

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010 年度

課題番号：20540375

研究課題名(和文) 低次元磁性体、ボーズ粒子系における競合量子相の統一的、幾何学的理論

研究課題名(英文) Unifying and Geometric Theory for Competing Orders in Low-Dimensional Magnets and Bose Systems

研究代表者

戸塚 圭介 (Totsuka Keisuke)

京都大学・基礎物理学研究所・准教授

研究者番号：80291079

研究成果の概要(和文)：フラストレーション系における競合秩序の問題、特に、多体交換相互作用を持つ1次元、2次元の量子磁性体(ベクトル・カイラル、ネマティックなど)の新奇量子相を統一的、系統的に理解するための有効理論を用いたアプローチを開発した。また、理論、実験的にも多くの例が知られている「磁化プラトー」の問題をトポロジカルな効果の立場から再考し、強磁場中で新しいタイプのスピン液体プラトーが実現する可能性を指摘した。

研究成果の概要(英文)：An approach based on (bosonic) effective Hamiltonians has been developed in order to understand in a unifying and systematic manner the novel competing phases (vector-chiral, spin-nematic, etc.) in frustrated systems (specifically, quantum magnets with multiple-spin exchange interactions in 1D and 2D). The problem of magnetization plateaus has been revisited from the point of view of topological effects. It has been pointed out that a novel spin-liquid type plateaus with topological order may be realized in high magnetic fields.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010 年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学、数理物理・物性基礎

キーワード：フラストレーション、スピン液体、スピンネマティック、多体交換相互作用

## 1. 研究開始当初の背景

スピン、電荷の「(幾何学的)フラストレーション」が広く関心を集め、強相関係の重要なキーワードになっているが、特に、極低温、絶対零度における量子ゆらぎによる無秩序相は理論、実験ともに活発な研究対象であり、そうした新奇相を実現する系として多体交換相互作用を持つ系がある。この系は豊かな相図が期待されるが、これまでの研究は個別のモデルや相を数値的に検討するものが主

で、さまざまな新奇量子相が統一的見地から、大域的かつ系統的に理解する試みは殆どなかった。

## 2. 研究の目的

上述のような背景から、

(1) 多体交換相互作用により安定化されるさまざまな新奇量子相を分類し、有効理論などを援用しながらそれらの関係を統一的見地から理解する理論を提案し、さらに

(2) 新奇量子相の探求の新たな方向性として、強磁場中で実現するスピン液体相（スピン液体プラトー）を考察、分類することが目的である。

### 3. 研究の方法

(1) 1次元、2次元の多体交換相互作用のある磁性体の新奇相の問題に対しては、contractor renormalization 法と呼ばれる実空間くりこみ法の一つを用いて有効理論を書き下し、それに対して平均場的、場の理論的な解析を行った。

(2) 強磁場中のスピン液体の理論に関しては、まず generic な反強磁性体の半古典的な有効理論を構築し、それに付加される Berry 位相項と呼ばれる量子力学的位相項の効果を検討した。次に得られた有効模型を、「双対変換」などを用いてある種のゲージ理論に変換し、その相構造を考察した。

### 4. 研究成果

(1) 1次元、2次元の多体交換相互作用のある磁性体の新奇相の問題  
2つのスピン状態の交換相互作用は通常の高ゼンベルグ型の相互作用であるが、4つのスピンの関与するプロセス  $P(1, 2, 3, 4) + P^{-1}(1, 2, 3, 4)$ （以下、4体交換相互作用）もヘリウム3の核磁性などでは不可欠である。このような相互作用を持つ高ゼンベルグ模型は、1次元（梯子模型）、2次元（正方格子）について数値的に調べられており、通常反強磁性相以外にも、さまざまな新奇相を含む豊かな相図が得られている。次元は異なるものの、そこにはいくつか共通の構造が見られる。これを理解するために、研究代表者は、Sylvain Capponi 氏、Philippe Lecheminant 氏と共同で、contractor renormalization (CORE) 法と呼ばれる実空間くりこみに類似した手法を用いて、低エネルギー有効ハミルトニアンを書き下した。興味深い、反強磁性秩序と、ベクトルカイラル秩序の競合の場合、有効ハミルトニアンはスピン-1 を持つ相互作用するハードコアボーズ粒子の問題に帰着する。2次元以上で期待される平均場相図は図1のようになる。

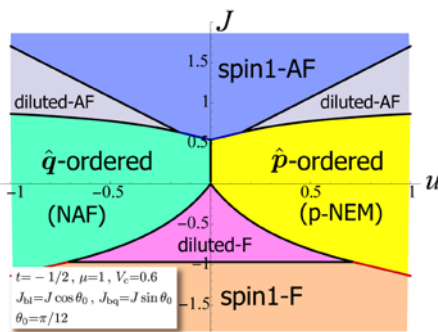


図1 有効スピン-1 模型の平均場相図

有効模型における結合定数も、CORE 法を用いて決定できるが、それによると、1次元、2次元ともに、初めは通常の反強磁性秩序が安定であるが（図の「NAF」の領域）、4体交換相互作用を強くしてゆくと図の結合定数「u」が増大し、カイラルな秩序が安定化される方向に向かうことがわかった（図の「p-NEM」の領域）。通常の古典論では、このような反強磁性とベクトルカイラル秩序の競合を記述するのは簡単ではないが、本研究で確立した理論では、一見全く異なる2つの秩序が統一的に扱うことに成功している。

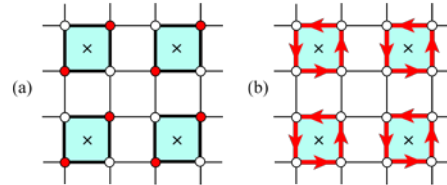


図2 有効ハミルトニアンによる、2つの競合相の記述：(a)反強磁性秩序、(b)ベクトルカイラル秩序。

また、この有効模型の持つ物理をより明快に捉えるため、有効ハミルトニアンにさらに連続体近似を行って、反強磁性相、ベクトルカイラル相のそれぞれを記述する場の理論の模型（非線形シグマモデル）を統一的に導くことができた。これは、2つの秩序状態からの Goldstone 的な励起を記述する有効模型である。ここで得られたボゾン有効ハミルトニアンは、冷却原子系での「スピノール凝縮体」に類似しており、このような場の理論有効モデルが役立つことが期待される。最後に、このような低エネルギーでの有効自由度を抽出したアプローチは、スピン・ネマティックなどの他の相の記述においても有効であることを付け加えておく。

### (2) 強磁場中の磁性体に対する「トポロジカル」なアプローチ

反強磁性体に外部磁場を印加してゆくと磁化が誘起されるが、その値を印加磁場の関数としてプロットしたものが磁化曲線である。一般的に、反強磁性体の磁化曲線は、古典近似から得られる単調増加する直線状のもの（図3）でよく記述されると思われるが、そうでない平坦部（磁化プラトー）を持つも

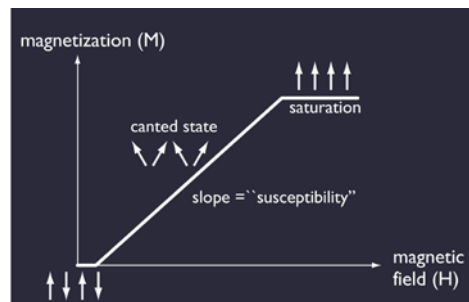


図3 古典近似による反強磁性体の磁化過程

のも理論、実験的にいろいろ見つかってきており、量子磁性体における磁化プラトーの問題は関心を集めている。

本研究では、まず、「図のように滑らかで直線状の古典系の磁化曲線からどうやって磁化プラトーが発生するか?」、「従来知られていた、結晶の対称性を破るか否かに基づいて分類されていた2つのクラス以外の磁化プラトーが可能か?」という問いに答えるため、田中秋広氏と共同で、磁化過程の問題を半古典的に考察した。古典極限での強磁場中の典型的スピン配置は図4のようであるが、この

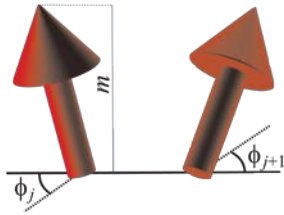


図4 古典極限における典型的な強磁場中の反強磁性体のスピン配置。

配置を出発点として連続体近似を行うと、有効模型として、虚時間ぶんだけひとつ次元の高い空間に定義されたXY模型と同様のものが得られる。これはある意味対称性から期待されるものであるが、著しいことは、そこにスピンの量子力学的位相に由来する「Berry位相項」と呼ばれるものが付く(図5)。

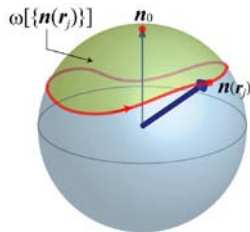


図5 スピンの虚時間方向の「時間発展」の履歴(赤線)を追ったときに、それが囲む曲面の面積(黄色部分)がBerry位相。

この項の効果を子細に調べると、(a) (スピン量子数-磁化)の値が整数の時にはBerry位相は効かず、通常Kosterlitz-Thoulessシナリオによって、磁化プラトーが形成され得る(実際に形成されるか否かは系のパラメータの詳細による)が、(b) (スピン量子数-磁化)の値が整数でない時には、Berry位相項のもたらしトポジカル励起の間の「弱め合いの干渉」のため、一般には磁化プラトーが形成されなくて良いことがわかった。これは、以前押川等によって得られていた「磁化プラトーの量子化条件」の幾何学的解釈に

対応する。(b)の場合を更に詳しく見ると、この値が有理数のときには、多重トポジカル励起(渦)の解離が弱め合いの干渉の縛りを受けずに可能で、このときにはプラトー相が非常にエキゾチックになる可能性がある。実際、2次元、3次元の磁性体では、いわゆるトポジカル秩序を持ち、磁気励起が分数化した「スピン液体プラトー」という新しいクラスの磁化プラトー状態があり得ることがわかった。

(3) 磁氣的超構造がある場合の磁気励起の解明

上述の磁化プラトー状態では、しばしば、磁氣的な超構造が形成される。このような場合にどのような磁気励起状態があるのかを考察することは、強磁場中での電子スピン共鳴(ESR)スペクトラムなどを理解する上で非常に重要であるが、あまりよく理解されていない。そこで、Judith Romhányi氏、Karlo Penc氏と共同で、この問題に取り組んだ。手始め

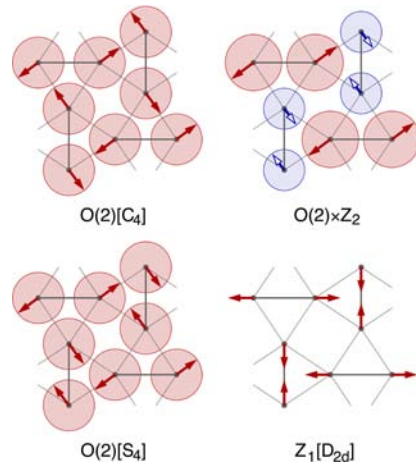


図6 Dzyaloshinsky-Moriya相互作用のあるときに、強磁場中で実現するスピン構造

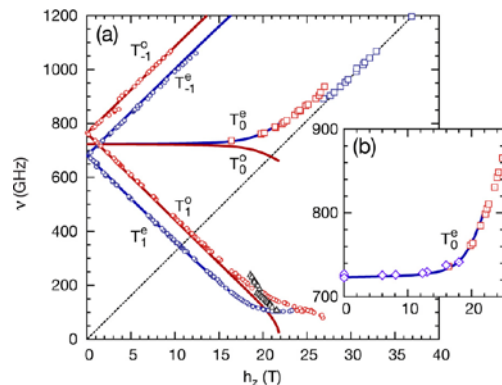


図7 野尻等によるESRスペクトラム(○印、簡単のため3重項のみ示してある)と理論データ(実線)

として、擬2次元反強磁性体 $\text{SrCu}_2(\text{BO}_3)_2$ のモデルである、Dzyaloshinsky-Moriya相互作用

のある Shastry-Sutherland 模型の磁場が弱い場合の相図、磁気励起を、ボンド演算子表示を用いた一種のスピンの波展開を用いて計算した。その結果、従来あまり調べられていなかった磁場と異方性に関する相図が得られた。これは、実際の物質の特性を理解する上で重要な結果である。また、野尻等による ESR スペクトルの振る舞いをよく再現する結果を得た (図 7)。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

1. “Effect of Dzyaloshinskii-Moriya interactions on the phase diagram and magnetic excitations of  $\text{SrCu}_2(\text{BO}_3)_2$ ”, J. Romhányi, K. Totsuka and K. Penc, Phys. Rev. **B82**, 024413 (2011) 査読有り
2. “Supersolid phase of three-dimensional spin- and hardcore-boson models”, H. T. Ueda and K. Totsuka, Phys. Rev. **B81**, 054442 (2010) 査読有り
3. “Magnon Bose-Einstein condensation and various phases of three-dimensional quantum helimagnets under high magnetic field”, H. T. Ueda and K. Totsuka, Phys. Rev. **B80**, 014417 (2009) 査読有り
4. “Geometric phases and the magnetization process in quantum antiferromagnets”, A. Tanaka, K. Totsuka and X. Hu, Phys. Rev. **B79**, 064412 (2009) 査読有り

[学会発表] (計 18 件)

1. K. Totsuka “Hidden Order and Dynamics of SUSY VBS Models”, New Development of Numerical Simulations in Low-Dimensional Quantum Systems, 2010/10/29, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto 招待講演
2. K. Totsuka “A Unifying Approach to Competing Orders in Frustrated Magnets”, International Conference on Frustrated Spin Systems, Cold Atoms, Nanomaterials (satellite meeting of StatPhys24), 2010/07/15, Sheraton Hanoi Hotel, Hanoi, Vietnam 招待講演
3. K. Totsuka “Magnon BEC and Unconventional Quantum Orders”, Highly Frustrated Magnetism 2008, 2008/09/10 Technical University Braunschweig, Germany
4. K. Totsuka “Geometric Approach to Magnetization Plateaus”, Topological Aspects in Solid State Physics,

2008/06/27, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto 招待講演

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

戸塚 圭介 (TOTSUKA KEISUKE)  
京都大学・基礎物理学研究所・准教授  
研究者番号：80291079

##### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

##### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：

##### 研究協力者

田中 秋広 (TANAKA AKIHIRO)  
物質材料研究機構・主幹研究員

Philippe Lecheminant  
Cergy-Pontoise University・教授

Sylvain Capponi  
University of Toulouse・教授