

機関番号：3 4 4 1 9

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010

課題番号：2 0 5 4 0 1 9 4

研究課題名(和文) 表現の誘導と制限

研究課題名(英文) Induction and restriction of representations

研究代表者

藤原 英徳 (FUJIWARA HIDENORI)

近畿大学・産業理工学部・教授

研究者番号：5 0 1 0 8 6 4 3

研究成果の概要(和文): 純粋数学の1分野であるリー群の表現論において、リー環からリー群への指数写像が微分同相写像となるような指数型可解リー群に対して、部分群の1次元ユニタリ指標から誘導されるユニタリ表現(単項表現)の既約表現への分解に関連する研究を行い、以下の成果を得た。

1. 指数型可解リー群の単項表現の既約分解における重複度が離散的ならば、そのプランシェレル公式を具体的に記述することができ、関連する不変微分作用素環の可換性を示すことができた。また、この可換性に関して Duflo 氏のある問題について否定的な例を見つけた。

2. これまでの科学研究費補助金による研究成果をまとめて研究図書「指数型可解リー群のユニタリ表現」(数学書房、平成 22 年刊行、352 ページ)を出版した。

研究成果の概要(英文): In a field of pure mathematics called representation theory of Lie groups, I carried out for exponential solvable Lie groups, where the exponential map is a diffeomorphism from Lie algebra onto Lie group, a research related to the irreducible decomposition of induced representation from a 1-dimensional unitary character of a subgroup (monomial representation) and obtained the following results.

1. If the multiplicity of a monomial representation in its irreducible decomposition is of discrete type, we could describe explicitly its Plancherel formula and show the commutativity of the associated algebra of invariant differential operators. We also found a negative example on a certain problem of Duflo.

2. Gathering the results obtained until now by Grants-in-Aid for Scientific Research, I published a research book entitled "Unitary representations of exponential solvable Lie groups" (Sûgaku-shobô, 2010, 352 pages).

交付決定額

(金額単位:円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：表現論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：リー群、可解リー群、冪零リー群、ユニタリ表現、軌道の方法、Plancherel 公式、誘導表現、既約分解

1. 研究開始当初の背景 1950 年代後半における J. Dixmier の仕事、A. A. Kirillov による軌道の方法の創始、Auslander-Kostant 理論などを受けて 1970 年代にはパリ学派を始め多くの研究者が可解リー群の表言論を研究していた。しかし、豊富な代数構造をもつ半単純リー群に比べて、数学的帰納法に頼らざるをえない可解リー群の研究は下火となり、小数の研究者が地道な努力により主として冪零リー群および指数型可解リー群に対して知見を蓄積しているのが研究開始当初からの状況である。筆者においては、指数型可解リー群の正則誘導表現に関する当時の未解決問題を幾つか解き、指数型可解リー群のユニタリ双対における双対位相や可解リー群の実 polarization を調べ、冪零リー群の単項表現に対するプランシュレル公式を具体的に記述し、指数型可解リー群に対する単項表現および既約ユニタリ表現の部分群への制限の既約分解を与え、同値な既約ユニタリ表現間の繋絡作用素 (intertwining operator) を記述し、冪零リー群の単項表現に付随する不変微分作用素環に関するいわゆる可換性予想を解き、冪零リー群の単項表現に対する一種のフロベニウスの相互律を示し、これらの問題を既約ユニタリ表現の連結閉部分群への制限に対して考察してきた。最近はこの科学研究補助金を受けながら、参考文献の共同執筆者達と共同研究を行ってきた。特に筆者にとって表現の誘導と制限に関して以前から積み上げてきた既約分解、繋絡作用素、プランシュレル公式、不変微分作用素環の可換性などの成果の延長線上で残った大きな課題が多項式予想である。

2. 研究の目的 世界の数少ない同僚と共に何とか可解リー群の表現論と調和解析の分野の発展に貢献することが主要な研究目的である。具体的には冪零リー群に対する上記多項式予想の解決、指数型可解リー群に対する繋絡作用素の収束性の証明、プランシュレル公式の具体的な記述、不変微分作用素環の構造解析などである。とりわけ、単項表現や既約表現の部分群への制限がその既約分解において有限重複度をもつとき、随伴する不変微分作用素環がある種の不変多項式環に同型であろうという多項式予想を是非とも解決したいというのがかなり以前からの研究目的となっている。

3. 研究の方法 この3年間もまた、指数型可解リー群のユニタリ表現と調和解析に関して、フランス・メッス大学の Jean Ludwig 教授およびチュニジア・スファックス大学の Ali Baklouti 教授との共同研究を続けた。彼等を飯塚市の近畿大学産業理工学部にて1週間程度招聘し、また筆者がメッスおよびスファックスに招聘されたりして共同研究を遂行した。また、関連分野の専門家であるフランス・パリ第7大学の Michel Duflou 名誉教授を同様に産業理工学部にて短期招聘して専門知識の提供を受けながら研究を進めた。手法としては Penney 超関数が不変微分作用素の同時固有超関数となるため、その固有値の動きを調べる、また同時に問題が代数的であるため、リー環の普遍包絡環の原始イデアルの研究との接点を探るというものである。

特に単項表現に対する多項式予想に関しては、以前の研究協力者であったパリ第 10

大学の Gérard Lion 准教授およびパリ第 13 大学の Bernard Magneron 准教授との共同研究の遺産があるのでその完成を目指す。

不変微分作用素環の構造解析については冪零リー群に対する Niels Pedersen の仕事を指数型可解リー群に拡張することを試みた。

4. 研究成果

(1) 指数型可解リー群の単項表現 τ を連結閉部分群のユニタリ指標から誘導する。このとき、 τ の既約分解における重複度が離散的ならば、この分解に現れる既約表現を軌道の方法により対応する余随伴軌道の点における Vergne 分極環 (polarization) からの誘導表現として実現するとき、この既約表現と τ との間の Penney 超関数が収束し、 τ に対する Penney のプランシュレル公式を具体的に記述することができ、この結果を用いて関連する不変微分作用素環の可換性を示すことができた。特に分極環に対応する連結閉部分群から誘導される単項表現に対しては、これらの結果が簡略化され、例えばこの場合関連する不変微分作用素環は自明である。また、この可換性に関して Duflo のある問題について否定的な例を見つけた。これらの結果を共著論文にまとめ、現在ある専門雑誌に投稿中である。

(2) これまでの科学研究費補助金による研究成果をまとめ、この分野における日本語による最初の研究書として、「指数型可解リー群のユニタリ表現」(数学書房、平成 22 年 12 月刊行、352 ページ)を出版した。内容は、リー環とリー群について準備した後、ユニタリ表現の基礎理論、Auslander-Kostant 理論および指数型可解リー群に対する軌道の方法の解説、誘導と制限の既約分解、 e -中心元、超関数版 Frobenius の相互律、プランシュレル公式、単項表現の可換性予想、表現の部

分群への制限に関する可換性予想などである。読者としては、大学院の学生および若い研究者達を想定している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

[1] H. Fujiwara, Harmonic analysis related to unitary representations of exponential solvable Lie groups: Orbit method, Sugaku Expositions AMS, 査読有, 23(2010), 169-187

[2] Baklouti, H. Fujiwara and J. Ludwig, A variant of the Frobenius reciprocity for restricted representations on nilpotent Lie groups, dans « Infinite Dimensional Harmonic Analysis IV », World Scientific Publishing Co., 査読有, 2008, 13-31.

[学会発表](計 3 件)

[1] H. Fujiwara, On polynomial conjectures, Workshop Analysis, Geometry and Group Representations for Homogeneous Spaces, 平成 22 年 11 月、Leiden

[2] H. Fujiwara, Monomial representations with multiplicities of discrete type, 日本・チュニジア研究集会、平成 21 年 11 月、

Sfax

[3] H. Fujiwara, Monomial representations of exponential solvable Lie groups, CIRM, 平成 20 年 11 月、Marseille

[図書](計 1 件)

[1] 藤原英徳、数学書房、指数型可解リー群のユニタリ表現 - 軌道の方法、2010、336 ページ

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤原 英徳 (FUJIWARA HIDENORI)
近畿大学・産業理工学部・教授

研究者番号：50108643

(2)研究協力者

ALI BAKLOUTI

SFAX 大学(TUNISIA)・理学部・教授

JEAN LUDWIG

METZ 大学(FRANCE)・理学部・教授