

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 6月 5日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008 ～ 2012

課題番号：20540261

研究課題名（和文）

ゲージ理論の量子論的力学の解明

研究課題名（英文）

Study on quantum-mechanical dynamics of gauge theories

研究代表者

早川 雅司 (HAYAKAWA MASASHI)

名古屋大学・理学研究科・准教授

研究者番号：20270556

研究成果の概要（和文）：

電磁気的な力の量子論（QED）が電子の異常磁気能率に及ぼす効果における10次摂動項の理論計算を完了し、電気的な力の強さを世界最高精度で与えることができた。また、ミュー粒子の異常磁気能率におけるQEDの8次摂動項の数値精度の改善と10次項の計算を完了することによって、将来の実験的不定性に比べて十分小さい理論誤差でQED補正項の値を得ることができた。QEDを格子正則化の下でシミュレーションすることで中間子の質量におけるQED補正を計算し、現在標準値として参照されているアップ・クォーク、ダウン・クォーク及びストレンジ・クォークの質量の値を提示することができた。電弱対称性の破れを引き起こす上で適切な力学を持つゲージ理論を探求するため、格子ゲージ理論に基づく数値シミュレーションを遂行し、基本表現に属するディラック場を10個を有するSU(3)ゲージ理論がその候補になり得ることを指摘した。

研究成果の概要（英文）：

I completed the computation of the tenth-order QED contribution to the anomalous magnetic dipole moment ( $g-2$ ) of the electron, and presented the most precise value for the fine structure constant. As for the muon  $g-2$ , by improving the numerical precision of the eighth-order QED contribution, and by completing the computation of the tenth-order contribution, the QED contribution in the muon  $g-2$  was determined with the uncertainty less than that to be achieved by the next-generation experiments. By simulating QED on the lattice, the electromagnetic correction in the masses of mesons was computed, and as a consequence, the masses of up, down and strange quarks can be determined, which are at present recognized as the standards. I carried out the simulation based on the lattice gauge theory to search the gauge system which may be responsible to the spontaneous breakdown of electroweak symmetry. I pointed out that the SU(3) gauge theory with ten-flavors of massless Dirac fermions is one of such candidates.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
2012年度	600,000	180,000	780,000
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：物理学

科研費の分科・細目：素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理（理論）

キーワード：素粒子理論・ゲージ理論・場の量子論・異常磁気能率・クォーク質量・QED・多フレーバQCD

## 1. 研究開始当初の背景

電子の異常磁気能率( $g-2$ )は、電磁相互作用のゲージ理論である QED が構築されて以来、電磁相互作用に関するミクロなレベルかつ最も精密な検証を提供してきた。しかし、電子の  $g-2$  の新しい測定結果が 2006 年に提示されたにも関わらず、QED の 10 次摂動に関する知見の欠如のために精密検証の新展開が阻まれている状況が続いていた。また、ミュオン粒子の  $g-2$  に対する素粒子標準模型による予言値がその実験値からずれている点に確証を与える次世代実験の計画が提案される中、QED の 8 次摂動の妥当性の検証とさらなる定量性の向上、及び 10 次摂動の理論計算が要求されることとなった。「予言能力」というのは、素粒子理論の意義と直結する重要な性質である。しかし、クォーク・レプトンをはじめ、すべての素粒子の質量の起源に関する研究では、この点を満たすことができず、小林・益川理論以降実質的な理論の発展はなかった。場の量子論の範疇で予言能力を追求する唯一残された方向性としては、ゲージ理論の非摂動力学を中核に備えた素粒子模型構築しか残されていない。このような中で、電弱対称性の自発的な破れを誘導する上で適した新しい非摂動力学を持つゲージ系を探求する手段として、格子ゲージ理論シミュレーションが有効となる可能性についての研究が模索され始めた。研究開始当初、目標とする質量のうち、3 つの軽いクォーク（アップ・クォーク、ダウン・クォーク、ストレンジ・クォーク）の質量の値は、非常に大きな不定性を呈していた。例えば、ダウン・クォークの質量は、4 MeV から 10 MeV の間であろう、という程度でしか決まっていなかった。他方、陽子などのハドロンをクォークを基本的構成単位として構成するゲージ理論、QCD、に関する数値シミュレーションの精密化を、「京」など次世代の計算機を利用して推進する可能性が検討されていた。

## 2. 研究の目的

1 で多岐に渡る素粒子物理の課題において、ゲージ場の量子論的力学の解明が要求されていることを見た。しかし、現段階ではゲージ場の量子論的力学を明らかにする系統的な計算方法はなく、各副課題に適した方法や近似法を開拓することが不可欠である。本研究課題では、以下の 4 つの副課題に対し、方

法の開拓を含む研究を遂行する：

- ① 電子の異常磁気能率に対して QED が摂動の 10 次で及ぼす寄与は、計 12,672 個のファイマン図形により構成されるが、これらすべての図形からの寄与の計算を完了する。また、8 次補正の数値計算精度の向上をする。この研究によって、電磁相互作用に関する最高精度の検証を提供する。
- ② ミュオン粒子の異常磁気能率( $g-2$ )における 8 次 QED 摂動補正は、実験値と理論値との差と同じ大きさである。8 次補正の理論計算を再点検することによって、両者の間の差が QED 補正計算における誤りに由来するものではないことを確認する。ミュオン粒子の  $g-2$  に対して次世代実験が目指す精度を考慮すると無視できなくなる 10 次 QED 摂動補正を完全に計算する。
- ③ 本課題開始当初の段階で、生成・消滅する仮想的クォークの効果を含む格子 QCD シミュレーションが実践され、それに基づくクォークの質量の値が提示され始めた。しかし、その時点での格子 QCD シミュレーションは、技術的な理由のため、アップ・クォークとダウン・クォークの質量のある種の平均値しか提示できなかった。アイソスピンの破れの源は、アップ・クォークとダウン・クォークの質量差と、これら 2 つのクォークが帯びている電荷の違いの 2 つから成る。従って、後者、すなわち、QED 相互作用を介しハドロンの諸性質に反映されるアイソスピンの破れを、格子 QCD シミュレーションの文脈で評価して初めてアップ・クォークとダウン・クォークの質量差を個別に与えることができる。本課題では、QED も格子正則化し、その力学をシミュレートする方法が精密計算化を図る上で有効か否かを調査し、軽いクォークの質量に対して精度の高い値を提示することを目標とする。
- ④ 電荷の変化を伴わないクォークのフレーバが変わる過程に対する実験的制限から、電弱対称性の自発的破れを誘導する上で適した力学を備えるゲージ理論の候補は、カイラル凝縮演算子のスケールリング次元が 2 程度まで下がるようなものでなければならない。基本表現に属

するフェルミオン場を適度に多く含むゲージ理論は、そのような候補である。仮想的に生成・消滅されるフェルミオンが及ぼす力の性質が鍵となるため、適しているか否かの判断には、この効果を何らかの非摂動的な方法で計算することが必要である。格子ゲージ理論によるシミュレーションによって、10個のディラック・フェルミオンを含むSU(3)ゲージ理論、6個のディラック・フェルミオンを含むSU(2)ゲージ理論、それぞれの系の力学的様相を調べ、カイラル対称性の自発的な破れの有無、カイラル凝縮演算子の異常次元の大きさ、ヒッグス粒子に相当するフレーバ単純項・スカラー束縛状態の質量などを計算によって明らかにすることを目標とする。

### 3. 研究の方法

- I. 電子とミュオン粒子の異常磁気能率の高次摂動計算の研究に関しては、申請時において戦略と方法の確立がほぼ済んでいた。まず、計12672個のファイマン図形を、図1のようなゲージ不変な集合（図は各々の集合に属する一例を表す）に分類する。10次では紫外発散の構造も非常に複雑となり、一つの図形からの寄与さえ数値計算するプログラムを誤りなく書くことが困難となる。従って、そのような数値計算プログラムを生成するようなアルゴリズムとそれを実装したプログラムの構築を模索してきた。ゲージ理論で必要な繰り込み操作の詳細から、すべての図形の紫外発散項を生成するには、克服すべき課題が複数ある。10次項の計算を完了する上で効率的と判断し選択した戦略は、以下のようなものである。図1のセットのうち、比較的要素が少なく、結果の正当性を何らかの方法でチェックできるものは、その数値計算用プログラムを手で作成する。それ以外に対しては、個々のセット毎の特徴を考慮しながら、計算の自動化を図る。例えば、フェルミオンのループを全く含まないセットVは、全体のほぼ半数の計6354個のファイマン図形から成り、これらの寄与をすべて計算できるか否かが、研究の完了を左右する。すでに準備段階で、セットVの特異性を考慮することが、逆に図形の生成と紫外発散構造の解析を非常に単純化することを見出していた。また、自動化により計算を推進する上で不可欠である、「紫外発散」の系統的処理法についても、2007年の段階で方法の一つ開発していた。本研究では、セットV用の自動計算プログラムを完了す

る。その内容は、セットIV及びセットI(i)それぞれに拡張できる。独立にセットII(e)、VI(d)、VI(g)、VI(h)に対して

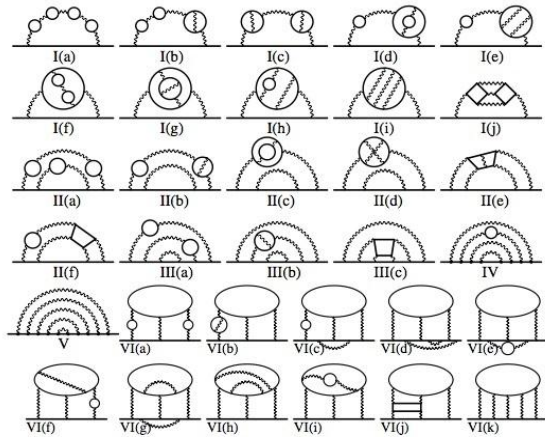


図1 QED 10次摂動におけるファイマン図形の分類

- も計算の自動化を図る。
- II. 軽いクォークの質量の値の精密化を果たすため、格子QCD+QEDのシミュレーションにより $\pi$ 中間子、K中間子の質量におけるQCD及びQEDの力学効果を明らかにし、中間子の質量をインプットとしてクォークの質量の値の決定をする。ただし、最初は格子QEDによる方法の有効性の確認をするため、仮想クォークはQEDに関する電荷をもたない近似(クエンチQED)を採用してシミュレーションを遂行する。また、電荷を帯びたクォークの効果をreweighting法により計算する方法の実行性のテストも並行して準備をする。
- III. 構造群がSU(3)で10個のディラック・フェルミオンから成るゲージ理論において、カイラル対称性の自発的な破れが起こるか否かを判定するため、まずは、有限サイズ効果を利用して定義される有効ゲージ結合定数を格子ゲージ理論のシミュレーションの計算から決定する。有効ゲージ結合定数は一般にエネルギーに依存して値が一般に変化するが、ある値に赤外固定点が存在する可能性がある。その場合、真空はカイラル対称性の破れ(その場合には長距離の物理を支配する一つのスケールが入る)を引き起こさず、むしろ、長距離極限は共形不変性を持つ可能性が示唆される。同様な計算をSU(2)で6個のディラック・フェルミオンを有するゲージ理論に対しても行う。こちらの系に関しては、束縛状態のスペクトルやカイラル凝縮などの諸量を調べるためのシミュレーションを別途推進し、カイラル対称性の破れが起きている系との比較(有限体積効果など)から、系の力学的性質を明らかにす

る。カイラル対称性が破れているようであれば、ヒッグス粒子に相当するスカラ束縛状態の質量を求める。

#### 4. 研究成果

- ① 2012年に電子の異常磁気能率 ( $g-2$ ) に関する10次摂動項の計算を一通り完了し、それを含む結果を学術論文として発表した。10次の寄与を与えることによって、理論的不定性が実験の測定誤差を下回ることとなり、両者は小さくなった不定性の範囲で矛盾しないことが示された。理論的不定性は主に、ルビジウム (Rb) のド・ブロイ波長の精密測定を経て決められた微細構造定数 (電磁相互作用が素粒子レベルで一度働く際の強さ)、 $\alpha$  (Rb)、の不定性に由来する。そのため、QEDは正しいと仮定した上で、電子の  $g-2$  に対して今回得た理論式と実験値を比較することで、最高精度の微細構造定数の値  $\alpha$  (ae) を与えた。そして、電子の  $g-2$  から決定した微細構造定数  $\alpha$  (ae) と  $\alpha$  (Rb) の比較により、物理現象に関する横断的な検証を行うことができた。
- ② 表1は、ミュオン粒子の異常磁気能率に関する結果 (sum) と、各摂動毎の寄与を示す。微細構造定数として  $\alpha$  (ae) を使う場合と  $\alpha$  (Rb) を使う場合の2種類の計算値を与えた。10次項が計算される以前では、次世代実験が目標とする誤差  $0(1) \times 10^{-11}$  と同じ大きさの理論的不定性があった。表Iは、本研究で10次項の計算を完了し、数値誤差1パーセント以下でその値を与えた結果、QEDの寄与に由来する不定性を無視できるレベルにまで削減できたことを示す。

TABLE I: 各摂動次数の QED の寄与 ( $\times 10^{11}$ )

order $2n$	using $\alpha$ (Rb)	using $\alpha$ ( $a_e$ )
2	116 140 973.318 (77)	116 140 973.213 (30)
4	413 217.6291 (90)	413 217.6284 (89)
6	30 141.902 48 (41)	30 141.902 39 (40)
8	381.008 (19)	381.008 (19)
10	5.0938 (70)	5.0938 (70)
sum	116 584 718.951 (80)	116 584 718.846 (37)

- ③ クォークが電荷を帯びているため、その束縛状態である  $\pi$  中間子や K 中間子の質量は QED 補正を受ける。この効果を格子 QED、ただし、クエンチ QED の近似の範囲で、シミュレートすることによって、軽いクォークの質量を決定した。この導出に先立ち、ストレンジ・クォークを重いとみなした QED を含む低エネルギー有効理論を構築し、その枠内で  $\pi$  中間子や K 中間子の質量に対する理論式を導出し、シミュレーション・データにフィットし

て QCD の非摂動力学をパラメトライズするパラメータを決定した。これらのパラメータの値と  $\pi$  中間子や K 中間子の質量の実験値をフィット関数に再び用いることによって、アップ・クォークの質量として 2.24 (36) MeV、ダウン・クォークの質量として 4.65(36)MeV、ストレンジ・クォークの質量として 97.6(6.2)MeV を得た。Particle Data Group によって素粒子属性に関する標準値が数年単位で取りまとめられているが、最新の資料では上記の値がこれら3つのクォークの質量の中心値を与えている。また、仮想クォークの電荷及びそれに由来する QED 効果を、Monte Carlo 法の確率密度の reweighting によって取り込むシミュレーション法の有効性をテストするため、ドメイン・ウォール・フェルミオンを用いて行った。その結果、reweighting 因子の安定性などを確認し、reweighting 法の有効性を指摘した。

- ④ ゲージ対称性が SU(3) で10個のディラック・フェルミオンから成る理論に対し、プラケット・ゲージ作用と素朴なウィルソン・フェルミオンによる数値シミュレーションを行い、シュレンディンガー汎関数を介して定義される結合定数を計算した。図2は長さのスケールを2倍にした際の有効結合定数の変化分を、結合定数の2乗  $u$  の逆数に対するプロットである。この図は、 $1/u$  が 0.1 から 0.3 の間に、繰り込み群変換のもとでの結合定数の変化が止まる点 (赤外固定点) が存在することを示唆している。この結果より、フェルミオンが10個の理論は長距離極限で共形不変であり、比較的強結合の固定点を有する可能性があることを示した。ゲージ群が SU(2) で6個のディラック・フェルミオンから成る系に関して同様の計算を行い、 $1/u$  が 0.2 以下までには固定点がないことを示した。

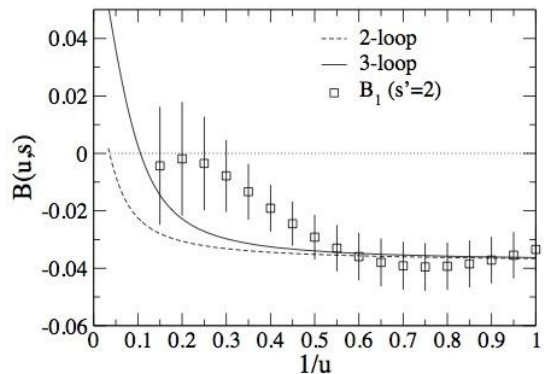


図2 SU(3) + Nf=10 における離散的β関数

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 17 件)

- ① T.Blum, R.Zhou, T.Do, M.Hayakawa, T.Izubuchi, S.Uno and N.Yamada, Electromagnetic mass splittings of the low lying hadrons and quark masses from 2+1 flavor lattice QCD+QED, Physical Review D 82, 査読あり、2010、094508.
- ② M.Hayakawa, K.-I.Ishikawa, Y.Osaki, S.Takeda, S.Uno, and N.Yamada, Running coupling constant of ten-flavor QCD with the Schrodinger functional method, Physical Review D 83, 査読あり、2010、074509.
- ③ T.Ishikawa, T.Blum, M.Hayakawa, T.Izubuchi, C.Jung and R.Zhou, Full QED+QCD low-energy constants through reweighting, Physical Review Letters 109, 査読あり、2012、072002.
- ④ T.Aoyama, M.Hayakawa, T.Kinoshita and M.Nio, Tenth-Order QED Contribution to the Electron  $g-2$  and an Improved Value of the Fine Structure Constant, Physical Review Letters 109, 査読あり、2012、111807.
- ⑤ T.Aoyama, M.Hayakawa, T.Kinoshita and M.Nio, Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon  $g-2$ , Physical Review Letters 109, 査読あり、2012、111808.
- ⑥ M.Hayakawa, K.-I.Ishikawa, Y.Osaki, S.Takeda and N.Yamada, Lattice study on two-color QCD with six flavors of dynamical quarks, Proceedings of Science LATTICE 2012, 査読なし、2012、040.
- ⑦ T.Blum, M.Hayakawa and T.Izubuchi, Hadronic corrections to the muon anomalous magnetic moment from lattice QCD, Proceedings of Science LATTICE 2012, 査読なし、2012、022.

[学会発表] (計 5 件)

- ① 早川雅司、石川健一、尾崎祐介、武田真滋、宇野隼平、山田憲和、SU(2)+6-flavor ゲージ理論の量子論的力学、日本物理学会 (関西学院大学西宮上ヶ原キャンパス)、2012年3月
- ② M.Hayakawa、K.-I.Ishikawa、Y.Osaki、S.Takeda、S.Uno、N.Yamada、Lattice study on

two-color QCD with six flavors of dynamical quarks, Lattice 2012 (Cairns, Australia), June 2012

- ③ M.Hayakawa、Updating quantum electro-dynamical contribution to the muon  $g-2$ , tau 2012 (Nagoya), September 2012
- ④ 早川雅司、Anomalous magnetic dipole moments of muon and electron: Progress in theoretical calculation、日本物理学会 (広島大学東広島キャンパス)、2013年3月

[その他]

プレス・リリース

「物理学史上最も精密な理論値」  
[http://www.nagoya-u.ac.jp/about-nu/public-relations/researchinfo/upload\\_images/20120910\\_sci.pdf](http://www.nagoya-u.ac.jp/about-nu/public-relations/researchinfo/upload_images/20120910_sci.pdf)

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者

早川雅司 (HAYAKAWA MASASHI)

名古屋大学・理学研究科・准教授

研究者番号：20270556