

機関番号：17601

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20540200

研究課題名（和文） 界面を追跡しやすい反応拡散系の構築

研究課題名（英文） Construction of reaction-diffusion systems suitable to track interfacial dynamics

研究代表者

飯田 雅人（IIDA MASATO）

宮崎大学・工学部・教授

研究者番号：00242264

研究成果の概要（和文）：互いに競争的な関係にある複数種の生物集団の空間的な棲み分けを記述する自由境界問題は、実は反応拡散系のある種の特異極限と見なすことができる。この事実に対する数学的な裏付けが得られた。また、互いに協調的関係にある複数種の生物集団が段階的に次々と侵入していく現象を表す数理モデルが、1種の生物集団の単独侵入を表す数理モデルである Fisher 型進行波を積み重ねた波形によって近似できることも示される。

研究成果の概要（英文）：Some free boundary problems describing the spatial segregation of competitive species can be regarded as certain singular limits of some reaction-diffusion systems. The mathematical grounds of this fact have been obtained. It is also shown that a mathematical model describing multi-phase invasion of cooperative species can be approximated by stacked fronts of several Fisher's waves which are mathematical models describing the single invasion of a species.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：反応拡散系、特異摂動、界面ダイナミクス

1. 研究開始当初の背景

研究代表者等のこれまでの研究により、2相 Stefan 問題や2種交差拡散系は、反応拡散系の「急速反応極限」と呼ばれる特異極限として実現されることが、知られている。ここに「急速反応極限」とは、反応拡散系を構

成する異種成分間の相互作用を表す項の係数を巨大にしたときの極限状況のことである。上記の研究を踏まえ、2種とは限らない複数種の共存困難な成分各々の存在領域を分離する境界や、退化準線形拡散方程式に現れる界面等、非線形拡散現象に現れる界面の

さまざまなダイナミクスに対し、それらが急速反応極限になるような反応拡散系をまた構成することを目指す。そのように構成される諸々の反応拡散系の共通構造を調べることは、界面ダイナミクスの効率的な数値的追跡手法を開発する手がかりにもなると期待される。

2. 研究の目的

界面が現れる種々の非線形拡散現象に対して界面ダイナミクスまで込めて精密に近似できる反応拡散系の枠組を構築するための基礎として、本研究課題では、次の3点に集中する：

(1) 界面ダイナミクスが反応拡散系の急速反応極限として実現される状況を、角遷移層型界面に対して詳細に調べる。特に、角遷移層型界面の近くで局所漸近解の形状を詳しく解析し、急速反応極限への収束の精度を精密に評価する。

(2) 角遷移層と内部遷移層が混在する界面ダイナミクスにおいて、界面の駆動力への抵抗として「潜熱効果」が現れる仕組みを明らかにするために、そのような界面ダイナミクスを反応拡散系の急速反応極限として実現する。

(3) 界面ダイナミクスに関する急速反応極限法は、反応拡散系の解の挙動を界面付近と界面から離れた部分とに分けて解析する方法の一つである。この解析方法を再考し、新たな解析手法を開発する糸口をつかむために、複雑な界面ダイナミクスの詳細を単純形状の特解の重ね合せに分けて近似する方法を検討する。特に、協調拡散系における「多段階侵入」を表す界面ダイナミクスの仕組みの解明を目指す。

3. 研究の方法

(1) 角遷移層型界面に対する急速反応極限の収束の精度を評価する基本的な手法を開発するための試金石として、互いに競争関係にある2種の反応拡散系の急速反応極限に現れる角遷移層を詳細に解析する。特に、界面付近で形式的に構成される近似解（形式的漸近解）の厳密な漸近解析を行ない、この近似解を界面から離れた場所で別途構成される近似解へなめらかに接合させることを試みる。

(2) 角遷移層と内部遷移層が混在する界面ダイナミクスを反応拡散系の急速反応極限として実現する手法を確立するための試金

石として、空間的に棲み分けて互いに領地獲得競争をする多種の個体群における棲み分け境界のダイナミクスを調べる。

(3) 協調拡散系に現れる多段階侵入現象では、複数の種がそれぞれ異なる速度で次々と侵入し、先行種は後続種が新たに1種侵入する度に段階的に勢力を増していく。これらの侵入個体群密度の空間形状とダイナミクスは、空間が1次元の場合には、異なる速度の波形が重ね合わされたかの如き挙動を示すことが数値実験によって示唆されている。そこで、この多段階侵入に相当する解の近似の候補を、協調系の定数平衡状態に関連した単独 Fisher 方程式の進行波の重ね合せによって構成し、協調拡散系が持つ順序保存性に基づいて近似精度を調べる。

なお、(1)(2)(3)の解析が計画どおり進まない場合に備え、解析手法の検討・改善の手がかりを討論する場として宮崎で研究集会を開催するとともに、改善のために必要な助言を戴くため東京・名古屋・関西・福岡の関連研究室へも出張して討論し、本研究課題の計画遂行を支える。

4. 研究成果

(1) 2種競争拡散系の急速反応極限に現れる角遷移層に対し、界面付近で形式的に構成される近似解（形式的漸近解）の厳密な漸近解析を行なった。特に、形式的漸近解の第1主要部の上からの評価だけでなく、第1主要部の下からの最適評価が得られたため、これを第2主要部に対する精密評価と組み合わせることにより、形式的漸近解の正值性を厳密に保証することが可能になった。この正值性のおかげで、この近似解を理論的に正当化する際、2種競争拡散系の順序保存性を利用できることが保証されるため、上記の「第1主要部の下からの最適評価」は今後の解析の根幹となる。一方、界面付近でのこの近似解を、界面から離れた場所で別途構成される近似解へなめらかに接合させるには、両近似解の接合部分での整合条件を満たすように、近似解の境界条件を設定する必要がある。この整合条件は（見掛け上）過剰決定系になるのだが、研究分担者大塚・辻川が培った変分構造解析・定常界面安定性解析の手法を応用し、界面付近での漸近解における線形化ダイナミクスの構造を詳細に分析した結果、整合条件の過剰部分が他の部分から帰結されることが判明し、整合条件を満たすように境界条件を設定できることが保証された。以上により、2種競争拡散系の急速反応極限への収束の精度を厳密に評価するための準備が整い、次期研究課題として完了できる見込みであ

る。

(2) 空間的に棲み分けて互いに領地獲得競争する多種の個体群ダイナミクスを、急速反応極限として実現する多種反応拡散系の候補を作成し、急速反応極限での内部遷移層発生の主要因となる反応係数の比率が、実は界面の駆動力への抵抗である潜熱効果として影響していることを、形式的な接合漸近展開によって明らかにした。また、十分大きな反応係数に対して、上記候補の p 乗可積分関数の位相におけるコンパクト性を証明した。これらの成果は、この候補の急速反応極限が多種棲み分け領地獲得競争ダイナミクスになることを証明するための基礎となる。

(3) 多種協調拡散系において、多段階侵入が起きるための一つの十分条件を提示し、この十分条件のもとで、多段階侵入が実際に起きることを証明した。この十分条件は、さまざまな未侵入平衡状態への単独種 Fisher 型侵入波の速度の大小関係の一つとして表わされる。証明では、連携研究者二宮による力学系観点からの詳細な分析に基づき、Fisher 型進行波を重ね合せて構成した近似解の挙動と協調拡散系が持つ順序保存性を巧みに利用した。なお、この十分条件は、2 種協調拡散系においては多段階侵入が起きるための必要十分条件にもなる。また、この十分条件の表現を再考すると、多種協調系のさまざまな未侵入平衡状態に対応する単独種 Fisher 型侵入波のさまざまな速度の間に関係に応じて、さまざまな多段階侵入の発生・非発生を分類できるのではないかと期待される。実際、研究分担者矢崎による多数の数値実験結果に基づいて判断すると、その期待はほぼ正しいと考えられるので、次期研究課題として分類の理論的可能性を検討する。

(4) 界面ダイナミクスを適当な反応拡散系の急速反応極限として実現する試みは、本研究課題の準備段階から長年継続してきた研究テーマである。このテーマのこれまでの成果を総括し、日本数学会函数方程式論分科会の特別講演として公表した。

なお、本研究課題の計画遂行に関連して宮崎で開催した研究集会「PDEs and Phenomena in Miyazaki」における討論は、本研究課題における解析手法の検討・改善に十分役立った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

{ 雑誌論文 } (計 20 件)

M. Iida, R. Lui and H. Ninomiya, Stacked fronts for cooperative systems with equal diffusion coefficients, SIAM Journal on Mathematical Analysis, 査読有, Vol.43, 2011, 1369-1389

M. Grossi, H. Ohtsuka, and T. Suzuki, Asymptotic non-degeneracy of the multiple blow-up solutions to the Gel'fand problem in two space dimensions, Advances in Differential Equations, 査読有, Vol. 16, 2011, 145-164

K. Kuto and T. Tsujikawa, Stationary patterns for an adsorbate-induced phase transition model I: Existence, Discrete Conti. Dynam. Systems, 査読有, B 14, 2010, 1105-1117

H. Ohtsuka, T. Ricciardi, and T. Suzuki, Blow-up analysis for an elliptic equation describing stationary vortex flows with variable intensities in 2D-turbulence, J. Differ. Equ., 査読有, Vol. 249, 2010, 1436-1465

K. Kuto and T. Tsujikawa, Shadow system for adsorbate-induced phase transition model, 査読有, RIMS Kokuroku Bessatsu B15, 2009, 1-14

L. H. Chuan, T. Tsujikawa and A. Yagi, Stationary solutions to forest kinematic model, Glasgow Math. J, 査読有, Vol. 51, 2009, 1-17

M. Benes, M. Kimura and S. Yazaki, Second order numerical scheme for motion of polygonal curves with constant area speed, Interfaces and Free Boundaries, 査読有, Vol.11, 2009, 515-536

D. Hilhorst, M. Iida, M. Mimura and H. Ninomiya, Relative compactness in L^p of solutions of some 2m components competition-diffusion systems, Discrete and Conti. Dynam. Systems, 査読有, Vol.21, 2008, 233-244

M. Benes, M. Kimura, P. Paus, D. Sevcovic, T. Tsujikawa and S. Yazaki, Application of a curvature adjusted method in image segmentation, Bulletin of the Institute of Mathematics, Academia Sinica, New Series, 査読有, Vol.3, 2008, 509 - 524

{ 学会発表 } (計 41 件)

大塚浩史, 点渦系の Hamiltonian とその平衡平均場の変分構造について, 第 3 回福島応用数学研究集会, 2011 年 3 月 11 日, コラッセ福島

T. Tsujikawa, Bifurcation structure of

stationary solutions for the reaction-diffusion-advection system, 第 28 回九州における偏微分方程式研究集会, 2011 年 1 月 26 日, 九州大学
飯田雅人, 個体群の多段階侵入の定式化
協調拡散系の場合, 研究集会「拡散と移流の数理」, 2011 年 1 月 19 日, 別府
亀の井ホテル由布の間

M. Iida, On multi-phase invasions in a Lotka-Volterra cooperative system with diffusion, Nonlinear Analysis and Integrable Systems, 2010 年 11 月 19 日, 龍谷大学セミナーハウス「ともいき荘」
S. Yazaki, On motion of curves in the plane, Nonlinear evolution equations and related topics to mathematical analysis of a phenomena, 2010 年 10 月 14 日, 京都大学数理解析研究所

S. Yazaki, Numerical study on Hele-Shaw flows in a time-dependent gap, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics, 2010 年 9 月 3 日, Lecture Hall CVUT at Telc, Czech Republic

T. Tsujikawa, Stationary patterns of a reaction-diffusion-advection system, Czech-Japan Seminar in Applied Mathematics 2010, 2010 年 8 月 30 日, Czech Technical University in Prague

M. Iida, Topics related to multi-phase invasions in population dynamics, Nonlinear Evolutionary PDEs and their Equilibrium States, 2010 年 6 月 11 日, 早稲田大学理工学部

H. Ohtsuka, On the variational structure of the Gel'fand problem, 京都大学数理解析研究所研究集会「変分問題の展開 - 幾何学的勾配流と臨界点理論の新潮流 - 」, 2010 年 6 月 8 日, 京都大学数理解析研究所

S. Yazaki, Various gradient flows in the plane modeling, applications and polygonal analogues, Progress in variational problems -- New trends of geometric gradient flow and critical point theory, 2010 年 6 月 7 日, 京都大学数理解析研究所

大塚浩史, 点渦系とその平均場について, 日本数学会 2010 年度年会(函数方程式論分科会特別講演), 2010 年 3 月 25 日, 慶應義塾大学矢上キャンパス

飯田雅人, 反応拡散系の急速反応極限によって見えるもの, 日本数学会秋季総合分科会(函数方程式論分科会特別講演), 2009 年 9 月 26 日, 大阪大学豊中キャンパス

T. Tsujikawa, Bifurcation structure of

steady states in the shadow system for the adsorbate-induced phase transition model, Conference on "Evolution equations, Related Topics and Applications", 2009 年 9 月 10 日, HelmholtzZentrum munichen, Germany
S. Yazaki, Evolution of plane curves and its numerical computations, Algoritmy 2009, 2009 年 3 月 17 日, Podbanske

矢崎成俊, 平面閉曲線の曲率流の導出とその数値計算, 盛岡応用数学小研究集会, 2008 年 12 月 13 日, 岩手大学

飯田雅人, 個体群侵入における段階別侵入速度について, 盛岡応用数学小研究集会, 2008 年 12 月 13 日, 岩手大学

矢崎成俊, 平面曲線の曲率流方程式とその数値計算について, 第 10 回界面ダイナミクスと数値シミュレーション, 2008 年 11 月 29 日, 神戸インスティテュート

T. Tsujikawa, Global structure of stationary solutions of shadow system for adsorbate-induced phase transition model, Czech-Japan Seminar in Applied Mathematics 2008, 2008 年 9 月 7 日, 宮崎大学

矢崎成俊, 曲率の大きさを鑑みた接線速度を持つ平面曲線の時間発展方程式の数値計算について, 2008 年 7 月 30 日, 第 2 回岐阜非線形ワークショップ, 岐阜大学

H. Ohtsuka, Asymptotic non-degeneracy results for the mean field equations on surfaces, 京都大学数理解析研究所研究集会「変分問題とその周辺」, 2008 年 6 月 23 日, 京都大学数理解析研究所

〔図書〕(計 1 件)

S. Yazaki, An area-preserving crystalline curvature flow equation, "Topics in mathematical modeling, Part 4" (eds: M. Benes and E. Feireisl), Jindrich Necas center for mathematical modeling lecture notes, Vol.4, matfyzpress, 2008, 169-215

〔その他〕

企画・開催した研究集会(計 7 件)

研究集会 "PDEs and Phenomena in Miyazaki 2010", 2010 年 11 月 20 日 ~ 11 月 21 日(報告書あり)

研究集会 "PDEs and Phenomena in Miyazaki 2009", 2009 年 11 月 20 日 ~ 11 月 21 日(報告書あり)

研究集会 "PDEs and Phenomena in Miyazaki 2008", 2008 年 11 月 14 日 ~ 11 月 15 日(報告書あり)

6 . 研究組織

(1)研究代表者

飯田 雅人 (IIDA MASATO)

宮崎大学・工学部・教授

研究者番号： 00242264

(2)研究分担者

辻川 亨 (TSUJIKAWA TOHRU)

宮崎大学・工学部・教授

研究者番号： 10258288

大塚 浩史 (OHTSUKA HIROSHI)

宮崎大学・工学部・准教授

研究者番号： 20342470

矢崎 成俊 (YAZAKI SHIGETOSHI)

宮崎大学・工学部・准教授

研究者番号： 00323874

(3)連携研究者

二宮 広和 (NINOMIYA HIROKAZU)

明治大学・理工学部・准教授

研究者番号： 90251610