

機関番号：13903

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20540264

研究課題名 (和文) 数値計算による格子ゲージモデルの相構造の研究とその相転移現象への  
応用研究課題名 (英文) Study on lattice gauge models by numerical simulations and  
its application to critical phenomena

研究代表者

一瀬 郁夫 (ICHINOSE IKUO)

名古屋工業大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：20159841

研究成果の概要 (和文) : 本研究においては、物理学の種々の分野において近年益々その重要性が明らかとなっているゲージ理論について、その非摂動的定式化である格子ゲージ理論を、主に数値計算的手法を用いて調べ、その結果を相転移現象に応用することを目的とする。

本研究において、3 次元および 4 次元のゲージ理論の多彩な相構造が明らかとなり、強相関電子系、量子スピン系および素粒子論や宇宙論で重要であるヒッグスゲージ理論に関する新しい知見を得ることが出来た。

研究成果の概要 (英文) : In the present research project, we have studied various types of gauge field theories by means of the Monte-Carlo simulations on lattice gauge models. Most of the gauge-theory models that were studied in the present project are motivated by elementary particle physics, cosmology, condensed matter physics including disordered systems of Bose-Einstein condensation, strongly-correlated electron systems, quantum spin systems and cold atom systems. We found very interesting phase structures and critical phenomena concerning to the above mentioned physical systems.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	2,300,000	690,000	2,990,000
2009 年度	600,000	180,000	780,000
2010 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：理論物理学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：ゲージ理論、数値シミュレーション、臨界現象、場の量子論、強相関電子系

## 1. 研究開始当初の背景

1990 年代に認識された量子ホール効果および高温超伝導に代表される強相関電子系の研究の重要性を受けて、従来の枠組みとは異なる物理概念を用いてこれらの物理現象を

理解しようとする機運が高まってきた。一方素粒子物理学においては、強い相互作用を記述するための格子ゲージ理論の重要性と計算技術の進歩による予言能力の発展は不動のものとなりつつあった。この動きを受けて、21 世紀に入ると、格子ゲージ理論の知識と技

術を用いて、強相関物性現象を理解する可能性と重要性が特に米国を中心に認識されるに到った。特にその中で重要な問題は、多体量子効果により、構成物質（例えば電子）とは異なる量子数を持つ素励起が出現する可能性が実験事実を基に指摘された点である。これは、量子色力学における閉じ込め現象と密接に関係し、自然現象の普遍性を如実に示すものであると言えよう。

本研究においては素粒子物理学の強い相互作用を記述する格子量子色力学で得られた計算技術や物性物理学の研究で得られた数値計算技術、臨界現象に対する理解を背景に、新たに出現した新奇量子多体現象を記述する格子ゲージモデルを構築し、それらの系を主に数値計算実験により調べることを目標とした。また特に近年、極低温原子系の実験技術が飛躍的に向上したことを受けて、それまで単にアカデミックな対象であった種々の理論モデルが現実の系として実現されることとなった。これを受けてゲージ理論を極低温原子系で検証しようとの動きが始まっている。本研究においても、この動きを念頭に置いて研究を進めた。また 2000 年にフランスのグループにより発見された強磁性超伝導現象もゲージ理論の枠内で捉えられることが明らかになりつつあり、本研究でも研究対象となることが予想された。

## 2. 研究の目的

(1) 本研究の目的の一つに、種々の物理現象に普遍的に現れるゲージ対称性の意味を明らかにし、より深い理解と知見を得ることが挙げられる。

(2) 上記の目的を念頭に置き、個々の物理現象を記述するゲージ理論的モデルを構築するために、物理現象として強相関電子系、フラストレートした量子スピン系、新奇超伝導現象、有限温度・有限密度における量子色力学などの現象に関する実験結果を詳細に検討し、モデルを提唱する。

(3) 上記のように構築された種々のモデルについて解析的な手法および数値実験による研究を行う。このために新しい計算手法の開発や、提案されている新規解析方法の検討を行い、その適用範囲を明確にする必要がある。

以下に、具体的に研究の目的を説明する。

(4) 近年発見され実験的にその概要が明らかにされつつある d-波超伝導について、そ

の臨界現象・相転移を記述する超伝導 Ginzburg-Landau モデルを提唱し、その相構造について調べる。特にこのモデルでは超伝導を起こす Cooper-pair が格子リンク上に定義されるので、臨界領域において新たな位相的励起の存在が期待される。本研究ではその存在がどのようにモデルの相構造に影響し、また実験で観測されるかについて調べ明らかにする。

(5) 高温超伝導物質の発見とその後の精力的な実験による研究により、それらの物質の持つ複雑さと新奇さが明らかにされた。発見当初から特にその低ドープ領域がそれまでの超伝導物質と異なり、電子間相関の影響を強く受けていることが明らかになった。本研究においては高温超伝導物質の 3 次元性の重要性に注目して、新しい電子状態・スピン液体の存在とそれを記述するモデルを有限温度の現象を念頭において構築し、主に数値計算によりその相構造・臨界現象を解明することを目的とする。提唱するモデルは空間 3 次元のゲージモデルであり、素粒子論で良く知られているように、非閉じ込め相が存在する。この相が電子の量子数の分離現象と対応すると期待される。

(6) 高温超伝導物質は銅酸化物であり、不純物や格子欠陥が多数存在する不均一な物質である。このような系はランダム系として以前より特異な現象・振舞を示すことが知られていた。その中で特に顕著なものがアンダーソン局在である。また近年、これらの不純物効果とその出現に一様性を要求する超伝導現象にどのように影響するか興味を持たれている。本研究では特に d-波超伝導を記述する Ginzburg-Landau 理論にその不純物効果としてのランダムな不均一性をいれ、超伝導相がどのように影響を受けるかを調べることを目的とする。d-波超伝導を記述するため、空間格子のリンク上に置かれた Cooper-pair はゲージ場として振舞うことになり、これまで得られたゲージ理論に関する知見が有効であることは明らかであるが、また本研究の成果により、ゲージ理論の新たな側面が見出されることも期待される。

(7) 近年極低温原子系がその実験技術の目覚ましい進歩により注目を集めている。また、上記の高温超伝導物質と異なり、不純物がなく、また相互作用の強さもコントロール可能な物理系であるため、これまで提唱されてきた理論モデルを検証する絶好の舞台となっている。本研究ではその背景を受け、強相関ボーズ粒子系について調べ、現象を予言することをその目的とする。具体的には高温超伝導現象を記述する t-J モデルのボーズ粒子版

である bosonic t-J モデルについて主に数値計算により調べ、その相構造・臨界現象・素励起を明らかにすることを目的とする。

(8) 2000年にフランス・グルノーブルのグループによって発見された強磁性超伝導体は、これまで常識とされていた磁性と超伝導の排他効果を覆すことになった。本研究においてはこの現象をゲージ理論の枠内で捉え、それを本質的に記述する格子モデルを構築し、その相構造と共存のメカニズムを明らかにすることを目的とする。具体的には強磁性と超伝導を同時に記述する格子ゲージモデルを提唱し、その相構造、特に相の安定性、非自明な位相励起の挙動等について調べる。

(9) 上記の強磁性超伝導現象と関連して、複数個の Cooper pair が存在する超伝導モデルは素粒子論における複数ヒッグスモデルに対応している。このモデルを数値計算の手法で調べ、力学的挙動を明らかにすることは大変興味深い問題である。

### 3. 研究の方法

(1) まず計算機による数値実験が本研究において重要な研究手法である。そのために、従来からの研究手法を会得するとともに、新しい計算手法および新しい物理量の計算方法を開発する必要がある。

(2) 以上のことを念頭に置き、具体的なモデルの研究を進めると同時に、インスタントン、ポルテックス等を代表とする位相励起密度の計算、ゲージ場の質量の計算、相関関数の計算等を行った。また、相転移の次数を決定するために、ヒストグラム法を開発して特に1次転移を同定する方法を用いた。モンテ・カルロ法の精度を上げるために、マルチヒストグラム法を用いた。2次転移については有限サイズスケリング法を用いて、臨界指数を決定した。

(3) 数値計算の手法を補うために、平均場近似法、 $1/N$  展開法、高温展開法等を用いた。また繰り込み群の観点から得られた結果に対して検討を行った。

(4) 有限サイズスケリングで得た臨界指数を、 $1/N$  展開法で求められている値と比べ、相転移のユニバーサルティークラスを同定した。またモデルによっては臨界指数がある点を境に変化するため、測定の精度を上げる必要がある。このために複数の計算方法を複合して用いた。

### 4. 研究成果

(1) 強磁性超伝導に代表される複数の凝縮場を持つ有効場の理論である複数ヒッグスモデルを数値計算の手法により調べた。特に2および3種類のヒッグス場がある場合にはその結合定数の大小により転移の個数および各転移の次数が変化することを見出した。またこの系は加圧された液体水素の相転移を記述すると期待され、今後得られる実験結果との比較が興味深い。

(2) 極低温ボソン原子系の有効理論としてボーズ粒子 t-J モデルを考え、その相構造等を明らかにした。この系は大きく分けて2つの相転移が存在する。1つは反強磁性・常磁性転移であり、もう1つは超流動転移である。本研究によりこれらの相の位置関係が明らかにされた。また、反強磁性と超流動が共存する相の存在も確認された。この結果は予言であり、近い将来実験にて確認されることが期待される。さらに反強磁性相と超流動相が相分離状態で共存するパラメーター領域を見つけ、それらヘテロ構造の振る舞いについて調べ、興味深い結果を得た。特に超伝導物質で実現されるジョセフソン効果に類似した現象に関する研究結果は近い将来実験で検証されることが期待される。

(3) d-波超伝導状態に対する不純物効果を調べた。不純物濃度が15%を超えると超伝導状態が消滅し、スピングラス相に似た新たな相が出現することが分かった。

(4) フラストレーションのある量子スピン系の典型例としてスピン1/2の三角格子ハイゼンベルグモデルを調べた。スパイラル秩序が存在するときにはこの系が一種の $Z(2)$ ゲージモデルで表わされることを示し、数値実験によりその相構造を明らかにした。特に励起としてスピン1/2のスピン子が現れる相が存在していることを見出した。この後、このスピン系にホールをドープした場合を調べることは大変興味深い。電荷がeのホールが単体で凝縮し、超伝導状態が出現する可能性が期待される。この問題に関して一様ボソン場を用いた計算を行い、スピン状態がドープされたボソンにより大きく変化を受けることを見出した。

(5) 強磁性超伝導を記述する最も基本的なモデルを提唱した。物質中の磁性を表すためベクターポテンシャルを導入し、その磁場の強さが磁化と同定される。一方P-波の超伝導は、それを記述する場が3成分あるので、その場を表す変数として $CP(2)$ 変数を導入した。自発磁化と超伝導のCooper pairがもつスピ

ンが相互作用し共存の可能性を与えるが、一方でベクターポテンシャルはCooper pair が移動するときに相互作用する。これは複雑な効果を与えるが、提唱したモデルの大域的な相構造を明らかにした。

(6) d-波超伝導を記述する Cooper pair は coherence length が短いことが知られている。これを受けて Cooper pair を空間格子のリンク上で定義するのが自然である。このように導入した超伝導の秩序変数を用い Ginzburg-Landau 理論を構築するし、その振る舞いを数値計算により調べた。モデルは一種のゲージ理論と見なすことが出来、通常の超伝導相の中に、ゲージ場としての振る舞いを示す物理量であるインスタントン密度の変化により、もう1つの転移が存在することを見出した。極低温原子系などの不純物効果が少ない系で確認されることが期待される。

(7) 極低温光格子に捕獲されたフェルミオン系は、スピンの SU(2) 対称性を含むより大きな対称性を持つことが指摘された。例えばスピンの大きさが 3/2 のフェルミオン系は Sp(4) 対称性を持つ。このことより Sp(N) 反強磁性ハイゼンベルグモデルを調べることが重要となる。本研究では Sp(N) ハイゼンベルグモデルの有効場の理論として CP(N-1) モデルを導き、1/N 展開法、数値実験等によりその相構造を調べた。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

① Finite-temperature phase diagram of the three-dimensional hard-core bosonic t-J model, Y.Nakano, T.Ishima, N.Kobayashi, K.Sakakibara, I.Ichinose, T.Matsui Phys.Rev.B (in press), (査読有り)

② Effective field theory for Sp(N) antiferromagnets and their phase structure, K.Kataoka, S.Hattori, and I.Ichinose, Phys.Rev.B83, No.17, 174449, (2011) (査読有り)

③ Phase structure of the anisotropic antiferromagnetic Heisenberg model on a layered triangular lattice: Spiral state and spin liquid, K.Nakane, T.Kamijo, and I.Ichinose, Phys.Rev.B83, 054414, No.5, (2011) (査読有り)

④ Antiferromagnetic, meta-insulator, and superconducting phase transitions in underdoped cuprates: Slave-fermion t-J model in the hopping expansion, A.Shimizu, K.Aoki, K.Sakakibara, I.Ichinose, and T.Matsui, Phys.Rev.B83, No.6, 064502 (2011) (査読有り)

⑤ Phase structure of Z(2) gauge theories for frustrated antiferromagnets in two dimensions, K.Nakane, A.Shimizu, and I.Ichinose, Phys.Rev.B 80, No.22, 224425, (2009) (査読有り)

⑥ Phase structure and critical behavior of multi-Higgs U(1) lattice gauge theory in three dimensions, T.Ono, S.Doi, Y.Hori, I.Ichinose, and T.Matsui, Ann.Phys.324, No.12, (2009) 2453-2464 (査読有り)

⑦ Magnetic order, Bose-Einstein condensation, and superfluidity in a bosonic t-J model of CP1 spinons and doped Higgs holons, K.Aoki, K.Sakakibara, I.Ichinose, and T.Matsui, Phys.Rev.B 80, No.14, 144510(2009) (査読有り)

⑧ Effects of disorder on a lattice Ginzburg-Landau model of d-wave superconductors and superfluids, T.Shimizu, S.Doi, I.Ichinose, and T.Matsui, Phys.Rev.B79, No.9, 092508, (2009) (査読有り)

⑨ U(1) lattice gauge model for unconventional superconductors: Link Cooper pair as dual gauge field, K.Sawamura, I.Ichinose, and Y.Moribe, Mod.Phys.Lett.A23, No.33, 281-2833(2008) (査読有り)

⑩ Four-dimensional CP1+U(1) lattice gauge theory for three-dimensional antiferromagnets: Phase structure, gauge bosons, and spin liquid, K.Sawamura, T.Hiramatsu, K.Ozaki, I.Ichinose, and T.Matsui, Phys.Rev.B77, No.22, 224404(2008) (査読有り)

[学会発表] (計 13 件)

①大羽裕一郎、「量子連続測定の下での自由粒子波束の時間発展」日本物理学会、2010年9月23日、大阪府立大学

②服部真也、「光学格子にトラップされたスピ  
ン3/2原子系の相構造についての場の理論  
的研究」日本物理学会、2010年9月24日、  
大阪府立大学

③清水昭宏、「強磁性超伝導現象に対する場  
の理論的Ginzburg-Landau理論と数値実験に  
よる相構造の解明」日本物理学会、2010年9  
月24日、大阪府立大学

④竹内祐樹、「3次元CP(N)+U(1)ゲージモデ  
ルの臨界現象」日本物理学会、2010年9月  
25日、大阪府立大学

⑤中野勇気、「t-Jモデルの有効モデル：ダブ  
ルCP1+U(1)格子ゲージ理論」日本物理学会、  
2009年9月27日、熊本大学

⑥青木幸司、「スレーブフェルミオンゲージ  
理論によるt-Jモデルの相構造：金属・絶縁  
体転移と超伝導転移」日本物理学会、2009  
年9月27日、熊本大学

⑦清水昭宏、「フラストレートした反強磁性  
ハイゼンベルグモデルを記述するゲージ理  
論の相構造」日本物理学会、2009年9月26  
日、熊本大学

⑧片岡啓介、「Phase structure of Sp(N)  
antiferromagnets in two dimensions I:  
Field-theory approach」日本物理学会、2009  
年3月29日、立教大学

⑨服部真也、「Phase structure of Sp(N)  
antiferromagnets in two dimensions II:  
Monte-Carlo simulations」日本物理学会、  
2009年3月29日、立教大学

⑩榊原和彦、「Bosonic t-J 模型における CP1  
スピノンとボソニックホロンで見た磁気秩  
序と超伝導の関係」日本物理学会、2009年3  
月27日、立教大学

⑪清水智詞、「Phase structure of a  
Ginzburg-Landau theory for ferromagnetic  
p-wave superconductors」日本物理学会、  
2009年3月27日、立教大学

⑫一瀬郁夫、「Magnetic order and  
superconductivity in the bosonic t-J model」  
日本物理学会、2008年9月22日、岩手大学

⑬土井俊亮、「超伝導のRVB U(1)ゲージモデ  
ルの相構造と不純物効果」日本物理学会、  
2008年9月22日、岩手大学

[その他]

ホームページ等

<http://t-phys.web.nitech.ac.jp/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

一瀬 郁夫 (ICHINOSE IKUO )

名古屋工業大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：20159841