

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 3 日現在

機関番号：16301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008 ～ 2012

課題番号：20540274

研究課題名（和文） 過自由度による格子超対称性の実現

研究課題名（英文） Realization of lattice supersymmetry with over degree of freedom

研究代表者

宗 博人 (SO HIROTO)

愛媛大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：20196992

研究成果の概要（和文）：研究分担者二名との5年にわたる本課題研究の成果として以下の事が分かった。

- ・並進不変で局所的な格子理論の枠組みの定式化をおこなった。
- ・有限フレーバーの理論では、従来のライブニッツ則は成立しないことを証明した。
- ・フレーバーを格子サイズにとる（過自由度）の場合は、行列表現の形と高次元理論からの reduction と二種類あるが、連続極限（格子サイズ無限大）では、いずれにせよ非局所性が回復してしまい、数値計算に有効な形である局所的な形式にはできないことが分かった。
- ・格子論で固有なライブニッツ則的なものを追求することに希望があることが分かった。

研究成果の概要（英文）：The result of this project is listed as the followings;

1. Translational invariant and local lattice field theories have been formulated.
2. Ordinary Leibniz rule cannot be held with finite flavor on translational invariant and local lattice theory.
3. The matrix representation of the lattice theory as the lattice size flavor one satisfying with Leibniz rule is necessarily nonlocal theory after the continuum limit.
4. Another local lattice framework with Kaluza-Klein modes is also inconsistent with the Leibniz rule.
5. The only possibility for the lattice supersymmetry with locality is to rebuild a Leibniz rule in the lattice proper formalism.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
2012年度	600,000	180,000	780,000
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子

キーワード：素粒子（理論）

1. 研究開始当初の背景

素粒子の標準模型を超える試みは幾つかあるが、超対称性は最もといっていいほど有望な理論である。それは場の理論として無理のない内容を持ち、高エネルギーでは超弦模型とも接続がスムーズな理論であるからである。超対称性の最大の欠点は、その対称性の実現に伴い、統計が反対で、スピンの異なる粒子を予言してしまうが、未だ見つかってはいない。そこで超対称性を持つ理論の真空の性質などの非摂動的な効果を理解することが世界中の研究者から期待されている。そこで、私は非摂動効果の計算に得意な格子理論の上で超対称性を厳密に実現しようと考えたのである。本課題研究の開始当初の状況は、超対称な理論を持つ厳密な対称性（超電荷）を持つことをあきらめた理論で計算するか、数値計算としては厄介な非局所的な理論（物理量の計算がいつでも系全体の状況に依存する）で、計算するしかなかった。

2. 研究の目的

格子上で計算できる局所的な定式化で厳密な超対称性を実現できる理論の構築を目的

とした。それができれば実際の数値計算が実行可能になる。具体的には

- (1) 局所的な格子理論の一般的な定式化
- (2) 超対称な理論の相互作用を決めるべく格子上のライプニッツ則の構築。
- (3) 実際に相互作用する超対称な格子模型の構築。

3. 研究の方法

局所的で並進不変な理論の枠組みを定式化し、それを計算できる理論の出発点とした。具体的には

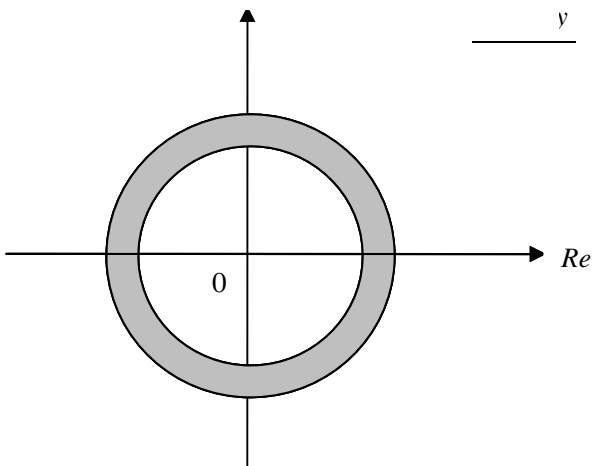
- (1) 一般の並進不変な格子理論が持つ係数に関する複素関数での定式化。
- (2) 過自由度理論の例としての行列表現での実現。
- (3) 過自由度理論の別の例としての高次元からのリダクションを使ったアプローチ。

4. 研究成果

成果として以下の事が分かった。

- (1) 並進不変で局所的な格子理論の枠組みの定式化。これは格子理論を定式化する一般的な係数を複素関数で表現するものである。

実際にその表現では、複素空間のある領域で正則であることが、局所な格子理論の必要十分条件であることが分かった。この領域とは原点を中心とした半径1の円を覆う有限な幅のある円環領域である。以下の図参照。



(2) 有限フレーバーの理論では、従来のライブニッツ則は、上で確立した枠組み（並進不変で局所的な理論の枠組み）では、無限系でも、周期的な境界条件を持つ有限系でも成立しないことが世界で初めて示された。いわゆる no-go 定理である。これは、今までの世界中の研究者が長年トライしても相互作用する厳密な超対称性を持つ格子理論を構築できなかった理由を始めて明らかにした仕事であり、重要な業績ではあるが、格子上の超対称性を構築しようという世界中の研究者に落胆も与えた。

(3) 上の (2) の成果により、従来の有限フレーバー（自由度）での格子上の超対称性は、あきらめざる負えなくなった。そこで、自由度を格子サイズにとる（過自由度）の場合を考えた。

① 行列表現によるアプローチ

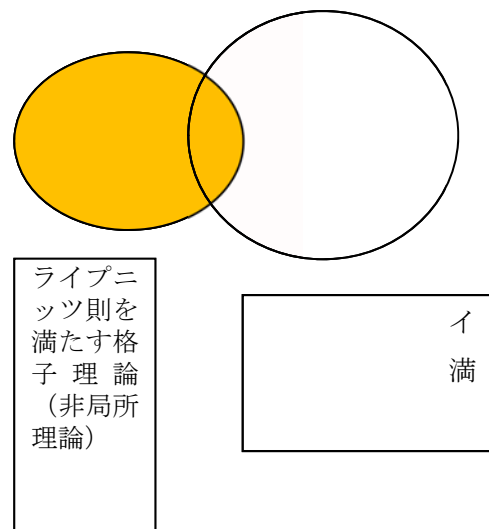
実際にライブニッツ則を実現できるほぼ唯

一つの方法であると思われる行列表現である。実際に、相互作用系も構築できた。が、フレーバー（自由度）は、格子サイズなので、連続極限で格子サイズを無限大にする極限では、このフレーバー数が無限になり、非局所性が回復することが分かった。これは非常に残念な結果である。

② 高次元からのアプローチ

高次理論からのリダクションで得られる Kaluza-Klein mode の数を有限にしたまま、ライブニッツ則の格子理論化は難しいことが分かった。これは①のアプローチで質量項に対応した項の係数を無限大に飛ばすことで試みたが、並進不変性との consistency が取れなかった。しかし、高次元（5次元）理論における特有な対称性も見つけたので、今後の研究に望みをつないだ。

(4) 格子論で固有なライブニッツ則的なものを追求することが有望であること。その結果、実際に相互作用する厳密な超対称性を持つ理論が構築されそうである。今までのライブニッツ則と発見されつつある格子理論固有なライブニッツ則との関係は、下図の通りである。



5. 主な発表論文等（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 6 件）

① Mitsuhiro Kato, Makoto Sakamoto, Hiroto So、A criterion for lattice supersymmetry: cyclic Leibniz rule、Journal of High Energy Physics, 査読有、Vol.1305、No.5、2013年、P089.

DOI:10.1007/JHEP05(2013)089 .

② Mitsuhiro Kato, Makoto Sakamoto, Hiroto So、Leibniz rule, locality and supersymmetry on lattice、Proceedings of Science LATTICE2012、査読有、2012年、P231-P237.

[http://pos.sissa.it/archive/conferences/164/231/Lattice%202012\\_231.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/164/231/Lattice%202012_231.pdf)

③ Michika Murata, Hiroto So、Kazunori Takenaga、5-dimensional SU(2) lattice gauge theory with  $Z_2$  orbifolding and its phase structure、Proceedings of Science LATTICE2010、査読有、2010年 P266-P272.

[http://pos.sissa.it/archive/conferences/105/266/Lattice%202010\\_266.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/105/266/Lattice%202010_266.pdf)

④ Kouhei Ishiyama, Michika Murata, Hiroto So、Kazunori Takenaga、Symmetry and  $Z(2)$  Orbifolding Approach in Five-dimensional Lattice Gauge Theory、Progress of Theoretical Physics, 査読有、2010年、123巻、P257-P269.

DOI: 10.1143/PTP.123.257.

⑤ Mitsuhiro Kato, Makoto Sakamoto, Hiroto So、No-Go Theorem of Leibniz Rule and Supersymmetry on the Lattice、Proceedings of Science LATTICE2008、査読有、2008年、P233-P239.

[http://pos.sissa.it/archive/conferences/066/233/LATTICE%202008\\_233.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/066/233/LATTICE%202008_233.pdf)

⑥ Mitsuhiro Kato, Makoto Sakamoto, Hiroto So、Taming the Leibniz Rule on the Lattice、Journal of High Energy Physics, 査読有、Vol.0805、2008年、P057.

DOI: 10.1088/1126-6708/2008/05/057 .

〔学会発表〕（計 5 件）

① 宗博人、criteria for lattice supersymmetry: cyclic Leibniz rule、日本物理学会年次会、広島大学、2013年3月29日

② Hiroto So、Leibniz rule, locality and supersymmetry on lattice、30th International Symposium on Lattice Field Theory、Cairns, Australia、2012年6月28日

③ Hiroto So、5-dimensional SU(2) lattice gauge theory with  $Z_2$  orbifolding and its phase structure、28th International Symposium on Lattice Field Theory、Sardinia, Italy、2010年6月15日

④ Makoto Sakamoto、No-go theorem of Leibniz rule and supersymmetry on the lattice、XXVI-th International Symposium on Lattice Field Theory、Virginia, USA、2008年7月14日.

⑤ 坂本 真人、格子超対称性、ライプニッツ則および結合則、日本物理学会秋季大会、山形大学、2008年9月20日.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宗博人 (SO HIROTO)

愛媛大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：20196992

(2) 研究分担者

加藤 光裕 (KATO MITSUHIRO)

東京大学・大学院総合文化研究科・教授  
研究者番号：80185876

坂本 眞人 (SAKAMOTO MAKOTO)  
神戸大学・大学院理学(系)研究科(研究  
院)・助教  
研究者番号：30183817