様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 23 年 6 月 3 日現在

機関番号：14301
研究種目：基盤研究（C）
研究期間： 2008 ～ 2010
課題番号： 20560413
研究課題名（和文） 非周期的サンプル値制御理論：ネットワーク化制御・組込み制御のための制御理論

研究課題名（英文） Non-Uniform Sampled-Data Control Theory

研究代表者
藤岡 久也（FUJIOKA HISAYA）
京都大学・情報学研究科・准教授
研究者番号：60273596

研究成果の概要（和文）：本研究は，ネットワーク化制御系と組込制御系の信頼性に対する近年の高い要求を動機とし，従来ほとんど議論されていない，サンプリング間隔が一定でないサンプル値制御系のための制御理論の確立を目的としている．具体的な成果として，状態フィードバック制御の場合の安定性解析手法と安定化フィードバックゲインの設計法、出力フィードバックの場合の安定性解析手法を導出した．いずれの場合も，問題は線形行列不等式に帰着し，効率よく解くことができる．

研究成果の概要（英文）：This project is motivated by the recent rapid progress of networked and/or embedded control systems. The ultimate goal is to establish a novel area of control theory for non-uniformly sampled-data control systems. Through this project we have derived (1) stability criteria and (2) a synthesis method of stabilizing gain for the state-feedback scenario, and a stability criterion for output feedback scenario.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2008 年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2009 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
総　計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学
科研費の分科・細目：電気電子工学
キーワード：制御理論

１．研究開始当初の背景

FA 機器，車載システムなどの組込み制御系では，能力の低い CPU でより多くのタスクを実行することが望まれ，しばしばリアルタイム性が不完全となり， サンプリング間隔を一定に保つことができない．一方，情報ネットワークを介した制御系であるネットワーク化制御系は， 遅延やパケットロスを避けることはできず，結果としてサンプリング間隔は不等となる．これらの近年現れた制御系の高性能化，高信頼化のためには，非周期的サンプル値制御系として統一的に捉えた解析・設計論が必要である，

ところが本研究を開始した段階では，非周期的サンプル値制御系の制御理論としては，むだ時間系としてモデリングするアプローチがほぼ唯一であり，それを用いたとしても，取り扱うべきは特殊な時変むだ時間であり，既存の結果を単純に適用しても得られる結果は保守的なものであった．

2. 研究の目的

本研究は, 非周期的サンプル値制御系のための制御理論として基礎的な貢献を与えることを目的とする．具体的には, まず従来手法よりシャープな安定性判別条件を導出する．さらにそれを設計問題などへ拡張する.

3. 研究の方法

本研究で考察する非周期的サンプル値制御系を以下で定式化する．制御対象 P_c は, 状態空間表現

$$P_c : \begin{bmatrix} \dot{x}_c(t) \\ y_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix}$$

により与えられる．ただし u_c, y_c, x_c はそれぞれ入力, 出力, 状態である．出力 y_c はサンプリング時刻 $t = \tau_k$ $(k = 0, 1, \ldots)$ において観測される．ただし $\{\tau_k\}$ は, $\tau_0 = 0$ かつ与えられた $0 < h_\ell < h_u < \infty$ に対して

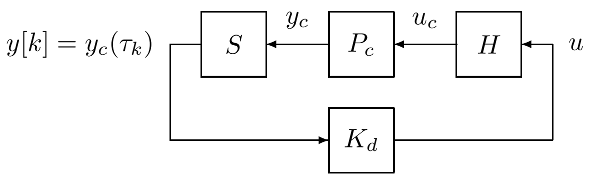
$$0 < h_\ell \leq \tau_{k+1} - \tau_k \leq h_u < \infty$$

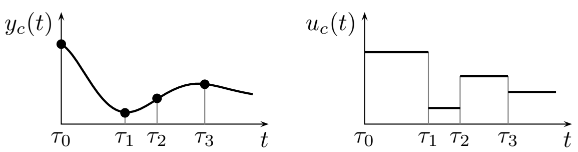
を満たすが, あらかじめ知ることはできない.
一方, 制御入力 u_c は, 離散時間動的補償器 K_d:

$$K_d : \begin{bmatrix} x_K[k+1] \\ u[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_K[k] \\ y[k] \end{bmatrix}$$

と出力 y_c のサンプリングに同期したゼロ次ホールドを用いて決定される (下図参照).

$$u_c(t) = u[k], \quad \forall t \in [\tau_k, \tau_{k+1}).$$





以上で与えられる非周期的サンプル値制御系に対して, 本研究では主にサンプル点上の挙動を表す離散時間系を用いる離散時間アプローチによって議論する.

4. 研究成果

本研究において以下の成果を得た．得られた成果は国際論文誌または国際会議で公表し, いずれも高い評価を得た.

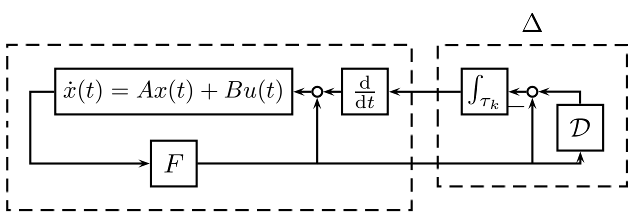
(1) 状態フィードバックの場合の安定性解析
制御対象 P_c の状態 x_c が観測可能 $(C = I)$ であり, 補償器 K_d が定数ゲインフィードバック F である場合を考える．このとき制御入力 u_c, 閉ループ系 (以下 T とよぶ) はそれぞれ次式で与えられる:

$$u_c(t) = Fx_c(\tau_k), \quad \forall t \in [\tau_k, \tau_{k+1}),$$
$$\dot{x}_c(t) = Ax_c(t) + BFx_c(\tau_k), \quad \forall t \in [\tau_k, \tau_{k+1}).$$

① 連続時間アプローチ
T を連続時間制御系

$$\dot{x}_c(t) = (A + BF)x_c(t)$$

が摂動を受けたものとしてとらえ, T の安定性を連続時間制御系のロバスト安定性に帰着して議論した．具体的には, 非周期的サンプル値制御系に対して下図に示す変形を行い, 図の Δ を摂動項とするロバスト安定性解析を行った.



従来より知られていたノルム条件 $\|\Delta\| = 2h_u/\pi$ に加えて $(-\Delta)$ が受動的であることを示し, より保守性の小さい条件を得た．具体的には, 次の線形行列不等式を満たす行列 $P = P^* > 0$, $X = X^* > 0$, $Y = Y^* \geq 0$ が存在するとき T は指数安定であることを示した:

$$\begin{bmatrix} A_F^* P + PA_F & PB \\ B^*P & 0 \end{bmatrix} + E^* \begin{bmatrix} \gamma_0^2 X & -Y \\ -Y & X \end{bmatrix} E < 0.$$

ただし $A_F := A + BF$,

$$E := \begin{bmatrix} FA & FB \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad \gamma_0 := \frac{2h_u}{\pi}.$$

この成果は Automatica 誌に掲載された.

② 離散時間アプローチ

T のサンプル点上の挙動を表す離散時間系 T_d は

$$x_c(\tau_{k+1}) = \Phi(\tau_{k+1} - \tau_k) x_c(\tau_k),$$

で与えられる．ただし

$$\Phi(h) := \mathrm{e}^{Ah} + \int_0^h \mathrm{e}^{A(h-\eta)} B \,\mathrm{d}\eta F.$$

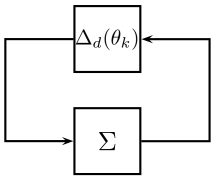
このとき

$$\Phi(h + \theta_k) = \Phi(h) + \Delta_d(\theta_k)\Psi(h),$$

$$\Delta_d(\theta) := \int_0^\theta \mathrm{e}^{A\eta}\,\mathrm{d}\eta, \quad \Psi(h) := A\Phi(h) + BF$$

に注意すると, T_d は下図のフィードバック結合によって表現できる．ただし

$$\Sigma(z) := \Psi(h)(zI - \Phi(h))^{-1}.$$



このフィードバック結合としての表現を用いれば, Σ が安定ならば,

$$\gamma \cdot \sigma_{\max}(\Delta_d(\theta_k)) < 1, \quad \forall k, \quad \gamma := \|\Sigma\|_\infty$$

を満たす範囲の $\{\tau_k = kh + \theta_k\}$ に対して T_d は 2 次安定となり, T の漸近安定性が導かれる．

本研究では $\Delta_d(\theta)$ の最大特異値の θ の関数としての上からの評価を与え, T_d が 2 次安定となるサンプリング間隔の範囲を得た．具体的には, 与えられた $\{h_i > 0\}_{i=1}^N$ に対して, N 本の線形行列不等式:

$$\begin{bmatrix} \Phi(h_i) & I \\ \Psi(h_i) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi(h_i) & I \\ \Psi(h_i) & 0 \end{bmatrix}^* - \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & \alpha_i I \end{bmatrix} < 0$$

を満たす行列 $X = X^* > 0$, スカラー $\alpha_i > 0$ が存在し,

$$[h_\ell,\, h_u] \subset \bigcup_i \mathcal{H}(h_i,\, \sqrt{\alpha_i})$$

が成立するならば T は指数安定である．ただし $\mathcal{H}(h, \gamma) := (h_L,\, h_U)$,

$$h_L := \begin{cases} -\infty, & \mu(-A) < -\gamma \\ h - 1/\gamma, & \mu(-A) = 0 \\ h - \dfrac{\log(1 + \mu(-A)/\gamma)}{\mu(-A)}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$h_U := \begin{cases} \infty, & \mu(A) < -\gamma \\ h + 1/\gamma, & \mu(A) = 0 \\ h + \dfrac{\log(1 + \mu(A)/\gamma)}{\mu(A)}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu(A) := \lambda_{\max}\left(\frac{A + A^*}{2}\right).$$

この成果は IEEE Transactions on Automatic Control 誌に掲載された．

この手法をさらに発展させたロバスト LMI を用いた手法, 切替え Lyapunov 関数を用いることでより保守性をなくす手法も導出した．

本研究を開始した段階では注目されていなかった離散時間アプローチの有効性を明らかにした点で, 国際的にもインパクトのあった成果であるといえる．

(2) 出力フィードバックの場合の安定性解析

離散時間アプローチに基づき, 状態フィードバックの場合の手法を拡張することにより動的補償器を用いた出力フィードバックの場合の安定性判別手法を導出した (第 17 回 IFAC World Congress において発表).

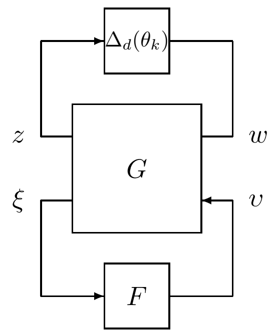
(3) 状態フィードバックによる安定化

状態の非周期的サンプル値と定数ゲイン F を用いた安定化問題を考える．このとき制御系は下図によって表現できる．ただし

$$G : \begin{bmatrix} \xi[k+1] \\ z[k] \\ \xi[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_0(h) & I & \Gamma(h) \\ \Psi_0(h) & 0 & \Upsilon(h) \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi[k] \\ w[k] \\ \upsilon[k] \end{bmatrix},$$

$$\Phi_0(h) := \mathrm{e}^{Ah}, \quad \Gamma(h) := \int_0^h \mathrm{e}^{A(h-\eta)} B \,\mathrm{d}\eta,$$

$$\Psi_0(h) := A\Phi(h), \quad \Upsilon(h) := A\Gamma(h) + B.$$



離散時間アプローチに基づき, F の設計アルゴリズムを導出した．この成果は IET Control Theory & Applications 誌に掲載された．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計４件）

[1] Y. Oishi and H. Fujioka, "Stability and stabilization of aperiodic sampled-data control systems using robust linear matrix inequalities," Automatica, vol. 46, pp. 1327-1333, 2010, 査読有.

[2] H. Fujioka and T. Nakai, "Stabilizing systems with aperiodic sample-and-hold devices: State feedback case," IET Control Theory & Applications, vol. 4, pp. 265-272, 2010, 査読有.

[3] H. Fujioka, "A discrete-time approach to stability analysis of systems with aperiodic sample-and-hold devices," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 54, pp. 2440-2445, 2009, 査読有.

[4] H. Fujioka, "Stability analysis of systems with aperiodic sample-and-hold devices," Automatica, vol. 45, pp. 771-775, 2009, 査読有.

〔学会発表〕（計９件）

[1] Y. Oishi and H. Fujioka, "Stability analysis of aperiodic sampled-data control systems: an improved approach using matrix uncertainty," in Proc. MTNS 2010, July 5, 2010, Budapest (Hungary).

[2] H. Fujioka, T. Nakai and L. Hetel, "A switched Lyapunov function approach to stability analysis of non-uniformly sampled-data systems," in Proc. 2010 American Control Conference, pp. 1803-1804, June 30, 2010, Baltimore (USA).

[3] Y. Oishi and H. Fujioka, "Stability and stabilization of aperiodic sampled-data control systems: an approach using robust linear matrix inequalities," in Proc. IEEE CDC 2009, pp. 8142-8147, December 16, 2009, Shanghai (China).

[4] Y. Oishi and H. Fujioka, "Stability analysis of aperiodic sampled-data control systems: an approach using robust linear matrix inequalities," in Proc. ICCAS-SICE 2009, 2C14-1, August 19, 2009, 福岡.

[5] H. Fujioka, "Some open issues in continuous-time IQC approach to a class of networked control systems," in Proc. ICCAS-SICE 2009, 2C14-3, August 19, 2009, 福岡.

[6] H. Fujioka, "Stability analysis for a class of networked/embedded control systems: continuous- and discrete-time approaches," 3rd Japan-China Joint Workshop on Control – Theory and Applications on Complex Systems, August 18, 2009, 福岡.

[7] H. Fujioka and T. Nakai, "Stabilizing systems with aperiodic sample-and-hold devices," in Proc. UKACC, Sept. 3, 2008, Manchester (UK).

[8] H. Fujioka, "Stability analysis for a class of networked/embedded control systems: Output feedback case," in Proc. 17th IFAC World Congress, pp. 4210-4215, July 7, 2008, Seoul (Korea).

[9] H. Fujioka, "Stability analysis for a class of networked/embedded control systems: A discrete-time approach," in Proc. 2008 American Control Conference, pp. 4997-5002, June 13, 2008, Seattle (USA).

６．研究組織

(1)研究代表者
藤岡久也（FUJIOKA HISAYA）
京都大学・情報学研究科・准教授
研究者番号：60273596