

自己評価報告書

平成 23 年 5 月 23 日現在

機関番号：13902

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20549004

研究課題名（和文）軌道体構成法によるムーンシャイン頂点作用素代数の構成

研究課題名（英文）Constructions of the moonshine vertex operator algebra by using orbifold theories

研究代表者

島倉 裕樹 (SHIMAKURA HIROKI)

愛知教育大学 教育学部 講師

研究者番号：90399791

研究分野：頂点作用素代数

科研費の分科・細目：代数学・群論

キーワード：頂点作用素代数, ムーンシャイン, モンスター, 符号, 格子, 自己同型群, 直交群

1. 研究計画の概要

ムーンシャイン頂点作用素代数の再構成を軌道体構成法を用いて行う。特に、位数3の自己同型に付随する軌道体構成法によるムーンシャイン頂点作用素代数の構成法を行う。そして、構成法に付随するモンスターの部分群を頂点作用素代数を用いて記述し研究することで、モンスターについての理解を深める。

2. 研究の進捗状況

(1) 格子に付随する頂点作用素代数の格子のノルム4の枠に付随するヴィラソロ枠の固定部分群の決定法を与えた。この研究によってムーンシャイン頂点作用素代数を含む多くの枠付き頂点作用素代数の対称性が符号の対称性を用いて記述される。さらに、1998年に Dong-Griess-Hohn によって発表された枠付き頂点作用素代数を定義した論文の中で挙げられた枠の固定部分群に関する問題が解決された。特に、固定部分群は、二元符号とノルム4の枠から得られる位数4の巡回群上の符号の自己同型群の情報から決まることを示した。本研究で扱った枠付き頂点作用素代数は位数2の自己同型に付随する軌道体構成法を取り扱うことができるため、より深く軌道体構成法について理解することができるようになった。

(2) 枠付きムーンシャイン頂点作用素代数がある格子に付随する頂点作用素代数と付随する直交空間を用いて記述した。さらに、モンスターのある極大2-局所部分群の直交群を用いた新しい記述を得ることが出来た。この直交空間と直交群を用いた研究方法を二元符号と格子にも応用することで、ゴレイ

符号とリーチ格子に対する同様な構成を与えることができた。すなわち、直交群と直交空間を用いたゴレイ符号、リーチ格子、ムーンシャイン頂点作用素代数の統一的な記述方法を与える事に成功した。そして、マシュー群とコンウェイ群に関する同様の考察も行い、形の類似している極大2-局所部分群がやはり得られる事がわかった。これらの成果から、符号・格子・頂点作用素代数の間の新しい関係を与えることに成功した。特に、759, 196560, 196884 というゴレイ符号、リーチ格子、ムーンシャイン頂点作用素代数に関連する重要な数字を統一的な方法で記述する方法をあたえた。本研究で扱った構成法により、様々な視点からムーンシャイン頂点作用素代数を研究することが可能となる。特に、いくつかの構成法は位数2の自己同型に付随する軌道体構成法となっている。

(3) 格子に付随する頂点作用素代数の同型問題の解決を行った。特に、二元符号から得られる格子についても類似の結果が成り立つことを確認し、符号・格子・頂点作用素代数の間の新しい関係を得ることができた。そして、Kleinian 符号から得られる格子まで含めて考えることで、対応がより一層はっきりすることがわかった。この結果は頂点作用素代数の分類問題の解決の際に有用である。

3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

(理由) (2) の研究の中で直交空間を用いた正則頂点作用素代数の新しい構成法が与えられた。その方法を用いることで、新しい中心電荷24の正則頂点作用素代数が構成

できる。これは 15 年以上も進展の無かった頂点作用素代数の大きな問題に対する大きな進歩である。したがって、当初の計画以上の大きな進展があった。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 研究計画の通りに位数 3 の自己同型に付随するムーンシャイン頂点作用素代数の再構成を試みる。特に、(2) の中で得られた直交空間を用いた構成の類似を試みる。実際にコクセタートッド格子に付随する頂点作用素代数に付随して直交空間が得られると予想されている。それを実際に確認することから行う。

(2) 中心電荷 24 の正則頂点作用素代数の分類問題の解決を試みる。そのために、本研究で得られた新しい構成法を用いて、構成可能な正則頂点作用素代数を全て求める。それに加えて、枠付という仮定の下で正則頂点作用素代数の分類を行う。実際に、本研究の構成法で得られる頂点作用素代数は全て枠付となるために、枠付の仮定は合理的である。特に、分類問題に関連する符号の分類に関する最新の結果を積極的に用いて、効率的に解決を図る。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

① C.H. Lam and H. Shimakura, Frame Stabilizers for framed vertex operator algebras associated to lattices having 4-frames, Int. Math. Res. Not. IMRN (2009), 4547--4577. 査読有

② 島倉裕樹, Even lattices obtained from doubly even codes and VOAs obtained from even lattices, 数理解析研究所講究録 1656 (2009), 74--83. 査読無

③ H. Shimakura, An E_8 -approach to the moonshine vertex operator algebra, J. London Math. Soc. 83 (2011), 493--516. 査読有

[学会発表] (計 5 件)

① 島倉裕樹, Toward the classification of holomorphic framed vertex operator algebras of central charge 24, 頂点作用素代数・有限群・組合せ論の研究, 京都大学数理解析研究所, December 2010.

② H. Shimakura, Toward the classification of holomorphic framed vertex operator

algebras of central charge 24, Mini-Workshop on infinite dimensional Lie algebras and related topics, National Cheng Kung University, September 2010.

③ H. Shimakura, Quadratic spaces and the moonshine vertex operator algebra, The 8th Korea-Japan Workshop on Algebra and Combinatorics, POSTECH, February 2010.

④ H. Shimakura, An E_8 approach to the moonshine vertex operator algebra, One day workshop on algebraic combinatorics, Academia sinica, October 2009.

⑤ 島倉裕樹, Even lattices obtained from doubly even codes and VOAs obtained from even lattices, 有限群・頂点作用素代数と組合せ論, 京都大学数理解析研究所, January 2009.