

機関番号：13801

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20540206

研究課題名（和文） 準線形波動方程式の古典解の時間大域的な挙動の研究

研究課題名（英文） Research of global behavior of classical solutions for quasilinear
Wave equations

研究代表者

星賀 彰（HOSHIGA AKIRA）

静岡大学・工学部・准教授

研究者番号：60261400

研究成果の概要（和文）：本研究では、2次元および3次元空間における非線形波動方程式系の古典解が時間大域的に存在するための十分条件（零条件）を、非線形項の型（Null-form型、非共鳴効果型、非線形減衰効果型）によって分類することに成功した。また、その研究の発展として、伝播速度が異なる一階双曲型偏微分方程式系および非線形弾性体波動方程式の古典解のライフスパンに対する精密な評価が得られた。

研究成果の概要（英文）： In this study, we succeeded in the classification of the sufficient conditions (null-conditions) for the global existence of the classical solutions to the system of nonlinear wave equations in 2 and 3 space dimensions, according to the type of the nonlinear terms (Null-form type, Non-resonance type and Nonlinear dissipation type). As development of the research, we also obtained precise evaluations to the lifespan of the classical solutions for the first order hyperbolic PDE systems with multiple propagation speeds and for the nonlinear elastic wave equations.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	600,000	180,000	780,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	1,800,000	540,000	2,340,000

研究代表者の専門分野：偏微分方程式論

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：波動方程式，零条件，ライフスパン

1. 研究開始当初の背景

1980年代後半から、非線形波動方程式の初期値問題に対して大域解が存在するための必要十分条件（以下これを零条件と呼ぶ）を求める研究がなされおり、単独の波動方程式についてはおおよそ結論が出ていた。しかしながら連立波動方程式については非共鳴効果などの特有の現象が見られ、零条件がどのような形で記述されるか、明確になっていなかった。1990年代後半から、本研究課題の研究代表者および研究分担者が中心となって、連立波動方程式の古典解の零条件を求める研究が盛んに行われてきた。

2. 研究の目的

本研究では、次にあげる各項目を研究の目的とした。

(1) 伝播速度の異なる準線型波動方程式系の非共鳴作用を解析し、零条件の本質的な表現を得ること

(2) 3次元半線形波動方程式に対して、非線形減衰効果による大域解の存在を示すこと

(3) この研究を発展させ、弾性体や動場などの非線形場における波動の伝播の数学的機構の本質を明らかにすること

3. 研究の方法

研究の手法としては、これまでの研究で用いてきた波動方程式の基本解の評価式、エネルギー法、埋め込み定理に加えて、「Ghost weight エネルギー」を利用した。研究形態としては、研究代表者と各研究分担者間の研究打ち合わせにより情報と知識の交換をし研究を進めた。また、役割を分担することで効率よく研究を行った。

4. 研究成果

(1) 2008・2009年度の研究において、伝播速度が異なる準線型波動方程式系の非線形項が(a)Null-formを持つ場合(b)非共鳴項を持つ場合に、零条件を代数的な条件として表現することに成功した。また研究分担者の片山氏が2008年度の研究において3次元非線形波動方程式系の零条件について、同様の研究結果を得た。

(2) 2008年度の研究において非線形減衰項を持つ3次元半線形波動方程式が大域解の存在を示すことに成功した。

(3) 2008年度の野瀬泰一氏との研究において、一階双曲型偏微分方程式系の解に対するライフスパンの評価を得ることに成功した。また研究分担者の久保氏が2010年度の研究において、非線形弾性体の波動方程式の古典解に対するライフスパンの精密な評価を得ることに成功した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

① Akira Hoshiga : The existence of the global solutions to semilinear wave equations with a class of cubic nonlinearities in 2 dimensional space, Hokkaido Mathematical Journal 37. 669-688 (2008)

② Soichiro Katayama, Hideo Kubo : An alternative proof of global existence for nonlinear wave equations in an exterior domain, Journal of the Mathematical Society of Japan 60. 1135-1170 (2008)

③ Soichiro Katayama : Global existence and asymptotic behavior of solutions to systems of semilinear wave equations in two space dimensions, Hokkaido Mathematical Journal 37. 689-714 (2008)

④ Soichiro Katayama, Hideo Kubo : On the large time behavior of solutions to semilinear system of the wave equation, Proceedings of the 5th International ISAAC congress vol. 1. 581-589 (2009)

⑤ Akira Hoshiga, Taiichi Nose : The lifespan of solutions to quasilinear hyperbolic systems of $n \times n$ in the critical case, Saitama Mathematical Journal vol. 26. 15-38 (2010)

[学会発表] (計 5 件)

① 片山聡一郎: 非線形波動方程式系の全域解の存在と null 条件について, 日本数学会 2008 年度秋季総合分科会(特別講演), 2008 年 9 月 27 日, 東京工業大学

② 野瀬泰一, 星賀彰: The lifespan of solutions to quasilinear hyperbolic systems in the critical case, 第 8 回浜松偏微分方程式研究集会, 2008 年 12 月 22 日、静岡大学

③ 片山聡一郎: Asymptotic pointwise behavior for systems of semilinear wave equations in three space dimensions, 偏微分方程式姫路研究集会, 2010 年 2 月 23 日, イーグレ姫路

④ 久保英夫: On the asymptotic behavior for elastic waves, The 8th Workshop on Linear and Nonlinear Waves, 2010 年 9 月

12 日, 大阪大学

⑤ 久保英夫: Lower bounds for the lifespan of solutions to nonlinear wave equations in elasticity, 名古屋偏微分方程式研究集会, 2011 年 2 月 15 日, 名古屋大学

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

星賀 彰 (HOSHIGA AKIRA)

静岡大学・工学部・准教授

研究者番号：60261400

(2)研究分担者

片山 聡一郎 (Katayama Soichiro)

和歌山大学・教育学部・教授

研究者番号：70283942

久保 英夫 (Kubo Hideo)

東北大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：50283346

黒川友紀 (Kurokawa Yuki)

米子工業高等専門学校・一般科目・講師

研究者番号：50375375

(3)連携研究者

()

研究者番号：