi Yanagihara
Sharp distortion estimates for p-Bloch functions, Hiroshima Mathematical Journal, 査読有
vol. 40, 2010, 17–36,
- ⑦ Kenjiro Yanagi
離散型 entropy power inequality について, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無
vol. 1683, 2010, 111–120,
- ⑧ Kenjiro Yanagi
Wigner–Yanase–Dyson skew information and uncertainty relation, Journal of Physics :Conference Series, 査読有
vol. 201, 2010, 012015–1–8,
- ⑨ Kenjiro Yanagi
Uncertainty relation on Wigner–Yanase–Dyson skew information, Journal of Mathematical Analysis and Application, 査読有
vol. 365, 2010, 12–18,
- ⑩ Kenjiro Yanagi
Some inequalities on generalized skew informations, Proceedings of the 32nd Symposium on Information Theory and its Application, 査読無
vol. 32, 2009, 135–139,
- ⑪ Shigeru Furuichi, Kenjiro Yanagi and Ken Kuriyama
Skew informations, uncertainty relations and trace inequalities, Proceedings of the Fifth International Conference on Information, 査読有
2009, 83–86,
- ⑫ Kenjiro Yanagi and Noriyuki Yamashita
On an inequality of capacity of Gaussian channel with MA(1) and feedback, Proceedings of the Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 査読有
2009, 361–371,
- ⑬ Shigeru Furuichi, Kenjiro Yanagi and Ken Kuriyama
Trace inequalities on a generalized Wigner–Yanase skew information, Journal of Mathematical Analysis and Application, 査読有
vol. 356, 2009, 179–185,
- ⑭ Kenjiro Yanagi and Noriyuki Yamashita
フィードバックをもつガウス型通信路の容量の満たす不等式について, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無
vol. 1620, 2009, 138–147,
- ⑮ S. Ponnusamy, A. Vasudevarao and Hiroshi Yanagihara
Region of variability for close to convex functions II, Applied Mathematics of Computation, 査読有
vol. 215, 2009, 901–915,
- ⑯ Shigeru Furuichi, Ken Kuriyama and Kenjiro Yanagi
Trace inequalities for products of matrices, Linear Algebra and its Applications, 査読有
vol. 430, 2009, 2271–2276,
- ⑰ Kenjiro Yanagi and Noriyuki Yamashita
On an inequality of capacity of MA(1) Gaussian channel with feedback, Applied Mathematics and Information Sciences, 査読有
vol. 3, no. 1, 2009, 12–23,
- ⑱ S. Ponnusamy, A. Vasudevarao and Hiroshi Yanagihara
Region of variability for close-to-convex functions, Complex Variables and Elliptic Equations, 査読有
vol. 53, 2008, 709–716,
- ⑲ Isao Kikumasa
Isomorphism classes of algebras with radical cube zero II,

Applied Categorical Structures,
査読有
vol.16, 2008, 297-310,

- ⑳ Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama
Generalized Wigner-Yanase-Dyson skew information and generalized Fisher information,
Proceedings of International Symposium on Information Theory and its Applications, 査読有
2008, 455-460,
- ㉑ Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama
一般化された skew information に関連した不確定性関係,
京都大学数理解析研究所講究録,
査読無
vol.1615, 2008, 80-87,
- ㉒ S. Ponnusamy, A. Vasudevarao and Hiroshi Yanagihara
Region of variability of univalent functions $f(z)$ for which $zf'(z)$ is spirallike,
Houston Journal of Mathematics,
査読有
vol.34, 2008, 1037-1048,
- ㉓ Shigeru Furuichi and Kenjiro Yanagi
On inequality related to capacity of Gaussian channel II,
Proceedings of the 31st Symposium on Information Theory and its Application,
査読無
vol.31, 2008, 188-193,
- ㉔ Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama
Some operator inequalities and trace inequalities related to Tsallis entropy,
Proceedings of the International Symposium on Banach and Function Spaces, II, 査読有
2008, 445-454,
- ㉕ Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama
Generalized skew information に関連した不等式,
京都大学数理解析研究所講究録,
査読無
vol.1585, 2008, 12-23,

[学会発表] (計 27 件)

- ① 古谷 亮輔, 菊政 勲, 吉村 浩
ある種の多元環の同型について,
日本数学会 中国・四国支部例会,
2011.1.30, 鳴門地域地場産業振興センター(鳴門市)
- ② 柳 研二郎, 田中 義晃
Wigner-Yanase-Dyson skew information の一般化と関連する trace 不等式について,
京都大学数理解析研究所・研究集会「独立性と従属性の数理-函数解析学の視点から」,
2010.12.21, 京都大学(京都市)
- ③ 柳 研二郎
一般化された skew information に関する不等式について II,
第 33 回情報理論とその応用シンポジウム,
2010.12.1, 信州松代ロイヤルホテル(長野市)
- ④ 柳 研二郎
On Luo's uncertainty relation,
実解析学シンポジウム,
2010.11.13, 九州工業大学(北九州市)
- ⑤ Kenjiro Yanagi
Generalized Wigner-Yanase-Dyson skew information and uncertainty relation,
International Symposium on Information Theory and its Applications,
2010.10.20, Evergreen Laurel Hotel (Taichung, Taiwan)
- ⑥ 柳 研二郎
一般化 Wigner-Yanase-Dyson skew information,
日本数学会函数解析学分会,
2010.9.23, 名古屋大学(名古屋市)
- ⑦ Kenjiro Yanagi
Trace inequality on generalized Wigner-Yanase-Dyson skew information,
The Second Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization,
2010.9.11, Royal Paradise Hotel & Spa (Pucket, Thailand)
- ⑧ Yoshimi Kashiwagi
Irreducible two-weight cyclic codes

which are neither subfield codes nor semiprimitive,
リー代数サマーセミナー,
2010. 8. 23, 広島大学(東広島市)

- ⑨ 柳 研二郎
Wigner-Yanase-Dyson skew information と不確定性関係,
日本数学会函数解析学分会,
2010. 3. 24, 慶応大学(横浜市)
- ⑩ 柳 研二郎
一般化された skew information に関する不等式について,
第 32 回情報理論とその応用シンポジウム,
2009. 12. 2, 湯田温泉ホテルかめ福(山口市)
- ⑪ Shigeru Furuichi, Kenjiro Yanagi and Ken Kuriyama
Skew informations, uncertainty Relations and trace inequalities,
The Fifth International Conference on Information,
2009. 11. 7, 京都大学(京都市)
- ⑫ 柳 研二郎
Wigner-Yanase-Dyson skew information に関する不確定性関係 II,
実解析学シンポジウム,
2009. 10. 24, 城西大学(埼玉県坂戸市)
- ⑬ Kenjiro Yanagi
Some inequalities on generalized Wigner-Yanase skew informations,
International Symposium on Banach and Function Spaces,
2009. 9. 17, 九州工業大学(北九州市)
- ⑭ 柳 研二郎
離散型 entropy power inequality について,
京都大学数理解析研究所・研究集会「非加法性の数理と情報：凸解析との接点」,
2009. 8. 7, 京都大学(京都市)
- ⑮ Kenjiro Yanagi
Wigner-Yanase-Dyson skew information and uncertainty relation,
京都大学数理解析研究所・研究集会「Mathematical Aspects of Generalized Entropies and their Applications」,
2009. 7. 9, 京都テルサ(京都市)
- ⑯ Shigeru Furuichi, Kenjiro Yanagi and

Ken Kuriyama
Remarks on trace inequalities for products of matrices,
The sixth International Conference On Nonlinear Analysis and Convex Analysis,
2009. 3. 29, 東京工業大学(東京都目黒区)

- ⑰ 柳 研二郎, 山下 範幸
情報理論に現れるある不等式について,
日本数学会函数解析学分会,
2009. 3. 27, 東京大学(東京都目黒区)
- ⑱ Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama
Generalized Wigner-Yanase skew information and generalized Fisher information,
International Symposium on Information Theory and its Applications,
2008. 12. 8, The Lahgham Hotel (Auckland, New Zealand)
- ⑲ 古市 茂, 柳 研二郎
量子情報理論における不等式について,
第 12 回環瀬戸内応用数理研究部会シンポジウム,
2008. 10. 10, 山形大学(山形市)
- ⑳ 柳 研二郎, 山下 範幸
ガウス型通信路の容量に関する不等式について II,
第 31 回情報理論とその応用シンポジウム,
2008. 10. 8, 鬼怒川温泉あさやホテル(日光市)
- ㉑ 古市 茂, 柳 研二郎, 栗山 憲
Wigner-Yanase-Dyson skew information に関する不等式 II,
日本数学会函数解析学分会,
2008. 9. 24, 東京工業大学(東京都目黒区)
- ㉒ Kenjiro Yanagi and Noriyuki Yamashita
On an inequality of capacity of Gaussian channel with MA(1) noise and feedback,
The Fifth International Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization,
2008. 9. 17, Kunibiki Messe(松江市)
- ㉓ 柳 研二郎, 山下 範幸
フィードバックをもつガウス型通信路の

容量の満たす不等式について,
京都大学数理解析研究所・研究集会
「非加法性の数理と情報：非加法性と凸解
析」,
2008. 8. 27, 京都大学(京都市)

24 Shigeru Furuichi, Kenjiro Yanagi and Ken Kuriyama
Matrix inequalities on a generalized
Wigner-Yanase skew information,
International Workshop on Operator
Theory and its Applications,
2008. 6. 22, The College of William and
Maruy(Williamsburg, USA)

25 Shigeru Furuichi, Kenjiro Yanagi and Ken Kuriyama
On trace inequalities on a generalized
Wigner-Yanase skew information,
15th Conference of the International
Linear Algebra Society,
2008. 6. 16, Cancun(Mexico)

26 柳 研二郎, 古市 茂, 栗山 憲
一般化された skew information に関連し
た不確定性関係,
京都大学数理解析研究所・研究集会
「バナッハ空間及び関数空間論の最近の進
展とその応用」,
2008. 6. 5, 京都大学(京都市)

27 柳 研二郎, 古市 茂, 栗山 憲
Wigner-Yanase-Dyson skew information
に関する不等式 II,
日本数学会函数解析学分会,
2008. 3. 24, 近畿大学(東大阪市)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

ホームページ等

<http://ds0.cc.yamaguchi-u.ac.jp/~yanagi/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

柳 研二郎 (YANAGI KENJIRO)

山口大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：90108267

(2) 研究分担者

菊政 勲 (KIKUMASA ISAO)

山口大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：70234200

柏木 芳美 (KASHIWAGI YOSHIMI)

山口大学・経済学部・教授
研究者番号：00152637

牧野 哲 (MAKINO TETSU)

山口大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：00131376

柳原 宏 (YANAGIHARA HIROSHI)

山口大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：30200538

(3) 連携研究者

古市 茂 (FURUICHI SHIGERU)

日本大学・文理学部・准教授
研究者番号：50299327

栗山 憲 (KURIYAMA KEN)

佛教大学・教育学部・教授
研究者番号：10116717