

機関番号：16301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008 ～ 2010

課題番号：20540377

研究課題名（和文） 非定常液滴の分裂に関する理論的研究と数値計算法の開発

研究課題名（英文） Theoretical study and development of numerical schemes for splitting of non-equilibrium drops

研究代表者

松岡 千博 (MATSUOKA CHIHIRO)

愛媛大学・理工学研究科・講師

研究者番号：10270266

研究成果の概要（和文）：本研究では刻々とその形を変えていく表面張力をともなった非平衡界面の運動を解析的かつ数値的に研究した。同時に、境界積分法を用いて高精度で数値計算できるスキームの開発も行った。

研究成果の概要（英文）：Motion of a non-equilibrium interface with surface tension is investigated theoretically and numerically. In addition to that, the development for calculating the interfacial motion is performed.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	2,900,000	870,000	3,770,000

研究分野：流体力学

科研費の分科・細目：物理学、数理物理・物性基礎

キーワード：非定常、界面、渦層、境界積分法、表面張力、2層流体

1. 研究開始当初の背景

液滴の形成に代表される表面張力によって駆動される物理は、雨滴や石鹸膜の形成といった比較的平衡状態に近い現象から、原始惑星における隕石の衝突、破碎といった衝撃波を伴った非平衡大規模スケールの現象にいたるまで非常に多岐にわたっている。また、工学的応用はインクジェットプリンターの噴き付けや薄膜コーティング、医学的応用は生体内における腫瘍形成など幅広い。その中で近年、物理的数理的に注目を集めているのが液滴の分裂の力学である。1つの液滴は通常、毛管力 (capillary force) によってさらに細かい液滴に分裂する。どこまで分裂するかは物質や環境によって異なるが、現象によってはナノスケールに達するものも存在する。液滴の物理は自由界面の運動に帰着され、基

本的には（二層流体の）ナビエ・ストークス方程式を、境界における2つの流体の圧力差が表面張力×界面の（平均）曲率に比例するという、よく知られた Laplace-Young の境界条件の下で解けばその時間発展は求まる。しかしながら、刻々と形を変える境界に関してこれを実行することは、解析的にも数値的にもかなり困難な作業であり、そのためこれまで方程式を線形近似したり、平衡状態に近い（形を変えない）液滴の解析が数多くなされてきた。液滴が分裂するということは、数学的には領域のトポロジーが変わることに相当し、ちぎれる直前に液滴のある部分は一点に収縮して (pinch-off と呼ばれる) そこでは pinching singularity と呼ばれる特異点が形成される。Pinching singularity はナビエ・ストーク

ス方程式中の慣性項が支配する非線形の物理現象であり、従って上記のような簡単化された解析ではそのダイナミクスを完全に説明することはできない。本研究では液滴の分裂を **pinching singularity** の形成として捉え、そこで何が起きているか、またどこまで分裂するかを決定するものは何かを明らかにすることを目的とした。合わせて、分裂前から分裂後まで解のふるまいを連続的に追いかけるような理論的手法の構築を目指した。

国内における液滴の理論的研究は物性、統計物理の研究者によるものが中心で、平衡状態における形状を議論したものが多かった。すなわち、解析は線形の範囲内で行われており、流体の発展方程式はきちんと解かれていなかった。また、国外の研究では流体の方程式を考慮したものも数多く見られるが、境界を挟んだ片方の流体の密度がゼロ、もしくは2つの流体の密度が同じというものが中心で、かつ、液滴の初期形状をあらかじめ **pinching** が起きるようにくびれさせた状態で与えるのが一般的であった。これは任意形状の初期値から出発すると、**pinching** のような大変形が起きる前に計算が破綻してしまうからで、こういった数値計算の困難さから、本研究開始当時、液滴の分裂がどのような初期形状から出発しても起こりうるのかどうかははっきりしたことはわかっていなかった。液滴がどのように分裂し、最終的にどのような形状になるかを理論的に調べてみようと考えたのが研究の背景である。

2. 研究の目的

解のふるまいを含む分裂 (**pinching**) のメカニズムは流体の密度比を変えていくと、ある値で (質的に) 変化することが予想されていたが、これに関してどのような変化が起きるのか詳しい解析はなされていなかった。本研究では、既存の計算方法を改良し、任意形状の初期値から出発して任意の密度比で数値計算を実行して液滴の分裂 (**pinch-off**) を解析できるようにし、上で述べたような分裂のメカニズムの未知の部分についてより精密な知見が得られるようにすることを目的とした。本研究開始当時、任意の初期値、密度比で行う非定常な液滴の高精度の数値計算は国内のみならず、世界的にみてもほとんど存在しなかった。

応募者はこれまで密度の異なった2種の流体の境界に生じる渦層の時間発展を理論的に研究してきた。一連の研究における境界は自由界面であり、その支配方程式はオイラー方程式 (ナビエ・ストークス方程式) で、流体の密度比は任意に設定することができる。これらの仕事では表面張力を考慮してこなかったため、境界における圧力の跳びはゼ

ロと置かれているが、このゼロを表面張力を考慮した上述の **Laplace-Young** 条件に置き換えてやれば、基本的には同じ方程式系を用いて液滴の解析が実行できる。ただし、表面張力というのは方程式の最高位の (空間) 微係数にかかるパラメータであり、表面張力項は特異摂動項であって、その値がどんなに小さくても通常の摂動項のように取り扱うことはできない。これは数値解析の分野ではスティフネスと呼ばれる不安定性となって現れ、通常の陽的な方法では解が得られないことを示唆している。実際に、ゼロに近い表面張力を入れて渦層で用いたのと同様の数値計算を実行してみても解がちどころに破綻することを確認し、なぜ特定の条件下でしか液滴の問題が解かれていないのかを理解するとともに、新しい計算スキームの必要性を認識した。すなわち、数値解析の分野において、高階微分を含む非線形方程式を安定に解くための高精度スキームの開発ということも目的のひとつであった。

3. 研究の方法

支配方程式は界面の接線方向と法線方向の速度を記述する幾何学的な方程式、**Laplace-Young** の境界条件、界面におけるせん断速度 (**shear velocity**) の発展方程式 (オイラーまたはナビエ・ストークス方程式に相当する) と場を記述する **Laplace** 方程式である。界面の接線方向と法線方向の速度はビオ・サバル則によって場の物理量から与えられる。従来の陽的スキームで表面張力を伴った界面の運動を計算しようとする、わずかなステップで激しい数値振動が生じて計算が破綻する。これを考慮して、ここでは陰的スキームを用いた。このスキームでは **pinching** が起きた後、液滴が分裂するところまでは追えないが、従来のように、あらかじめ **pinching** が起きるよう界面をくびれさせておかなくても、任意形状から出発して **pinch-off** まで追いかけることが可能である。従って、どのような変形が、いつどの部分で **pinching** を引き起こすのかを正確に計算することができる。この計算法を発展させ、密度が界面を挟んで異なる場合の非定常液滴の数値計算を行った。密度非一様の場合の支配方程式は、密度が一様の場合に比べて (主としてせん断速度の時間発展を記述する式において) 非線形項が増え、煩雑になる。密度一様な場合と決定的に異なるのは、積分方程式を解かないと解が求まらない点だが、これに関しては、これまで行ってきた密度非一様性のある渦層の計算方法が適用でき、これに陰的計算スキームを組み合わせると密度非一様液滴の時間発展を追いかける、どのような密度比でも **pinching** は生じるのか、また生じるとすればそれは密度一様な場合と

どのように異なるのかを詳しく調べた。
このような数値計算と、非線形安定性解析の
ような摂動論的（解析的）手法とを併用して
研究を行った。

4. 研究成果

界面が分裂する直前に生じる pinching と呼
ばれる現象を再現できる、非常に高精度の数
値計算スキームを開発することに成功した。
また、界面の上側（閉じた界面の場合は外側）
の流体が下側（内側）の流体より軽い場合と
重い場合のそれぞれについて、弱非線形解析
を行って、その解を数値計算の解と比較し、
よく合うことを確かめた。

また、表面張力と重力が釣りあうと、界面が
長時間全く変形しない一種の臨界状態が存
在することを発見し、表面張力が重力を凌駕
すると、界面が安定に振動することも見出し
た。この安定振動は水面波の運動に酷似して
おり、非線形安定性解析を行って、解のふる
まいを記述する、振幅方程式を導くことにも
成功した。得られた振幅方程式は（係数はこ
となるが）非線形シュレーディンガータイプ
の方程式であり、その安定性も数値的かつ解
析的に調べることができた。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者に
は下線）

〔雑誌論文〕（計 13 件）

1. C. Matsuoka and K. Hiraide, Special functions created by Borel-Laplace transform of Henon map, Electron. Res. Announc. Math. Sci, Vol. 18, pp. 1-11 (2011) 査読有.
2. Y. Kohno, M. Fijii, C. Matsuoka, H. Hashimoto, A. Ouchi, S. Nagaoka, and K. Mukai, Notable Effects of the Metal Salts on the Formation and Decay Reactions of alpha-Tocopheroxyl Radical in Acetonitrile Solution. The Complex Formation between alpha-Tocopheroxyl and Metal Cations, J. Phys. Chem. B, Vol. 115, pp. 9880-9888 (2011) 査読有.
3. C. Matsuoka, Oscillation and critical phenomenon in Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities with surface tension, Physica Scripta, T142, 014020, 9 pages (2010) 査読有.
4. C. Matsuoka, Renormalization group approach to interfacial motion in incompressible Richtmyer-Meshkov instability, Phys. Rev. E, Vol. 82, 171009, 9 pages (2010) 査読有.
5. 松岡千博, 密度成層と表面張力を伴った界面における有限振幅定在波解, 数理解析研

究所講究録 Vol. 1697, pp. 110-120 (2010)
査読無.

6. K. Nishihara, J. G. Wouchuk, C. Matsuoka, R. Ishizaki, and V. V. Zhakhovskii, Richtmyer-Meshkov Instability: theory of linear and nonlinear evolution, Philos. Trans. Roy. Soc. A, Vol. 368, pp. 1769-1807 (2010) 査読有.
7. C. Matsuoka, Vortex sheet motion in incompressible Richtmyer-Meshkov and Rayleigh-Taylor instabilities with surface tension, Phys. Fluids, Vol. 21, 092107, 15 pages (2009) 査読有.
8. K. Mukai, A. Ouchi, C. Matsuoka and T. Ohara, Formation and Decay Dynamics of Vitamin E Radical in the Antioxidant Reaction of Vitamin E, Bull. Chem. Soc. Jpn., Vol. 82, pp. 494 - 503 (2009) 査読有.
9. 松岡千博, 表面張力を考慮した密度成層のある渦層の非線形発展, 数理解析研究所講究録 Vol. 1642, pp. 149-163 (2009) 査読無.
10. 大内綾, 御手洗亜紀子, 松岡千博, 山本峻之, 向井和男, ビタミン E 同族体の抗酸化反応における E ラジカルの生成・消滅ダイナミクス, ビタミン E 研究の進歩 XIII, ビタミン E 研究会, Vol. 13, 1-6 (2009) 査読無.
11. C. Matsuoka, Nonlinear behaviour of a vortex sheet in incompressible Richtmyer-Meshkov instability with surface tension, Physica Scripta, T132, 014041, 8 pages (2008) 査読有.
12. C. Matsuoka and K. Nishihara, Multi-mode character of the nonlinear dynamics of a vortex sheet in Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instability, J. Phys. Conference Series, Vol. 112, 022020, 4 pages (2008) 査読有.
13. 松岡千博, Vortex dynamics in incompressible Richtmyer-Meshkov instability with surface tension, 数理解析研究所講究録 Vol. 1606, pp. 41-57 (2008) 査読無.

〔学会発表〕（計 19 件）

1. Nonlinear evolution of a current-vortex sheet in incompressible magnetohydrodynamic flow, Hot Topic Workshop on Fluid Dynamics: Vortex Dynamics, Biofluids and Related Fields, 2011. 12. 12 - 12. 14, National Institute for Mathematical Sciences (NIMS), Daejeon, South Korea (発表日 12. 13).
2. 密度成層と表面張力を伴った界面の運動における特異性の形成, 日本物理学会 2011 年秋季大会, 富山大学五福キャンパス (2011. 9. 21 - 24, 発表日 9. 24) .

3. 密度成層を伴った軸対称渦層の3次元発展, 日本流体力学会年会2011, 2011 9. 7 - 9. 9 (発表日 9. 8).

4. Three-dimensional vortex sheet motion with axial symmetry in incompressible Richtmyer-Meshkov and Rayleigh-Taylor instabilities, Turbulent Mixing and Beyond, Third International Conference and Advanced School, 21 - 28 August, 2011, The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy (発表日 24, August).

5. Magnetic Field Amplification Associated with the Richtmyer-Meshkov Instability, 21 - 28 August, 2011, The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy (発表日 24, August).

6. エノン写像の安定・不安定多様体を記述する新しい関数の構成, 2010年度冬の力学系研究集会, 東工大大岡山キャンパス, 2011, 1. 7 - 1. 10 (発表日 1/7).

7. くりこみ群を用いた線形不安定な系における振幅方程式の導出, 日本物理学会秋季大会 大阪府立大学中百舌鳥キャンパス, 9. 23 - 9. 26, 2010 (発表日 9. 25).

8. Henon 写像の Borel-Laplace 変換によって生成される特殊関数, 日本数学会秋季総合大会, 名古屋大学, 2010, 9. 22 - 9. 25 (発表日 9. 22).

9. 密度成層と表面張力を伴った界面における臨界運動と共鳴現象, 日本物理学会第65回年次大会, 岡山大学, 2010, 3. 20 - 3. 23 (発表日 3. 22).

10. 表面張力項を伴った界面運動における非線形定在波解, 日本物理学会秋季大会, 熊本大学, 2009, 9. 25 - 9. 28, (発表日 9. 28).

11. 密度成層と表面張力を伴った界面における有限振幅定在波解, 日本流体力学会年会 2009, 9. 2 - 9. 4, 東京, 東洋大学白山キャンパス (発表日 9. 3).

12. Oscillation and pinching phenomenon in the Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities with surface tension, Turbulent Mixing and Beyond, Second International Conference and Advanced School, 27 July - 07 August 2009, International Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy (発表日 7. 31).

13. Molecular dynamic simulations of hydrodynamic instabilities of shocked-interface in planar and cylindrical geometries, Turbulent Mixing and Beyond, Second International Conference and Advanced School, 27 July -

07 August 2009, International Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy (発表日 7. 28).

14. 密度成層と表面張力を伴った界面における有限振幅定在波解, オイラー方程式の数理: 渦運動と音波 150年, 京大数研, 2009. 7. 21 - 7. 23 (発表日 7. 22).

15. Borel-Laplace transform of a difference equation associated with Henon maps, New Development of Asymptotic Analysis and Dynamical Systems, 2009, 6. 15 - 6. 19 (発表日 6. 16).

16. 密度成層と表面張力を伴った渦層のダイナミクス, 研究集会「非線形物理学の拡がり」, 名古屋大学, 2009, 4. 4 (発表日 4. 4).

17. ストレンジアトラクターの関数表現—Henon 写像の Borel-Laplace 変換—, 日本流体力学会年会, 2008, 9. 4 - 9. 7, 神戸大学 (発表日 9. 6)

18. Nonlinear evolution of a vortex sheet with density stratification and surface tension, オイラー方程式の数理: 渦運動 150年研究集会, Kyoto University, 2008, 7. 16 - 7. 18 (発表日 7. 17).

19. 表面張力を考慮したリヒトマイヤー・メッシュコフ不安定性における境界の非線形発展, 2008, 4. 11 - 4. 12, 大阪大学エネルギー学術研究センターシンポジウム (発表日 4. 11).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松岡 千博 (MATSUOKA CHIHIRO)

愛媛大学・理工学研究科・講師

研究者番号: 10270266