様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成２３年　６月　８日現在

機関番号：12601
研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2008～2010
課題番号：２０５４０２２５
研究課題名（和文）定常的星風を伴うポリトロープ星の統一的扱いと数値解法

研究課題名（英文）Unified formulation for stationary polytropes with stellar winds and development of a numerical scheme to obtain their structures

研究代表者
江里口　良治（ERIGUCHI YOSHIHARU）
東京大学・大学院総合文化研究科・教授
研究者番号：80175231

研究成果の概要（和文）：
この研究では、barotrope 星の軸対称定常状態に関して考察を行い、その基本方程式の積分可能条件が、磁場を生み出す電流密度の一般的な形をあたえるという定式化が可能であることを基本にし、数値値計算法を開発することで、これまで世界で誰も求めることのできなかった磁場の入った恒星の構造やそのときの磁場構造を明らかにすることができた。また、恒星から流れ出すガスの構造、つまりは星風の構造を求めるための糸口も見出すことができた。さらに、磁場のある恒星の３軸不等な形状や、扁長な形状の解析的な厳密解も求めることに成功した。

研究成果の概要（英文）：
We have found a new formulation in which axisymmetric and stationary states of barotropic stars with magnetic fields are easily handled. This has been done by considering the integrability condition among the basic equations. This integrability condition results in the general form for the current density. By applying this formulation we have developed a numerical scheme that could be used to obtain many stationary configurations with magnetic fields which are found by this scheme for the firt time in the world. At the same time, this formulation could be applied to obtain stellar wind solutions which have not been fully analyzed yet. By using this scheme, completely new analytic solutions for triaxial configurations and prolate ellipsoidal stationary structures have also been obtained..

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2008 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009 年度	900,000	270,000	1,170,000
2010 年度	1,100,000	330,000	1,430.000
年度			
年度			
総　計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：理論天体物理学
科研費の分科・細目：天文学・天文学
キーワード：磁場星、回転星、定常的星風、ＭＨＤ近似、ポリトロープ、prolate 形状、強 toroidal 磁場、内部定常磁場の厳密解

１．研究開始当初の背景
本課題研究が開始される以前において、軸対称な恒星の内部とその周辺の領域（真空を含む）における定常的な磁気流体の運動と磁

場構造は、基本的には次のようにして求められてきていた。

それは、恒星表面を 1 つの境界とみなし、恒星の外部におけるガスの定常状態の方程式、磁場のポテンシャルを決める Grad-Shafranov 方程式、そして連続の式を、適切な状態方程式を仮定して解くというものであった。

しかし、それらの基本方程式を全て満たすようにして解を求め得たのは、Pneuman and Kopp (1971)と Sakurai (1985) だけでしかなかった。しかも、Pneuman-Kopp と Sakurai の求めた解は、全てを尽くしたものではなく、きわめて限定された状況の特別な解でしかなかった。

それは、この問題の基本方程式が、空間の位置により楕円型の偏微分方程式になったり、双曲型の偏微分方程式になったりすることがあるため、数値計算をすることが困難だという理由によるものであった。さらには、Sakurai の解と Pneuman-Kopp の解は、考えている物理的状況も方程式の扱いも異なり、星風や磁気流体アウトフローにはどのようなものがあって、その中のどのような状態に対応するものかという全体像の理解からは程遠いものであった。

こうした状況でなされてきた研究は、したがって、さまざまな制限を課した近似的なものがほとんどであった。それらは、大きく分けて、（１）恒星から十分に離れた場所を考え、基本方程式の漸近的な主要部のみを取り出すことで扱いやすくした方程式を解く（Hayvaerts and Norman 1989, Begelman and Li 1994, Tomimatsu 1994, Okamoto 1999 など）か、(2)自己相似解を求める（Blandford and Payne 1982, Contopoulas and Lovelace 1994, Sauty and Tsinganos 1994 など）か、(3)磁場構造を与えた上で、流体の運動を考える（Kudoh and Shibata 1995, 1997, Takahashi and Shibata 1998 など)、といったものであった。

２．研究の目的

こうした状況において、本課題研究では、磁場を伴う軸対称定常な barotrope 星とその外部の低密度大気からなるシステムを考えたとき、基本方程式の積分可能条件（両立条件）を用いると、空間に存在できる電流は後述する特別な形のものに限られるということを出発点とし、異なる起源の電流を考え、適切な境界条件を課すことで、状態方程式が barotrope な関係で表される場合には、様々な磁気流体の軸対称定常状態を統一的に扱うことができることを示し、さらに定常状態を求める数値計算法を開発することで、具体的に解を求め、恒星の定常磁場構造と恒星からの定常なガスの流れに関連してなされてきた研究に明快な結論を出すことを第一の目的とした。

３．研究の方法

本研究課題を申請した時期における研究のこうした状況の中で、上記の目的を達成することが可能であろうと考えた根拠は、本課題申請者が、その当時までに以下のような研究成果をあげていたことによる。

それは、磁場入りの回転ポリトロープの密度構造と磁場構造を求めるための新しい定式化と数値計算法を開発していたことである。それによって poloidal 磁場と toroidal 磁場が共存する状況の回転磁気星の数値的に厳密な構造が容易に求められるようになったのである（Tomimura and Eriguchi 2005, Yoshida and Eriguchi 2006, Yoshida, Yoshida and Eriguchi 2006）。こうした自己重力のある磁場星の構造を求めることは、1950 年代に Chandrasekhar らが摂動的な扱いを試みたが、十分な成果は得られていなかった。そうした問題に対し、本課題研究申請者の開発した定式化とそれに基づいた数値計算法は強力なもので、様々な形状の磁場星の構造を求めることができたのである。

その手法は恒星の構造を求めるということを目的として考案されたものであるが、そこで使用されている定式化や数値計算法は恒星のみにかぎられるものではなく、軸対称定常な barotrope 天体を対象とする限り、まったく同じように適用できるものである。

そう考えられる理由は、そこで使用される定式化が非常に自然なもので、（１）連続の式、（２）定常状態のつりあいの式、（３）電磁場のベクトルポテンシャルのφ成分に対する Maxwell 方程式、（４）Poisson 方程式, (5)バロトロープ関係、であり、境界条件は物質について全空間で特異性がないこと、重力ポテンシャルは無限遠でゼロになること、磁場のベクトルポテンシャルも無限遠でゼロになること、であり、磁場星の場合とまったく同じだからである。

ただし、本課題研究申請者の開発した新しい定式化では、それまでの研究者が明示的に示したことのなかった関係式を導き、それを定式化の中心的関係として利用していることが重要である。それは、単純なことであるが、基本方程式の積分可能条件から、電流密度 $\mathbf{j}$ が

$$\mathbf{j} = \{\kappa(u) + R\, U'(u) w\}\, \mathbf{H} + U(u)\, \boldsymbol{\zeta} + \rho R \{\mu(u) + R\, \Omega''(u)\, w\}\, \mathbf{e}$$

と表されることである。ここで、κ、U、μ、Ωは磁場の flux 関数 u の任意関数であり、R、w、 $\mathbf{H}$、$\boldsymbol{\zeta}$、 ρ、$\mathbf{e}$ はそれぞれ、円柱座標の軸からの距離、軸の周りの速度成分、磁

場、渦度、質量密度、R 方向の単位ベクトルをあらわす。

この電流密度の表式から分かるように、軸対称定常な barotrope に関する限り、磁場の元になる電流の物理的な起源が明確になっているのである。特に、任意関数の指定を適切にすることで、様々な異なる物理的状況を指定することが可能になり、その点が、従来の定式化と大きく異なる第一の特徴である。たとえば、Sakurai の扱ったのは

$$j = \{\kappa(u) + R\,U'(u)w\}\,H + U(u)\,\zeta$$

に対応し、Pneuman-Kopp の場合は

$$j = U(u)\,\zeta + \rho R\,\mu(u)\,e$$

であることが分かるのである。

この定式化で重要なことの第二は、扱う方程式系の偏微分方程式としての型を楕円型に限ることができることである。Maxwell 方程式から導かれるベクトルポテンシャルの式は、軸対称定常の仮定の元では楕円型だからである。いわゆる Grad-Shafranov 方程式が空間の位置によって偏微分方程式の型を変化させるのは、この電流密度の表式に現れる渦度を流れの速度成分で書き、速度が磁場の flux 関数の関数であることを使用して式を整理した場合に、２階微分の係数の符号が変化するためである。

このことは、Sakurai や Pneuman-Kopp らが数値計算の際に、方程式の型の変化する領域の扱いにおいて直面した困難を回避できる可能性を開くものである。もちろん、解くべき方程式系は全体としては同じであるが、その方程式のどの部分を主要部とみなすかという違いがあるのである。そして、そのみなし方は、本研究の新しい定式化では Maxwell 方程式そのものなのであり、人為的な不自然さを伴うものでもない。

本研究の定式化での第三の特徴は、恒星外部の磁場構造と物質分布だけでなく、内部の磁場と物質構造を同時に扱うことにある。これは、恒星表面で「適当な」境界条件を課すことで計算を行ってきた従来の手法と大きく異なるものである。内部と外部を同時に扱うことで、そのつながりがより自然なものとなるからである。

今回扱う対象は有限の領域に物質が存在する恒星や恒星とその周りの円盤といった本課題研究申請者がこれまでに扱ってきた範囲を超えたところがある。星風は恒星から流れ出し、無限遠に到達するものであるので、自己重力を考えなくてよいきわめて密度の低い「大気」が恒星の周りに存在して、無限遠まで広がっていると考える。もちろん、星風を考慮したいので、その大気は静的に止まっているものではなく、定常的な流れが存在し、しかもその流れは大気のある場所で音速点を通過するものでなくてはならない。

そうしたきわめて希薄な大気は、ポリトロープ指数が１０～２０といったもので近似することにする。また、恒星内部は恒星の種類によって適切なポリトロープ指数のポリトロープと仮定し、その二つのポリトロープを piecewise-polytropic 近似 (Mueller and Eriguchi 1985) で「できるだけ滑らかに」接続する。

この新しい定式化に基づいた計算法で最初に扱うべき課題は、Parker の球対称星風の再現である。ただし、恒星の内部構造とそれに接続した希薄な大気の扱いを従来どおりのものとすると、この Parker 解が「統一的取り扱い」の枠に収まらないように見える。そこで、Parker 解と一般的定式化の関係性を調べることが急務となる。それは、後述する研究成果の一部として説明するが、簡単に言うと、磁場を考慮しない場合は「流れ関数」の無限遠と対称軸上における境界条件を適切にとる必要があり、磁場のある場合には「磁場の flux 関数」の無限遠と対称軸上での境界条件の問題に帰着することになる。

４．研究成果

研究の成果は多岐にわたるので、箇条書きでまとめる。

①軸対称定常状態の barotrope 星の流れや磁場を扱う定式化として、２種類の方法を開発した。一つは、子午面内に流れがない場合のもので、物質にかかわる物理的変数と磁場にかかわる物理的変数の結びつきがなく、ここで提案した統一的な取り扱いの適用範囲から外れるため、独自の定式化を用いる必要がある。これは、toroidal 磁場のみが存在する場合に対応している。

一方、子午面内に流れがある場合、物質変数と磁場変数が密接に結びついており、ここで示した統一的な扱いが可能になる。その場合、流れの存在を前提としているので、磁場のない極限的な状態を扱うには、「流れ関数」を問題の基本変数と考えるのが適切であり、磁場にかかわる変数や、統一的定式化で現れる任意関数はすべて流れ関数によって表されるものとなる。この「流れ関数に基づく定式化」は磁場のない場合にも適用可能なので、たとえば、Parker の球対称星風解を考える際に有用となり、実際、この定式化を使うことで、本研究の「統一的な定式化」の中に、Parker 球対称星風解を含ませることが可能になった。

もちろん、磁場の強い場合や、有限領域での磁場天体を扱うに際しては、「磁場流束関数に基づく定式化」が有効であるので、その定式化も行った。

今後扱う問題で、流れも磁場も存在する場合は、２つの定式化による計算を行うことで、結果の信頼性をあげることができると考えている。

②もともと磁場のベクトルポテンシャルを決める方程式は、Maxwell 方程式（のみ）から導かれるものである。その際、磁場にかかわる変数はベクトルポテンシャルのうちで、φ方向成分が重要である。その変数に対する境界条件は、無限遠でゼロになることと、対称軸上でも特異性がないことであると考えられる。しかし、その境界条件を取る限り、星風(音速点を通過して超音速になる解)は求められそうになかった。

そこで、観測される物理量として磁気流束関数がベクトルポテンシャルに R をかけたものであることを考慮して、対称軸上での制限を緩め、sin θの逆数の特異性までを許すことを考えた。そのとき、ベクトルポテンシャルは軸上で特異性を示すことになるが、測定可能量である磁場や磁気流束関数は特異性を示すことはない。したがって、角度方向の境界条件は第二種のルジャンドル関数も使用して、再考した。

その結果、磁気流束関数としては、cos θに比例する斉次項（homogeneous term）が許されることがわかり、この項が無限遠に到達する星風を記述するものであることが示された。

これは、磁気流束関数に基づく定式化の場合であるが、流れ関数に基づく定式化では、流れ関数の境界条件として、やはり、cos θに比例する斉次項が許されることがわかった。

そこで、流れ関数に基づく定式を適用して数値計算法を開発してみると、音速点を通過しないで無限遠に到達する breeze 解も，音速点を通過する星風解も求められるようになった。つまり、Parker 解が再現されたのである。この定式化では、Parker 解だけでなく、回転の効果を取り入れた数値解も求められるようになっている。

③統一的取り扱いでは、子午面内の流れを扱うことが可能なので、中心天体の回りにある自己重力がある子午面内に流れを伴うトロイドの構造とその磁場構造も求め、子午面内の流れのない場合に得られた結果がどの程度一般性を持つかを調べた。その結果、子午面内に流れのない場合と違って、中心天体との相互の位置関係に制限が出てこないことがわかった。

④統一的な定式化にあらわれる任意関数のうち、対称軸の周りを流れる電流密度の関数形をパラメータを変えてさまざまなものに指定して、対称軸の周りを流れる toroidal 電流の強さと分布の影響を調べた。

その結果わかったことは、toroidal 電流を恒星の中心領域に局在化させると、その電流分布に矛盾しない定常状態としては、poloidal 磁場が中心領域でかつ対称軸付近に「局在」した分布が可能であることである。

しかも、重要なのは、その領域の磁場の強さは、表面付近の磁場の強さの２桁から３桁も大きいものが可能であることも示された点である。

この計算はポリトロープだけでなく完全縮退の状態方程式も使用して行った。その結果によると、状態方程式依存性は小さく中心領域の対称軸付近に局在する強い磁場と、２－３桁小さな表面磁場を持った構造が、かなり一般的に見られる可能性が示された。

このことは、表面の磁場が大きなコンパクト天体、すなわち、白色矮星や中性子星では、観測されている表面磁場をはるかにしのぐ内部磁場が存在する可能性を意味している。

こうした局在強磁場構造が内部にある場合、直接的な観測ではそれを知ることは難しいであろうが、磁場構造が単純な双極子構造から大きく変化しているため、恒星の外部の磁気多重極モーメントの観測が十分な精度でなされる天体がある場合、局在強磁場を持つコンパクト天体が発見されることになるかもしれない。

この磁場構造で、もう一つ特徴的なことは、内部にある強い磁場が poloidal 磁場であることである。従来、中性子星などのコンパクト星には強い内部磁場が隠されている可能性が指摘されてきていた。その際に可能性のあるものとしては、「強い toroidal 磁場」であろうというのである。外部から観測されない強い磁場としては toroidal 磁場のように内部のみに閉じ込められていると、観測からの制限がつかないからである。

しかし、本研究で示されたように、poloidal 磁場であっても、局在化させられて、表面には強い磁場として現れない可能性があることに注意が必要であろう。

⑤toroidal 電流だけでなく、磁場に比例した電流密度として現れる任意関数κを適当な関数形で選び、その関数の中で使用されるパラメータを変化させることで、Poloidal 磁場の作用と toroidal 磁場の作用が同程度である状況が実現する任意関数κの関数形を探索した。

その結果、適切なパラメータを用いると、κとκの磁気流束関数での微分の積のとり方で、toroidal 磁場のエネルギーと poloidal 磁場のエネルギーの比が１程度の軸対称定常状態を求めることができるようになった。

Toroidal 磁場のエネルギーと poloidal 磁場のエネルギーの比は、磁場のある軸対称定常状態の安定性と密接に結びついている可能性が、シミュレーション結果として示唆されている。しかし、そうしたシミュレーショ

ンで使用されている初期状態は、きちんとした定常状態ではなかった。それは、そうした定常状態を求めることがこれまでにはできなかったためである。

今回求められるようになった toroidal 磁場と poloi d al 磁場が同程度の寄与をしている厳密な定常状態のモデルは、今後の安定性解析に大いに役立つことになると考えられる。

⑥ここで見出した統一的な定式化は軸対称に限るものであったが、その思想を拡張して、非軸対称の定常状態を求める試みも行った。

非軸対称の場合の一般的な扱いにまでは拡張できていないが、ある特別な状況では、恒星内部の磁場の解析的な厳密解が存在することがわかり、それを具体的に求めることができた。

その特別な状況は、以下のとおりである（１）密度が一定であること、（２）形状が３軸不等の場合を含めて厳密に楕円体であること、（３）磁場が z 軸成分のみしか持たないこと、（４）軸対称の場合の任意関数μの磁気流束関数による積分がデカルト座標のｘとｙの２次式であること、である。　この条件の下で、自己重力が作用し、さらに磁場の存在する定常状態の形状と、磁場構造、電流分布を含めたすべての物理量が解析的な式で表され、それを具体的もとめることができた。その際、関数μの積分をΦと書くとき、

$$\Phi = \alpha x\hat{} + \beta y\hat{}2$$

のように、２つの定数パラメータαとβを導入すると、αとβの大きさや符号により、軸対称楕円体や非軸対称楕円体の定常状態が表される。それらの定常解は、古典的な Maclaurin 楕円体を磁場のある場合へ一般化したものと、Dedekind 楕円体をこれも磁場のある場合へ一般化したものになっている。

磁場を含んだ解析的な厳密解で、しかも単純な状況を表現するものは、この解が初めてのものであり、今後さまざまな状況で利用される可能性を秘めている。

さらに、古典的な回転星の場合と違い、磁場と電流の向きの関係の選び方から（αとβの符号の選び方に対応する）、遠心力と逆向きのローレンツ力が作用する状況も許され、形状が扁平(oblate)ではなく扁長(prolate)の定常状態も可能となっている。Prolate な定常状態は、その存在が予想されてはいたものの、数値的にも解析的にもきちんとした解として求められたのはこれが初めてである。

このように、基本方程式の積分可能条件を基に考えることで、電流密度の形が制限されたものであることがわかり、そのときに現れる任意関数の物理的作用も明確になるため、その関数形の適切な選択によって、多種多様な軸対称定常状態を求めることができるようになった。

残されている課題は、磁場を含んだときの星風の構造を求める数値計算法を確立し、磁場入り星風の全体像を提示することである。

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計３件）

① E. Gourgoilhon, C. Markakis, K. Uryu Y. Eriguchi: “Magneto-hydrodynamics in stationary and axisymmetric spacetimes: A fully covariant approach”, Physical Review D83, 104007, 2011, 査読あり

② F. Galeazzi, S-i. Yoshida and Y. Eriguchi :”Differentially-rotating neutron star models with a parametrized rotation profile”, Astronomy and Astrophysics, 2011, 査読あり、掲載決定

③ J. Otani, R. Takahashi and Y. Eriguchi: “Equilibrium states of magnetized toroid-central object systems”, Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 396 巻, 2152-2166, 2009, 査読あり

学会発表〕（計７件）

① 藤澤幸太郎、吉田慎一郎、江里口良治:「強磁場を伴った白色矮星の磁場構造」、日本天文学会、2011 年 3 月 16 日、筑波大学

② 藤井亮治、藤澤幸太郎、江里口良治 :「磁場を伴う中性子星とガス円盤の系の一般相対論的な定常構造」、日本天文学会、2011 年 3 月 16 日、筑波大学

③ 川村拓夢、谷口敬介、吉田慎一郎、江里口良治 :「定常磁場星の新しい厳密解」、日本天文学会、2011 年 3 月 16 日、筑波大学

④ 藤澤幸太郎、大谷潤、高橋労太、吉田至順、江里口良治 :「中心天体とその周囲の磁場を伴う高密度なトーラスの定常的な構造」、日本天文学会、2010 年 9 月 23 日、金沢大学

⑤ K, Fujisawa, S-i, Yoshida and Y, Eriguchi: ”Stationary and axisymmetric configurations of compact stars with extremely strong and highly localized magnetic fields”, 274IAU Symposium, 2010 年 9 月 7 日、Naxo s (Italy)

⑥ S-i. Yoshida, K. Fujisawa and Y. Eriguchi: "Stationary and axisymmetric magnetized equilibria of stars and winds", 274IAU Symposium, 2010年9月10日、Naxos (Italy)
⑦ 藤澤幸太郎、吉田慎一郎、江里口良治:「超強内部磁場を伴う中性子星の構造」、日本天文学会、2010年3月26日、広島大学

６．研究組織
(1)研究代表者
江里口　良治 (ERIGCHI YOSHIHARU)
東京大学・総合文化研究科・教授
研究者番号：80175231

(2)研究分担者
( )

研究者番号：

(3)連携研究者
( )

研究者番号：