

機関番号：15401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20560420

研究課題名（和文） 数値最適化に基づくロバスト非線形制御系の設計法の構築

研究課題名（英文） Development of Synthesis Methods of Robust Nonlinear Control Systems Based on Numerical Optimization

研究代表者

増淵 泉 (MASUBUCHI Izumi)

広島大学・大学院工学研究院・准教授

研究者番号：90283150

研究成果の概要（和文）：

実際の制御系設計においては、複雑な制御対象の特性変動や非線形性に対処し、制御性能の保証に対する厳しい要求を実現する必要がある。そのためには、理論的な考察によりロバスト解析、非線形システムの解析の方法を充実し、またそれに基づいて数値的な方法を効率よく適用するための基礎理論が必要である。本研究ではこれらの目的を達成するための理論的なアプローチを行い、ゲインスケジュールド制御系の設計法を発展させ、Rantzerの密度関数による非線形システムの安定解析方法の一般化と非線形制御則設計への応用を行い、緩和問題の数値的な厳密性検証を中心としたロバストSDPの解法を構築した。

研究成果の概要（英文）：

The objective of this research is to provide basic theory for robustness analysis, nonlinear system analysis and numerical methodologies to efficiently solve problems in control, aimed to answer stringent requirements in practical control problems to design control systems that work under such as uncertainties and nonlinearities with guarantee of control performance. The outcomes of this research include advanced synthesis methods of gain-scheduled controllers, generalization of stability analysis by using Rantzer's density functions and its application to synthesis of nonlinear control gains, and methods for robust SDPs focusing on numerical verification of strictness of relaxations of robust SDPs

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：システム制御理論、制御系設計、制御応用

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：ロバスト制御、ゲインスケジュールド制御、線形行列不等式、非線形システム、非線形制御、密度関数、ロバスト半正定値計画、厳密性

## 1. 研究開始当初の背景

制御系設計においては、制御対象の変動や非線形性の下でロバストかつ高い性能を有する制御則をシステムティックに構成する

ための理論的基礎と設計アルゴリズムが求められている。なかでも、ロバスト制御理論の成果を存分に活用して実用的な制御系設計につながると期待されるのが、線形パラメータ変動(Linear Parameter-Varying; LPV)

システム表現に基づくゲインスケジュールド(Gain- Scheduled; GS)制御[1]※である。GS 制御は、制御対象の変動や非線形性を積極的に補償することにより高い制御性能を得ることができる。しかしながら、LPV システムがスケジューリングパラメータの複雑な関数となっている場合、スケジューリングパラメータに確率的な観測雑音が含まれる場合などについては十分な結果が得られていなかった。

一方、非線形システムの安定解析の新たな方法として Rantzer の密度関数[2]を用いる方法が注目されつつある。特に、状態フィードバックゲインの設計を凸最適化問題として定式化できる点がリアプノフの方法にない特長である。しかしながら、密度関数については、例えば原点近傍での制御性能を考慮するなど、局所的な解析の方法が得られていなかった。

ロバスト性能や非線形システムの解析・設計の方法を支えるのがロバスト半正定値計画(Semi-Definite Programming; SDP)[3]と呼ばれる数理計画問題で、GS 制御則の設計のためのパラメータ依存線形行列不等式(Linear Matrix Inequality; LMI)や、密度関数を求めるための二乗和(Sum-Of-Squares; SOS)の不等式を解く問題がこれに含まれる。ロバスト SDP を通して、計算機パワーを有効に利用して複雑な制御問題を解くことは制御理論の一つの有効なアプローチである。ロバスト SDP は無限次元の問題であり、あるクラスの単純な構造を持つ問題を除いては有限次元の線形行列不等式(Linear Matrix Inequality; LMI)問題に帰着できないことが知られている。しかし近年、有限次元の緩和問題(LMI)の複雑度を増加することで漸的にロバスト SDP の解が得られること、また緩和問題のラグランジュ双対の最適解のデータから、緩和問題の解とロバスト SDP の解のギャップを見積もるという可能性が示された[3]。しかし、この結果はある限定されたクラスの問題にしか適用できていなかった。

※本報告書では、記述のために引用する文献(研究成果以外のもの)は[1], [2]などと記し、4章の最後にリストを示す。研究成果として得られた論文などは、5章のリストの番号に従って【雑誌論文 1】【学会発表 2】のように記す。

## 2. 研究の目的

本研究では、1章で述べた背景に動機を得て、ロバスト解析・設計や非線形システムの解析など、制御における定量的な解析・設計問題をロバスト SDP を通して解くための方

法論を発展させ、確立してゆくことを目的としている。特に、申請者のこれまでの研究成果を発展させ、数値最適化に基づくロバスト制御系及び非線形制御系の新たな設計法を構築する。本研究は次の3項目から構成される。

- (a) ゲインスケジュールド制御系の設計理論
- (b) 密度関数による非線形システムの解析
- (c) ロバスト SDP 問題の解法の開発

ここで、項目(c)は(a), (b)の結果を実装する上で必要不可欠な基礎技術であり、(c)の成果により(a), (b)の実用性が向上する。

## 3. 研究の方法

本研究は、理論的な考察による設計条件の導出やアルゴリズムの考案が主である。さらにそれらを計算機に実装し、制御系の解析や設計に関する数値実験を行うことにより、設計法やアルゴリズムの有効性を検証する。そのために、計算機環境の充実を行った。またロバスト解析の課題について共同研究【雑誌論文 10】【学会発表 10】を行っているドイツ Stuttgart 大学 C. W. Scherer 教授と研究打ち合わせを行った。研究成果は国内・国際学会で発表し、また学術誌に投稿し、掲載されている。

## 4. 研究成果

以下では、2章で述べた(a)-(c)の項目ごとに研究成果を述べる。

### (a)ゲインスケジュールド制御系の設計理論

研究代表者はこれまでに、GS 補償器の設計にディスクリプタ形式を適用することで、状態方程式の係数にスケジューリングパラメータの有理関数が含まれる LPV システムを、係数に一次関数のみが含まれるディスクリプタ形式に変形できることを指摘し、補償器の設計のためのパラメータ依存 LMI 問題のパラメータに関する複雑さの問題を解決した[4]。しかし、上記の結果のベースとなった文献[5]において扱えるディスクリプタ形式に制限があり、そのため[4]の結果にも制限があった。本研究ではこの制限を取り除き、任意の実現を扱えるようにした【雑誌論文 12】。さらに、制御対象にインパルスモードがない場合には、GS 補償器も常にインパルスモードがないものにできることを示した【雑誌論文 12】。

また、スケジューリングパラメータは観測量であり、雑音加わる。従来研究の多くは雑音の最大振幅を考慮しているが、その結果は白色雑音などに対しては保守的となる。本

研究では確率雑音に対するロバスト性を有する GS 制御則の設計法を導いた【雑誌論文 5】。

GS 補償器の設計の方法において、パラメータ依存のリアプノフ行列を用いることで保守性を減少させられることが知られているが、LMI の枠組みでこれを行うと、得られる GS 補償器にスケジューリングパラメータの微分が含まれることになり、実装上の問題があった[8]。本研究ではこれを解決し、スケジューリングパラメータの微分の代わりに一次フィルタを用いることを検討した。従来とは異なるパラメータ依存 LMI を解くことで、厳密な性能保証とともに微分項を含まない GS 補償器を設計できることを示した。さらに、一次フィルタの時定数を短くすることで、微分を必要とする GS 補償器と同等の性能が得られることも示した【雑誌論文 1, 7, 8, 11】。この結果により、パラメータ依存リアプノフ関数によるゲインスケジュールド制御則の設計法がスケジューリングパラメータの微分に依存することが指摘[8]されて以降、この問題に対する一つの明快な解答を示すことができた。

#### (b) 密度関数による非線形システムの解析

密度関数を用いる方法[2]では大域的な安定性のみが扱われていた。一方研究代表者は、非線形システムにおいては大域的な性質を要求できないことが多いという観点から、与えられた領域の正不変性とその領域から出発する解軌道のみに関する安定条件を密度関数によって与えた[6]。この結果は制御則の設計における凸性という[2]の利点を引き継いでいる。しかし文献[6]の方法では、あらかじめ正不変集合の候補を与えなければ解析を行うことができず、正不変集合自体を探索することはできなかった。

そこで本研究では、局所的に定義される密度関数(Locally Defined Density Functions)の概念を提案し、平衡点の近傍のみで密度関数の条件を部分的に満たす関数が、ある正不変集合のもとで文献[6]の密度関数となることを保証する条件を示した【雑誌論文 6】。ここで、正不変集合は密度関数のレベル集合で与えられる。この結果はリアプノフ関数による結果に平行するが、状態フィードバックの計算に関する凸性は依然として有しているのが特長である。この結果により、リアプノフの方法に比べて密度関数の方法に欠けていた局所的な解析について初めて結果が示されたことになる。

また、従来の密度関数によるアプローチでは解軌道の平衡点や集合の収束性についてのみが考えられていた。しかし、制御性能についても考慮できることが望ましい。そこで【学会発表 10】では、近似線形システムに対

する最適レギュレータなどのゲインに平衡点近傍で一致し、かつ大域的もしくは所定の正不変集合上での安定性を有する非線形制御則を設計する方法を示した。

従来研究ではベクトル場が連続微分可能であるという仮定がなされていた。これは、密度関数による安定性の証明の過程において、密度関数で定義される集合の測度の単調性を示すために測度をシステムの解軌道に沿って微分する必要があり、その演算における積分の変数変換が微分同相となるためにベクトル場の連続微分可能性が必要となるからであった。本研究ではこの仮定を緩め、ベクトル場が「リプシッツ連続、区分的に二回微分可能、かつ二階微分がコンパクト集合上有界」という仮定のもとで、密度関数による集合の速度の単調性をベクトル場の微分可能点だけの条件で文献[2]同様に判定できることを示した【雑誌論文 2】。この結果は、実際の制御系ではよく見られる区分的に滑らかな制御則（例えば入力飽和など）を密度関数を用いて非線形システムに対して設計できる可能性を拓くもので、今後の展開が有望であると考えている。

#### (c) ロバスト SDP 問題の解法の開発

パラメータ依存 LMI や密度関数を求める問題(SOS 問題として定式化できる)は関数を探索する無限次元の問題となり、そのままでは計算することはできない。関数のクラスを有限次元近似し、ロバスト SDP に帰着させ、さらに十分条件となる有限個の LMI (上界緩和問題)を導出することで、これらの問題が解かれている[3]。申請者は計算量を増やすことで保守性がいくらかでも小さくなる性質(漸近的厳密性と呼ばれる)を有する解法[7]を導出した。ロバスト SDP の研究において漸近的厳密性は重要な性質であるが、実際の計算では定式化される LMI が大きくなり、通常のアプローチを単に適用するのでは解ける制御問題の規模が制限されるという問題がある。

本研究では、まず上界緩和問題の厳密性を、上界緩和問題のラグランジュ双対問題の最適解の数値データを用いて検証するためのアルゴリズムを導出した【雑誌論文 10】。この結果は、文献[3]で示された非線形方程式による厳密性条件を解析し、再帰的に構成される行列の固有値問題を解くことにより「最悪ケース不確かさ」を求め、それにより下界緩和問題を形成し、上界緩和問題との解のギャップを見積もるアルゴリズムを示している。ロバスト SDP とその緩和問題の間に

$$\begin{aligned} \text{上界緩和問題の解} &\geq \text{ロバスト SDP の解} \\ &\geq \text{下界緩和問題の解} \end{aligned}$$

なる関係があることから、上界緩和問題の解と、アルゴリズムを用いて構成された下界緩和問題の解が一致すれば、直接計算することのできないロバスト SDP の解が上界緩和問題の解に等しいことが証明される。

【雑誌論文 10】の結果では、ロバスト SDP を定式化する際の線形分数表現 (Linear Fractional Representation; LFR) における不確かさのブロック  $\Delta$  の構造が repeated-scalar と呼ばれる対角行列の構造を持つことを仮定している。しかしこれは、適用可能なマルチプライアのクラスを限定することにつながる。そこで【雑誌論文 4】では、不確かさのブロックの構造が有理関数であることを扱う方法を示した。この方法では、最悪ケース不確かさの第一要素の計算において、従来研究の固有値問題の代わりに有理関数行列の零点を求める問題を解く形になっている。【雑誌論文 4】の結果により、従来研究よりも広いクラスのマルチプライアに対して厳密性検証が可能になる。このことにより、従来十分条件であることしか保証できなかった様々なロバスト解析条件が厳密すなわち有効に働いていることを証明できる可能性が示される。ロバスト SDP は制御を含め多くの応用を持つ問題であり、本研究のロバスト SDP に関する結果は実際的な問題をより効率よく解くための基礎となると期待される。

引用文献：

- [1] 増淵：ゲインスケジューリング制御、SICE セミナー「実践的な制御系設計—ゲインスケジューリングとむだ時間制御—」資料、pp. 1-14 (2003)
- [2] A. Rantzer: A dual to Lyapunov's stability theorem, Systems & Control Letters, Vol.42, pp.161-168 (2001)
- [3] C.W. Scherer: LMI relaxations in robust control, European Journal of Control, Vol.12, pp.3-29 (2006)
- [4] I. Masubuchi et al.: Gain-scheduled controller design based on descriptor representation of LPV systems: application to flight vehicle control, 43rd IEEE Conference on Decision and Control, pp.815-820 (2004)
- [5] I. Masubuchi et al.:  $H^\infty$  control for descriptor systems: a matrix inequalities approach, Automatica, Vol.33, pp.669-673 (1997)
- [6] I. Masubuchi: Analysis of positive invariance and almost regional attraction via density functions with converse results, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.52, pp.1329-1333 (2007)
- [7] I. Masubuchi: An exact solution to

parameter-dependent convex differential inequalities, Proc.1999 European Control Conference, Session BP-13, 4th (1999)

[8] P. Apkarian and R. J. Adams: Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems, IEEE Transactions on Control System Technology, Vol.6, No.1, pp.21-32 (1998)

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

1. Izumi Masubuchi and Iori Kurata: Gain-scheduled control via filtered scheduling parameters, Automatica, 査読有、巻未定、掲載決定(2011)
2. Izumi Masubuchi: Almost everywhere stability of systems with a piecewise-C2 Lipschitz continuous vector field, Proceedings of the 18th IFAC World Congress, 査読有、巻無し、掲載決定(2011)
3. 和田信敬、高橋亮裕、増淵泉、佐伯正美：後輪横力情報を用いたアクティブ前輪操舵制御系の設計、査読有、日本機械学会論文集 C 編、Vol. 76, No. 770, pp. 2528-2544 (2010.11)
4. Daisuke Maruyama and Izumi Masubuchi: Exactness verification of upper-bound relaxations derived via parameter-dependent multipliers for rational uncertainty blocks, Proceedings of the 2010 IEEE Multi-conference on Systems and Control, 査読有、巻無し、pp. 743-748 (2010)
5. Izumi Masubuchi and Yoshihisa Fujimoto: On robust synthesis of gain-scheduled controllers under stochastic measurement noise on the scheduling parameter, Proceedings of the SICE Annual Conference 2010, 査読有、巻無し、pp. 3043-3046 (2010)
6. Izumi Masubuchi: Stability Analysis and Stabilization of Nonlinear Systems via Locally Defined Density Functions, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 査読有、Vol. 3, No. 6, pp. 424-428 (2010)
7. Izumi Masubuchi and Iori Kurata: Gain-scheduled control synthesis by using filtered scheduling parameters, Proceedings of the Combined 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, 査読有、巻無し、pp. 2180-2185 (2009)

8. 増淵泉、倉田伊織：ゲインスケジュールド制御におけるフィルタを通したパラメータの利用について、計測自動制御学会論文集、査読有、Vol. 45, No. 9, pp. 469-475 (2009)
9. Izumi Masubuchi: Stability analysis of nonlinear systems via locally defined density functions, Proceedings of the ICROS-SICE International Joint Conference 2009, 査読有、巻無し、pp. 2454-2457 (2009)
10. Izumi Masubuchi and Carsten W. Scherer: A recursive algorithm of exactness verification of relaxations for robust SDPs, Systems & Control Letters, 査読有、Vol. 58, pp. 592-601 (2009)
11. Izumi Masubuchi and Iori Kurata: Gain-scheduled controller synthesis via Lyapunov matrices that depend on the filtered scheduling parameter, Proceedings of the 2009 International Conference on Networking, Sensing and Control, 査読有、巻無し、pp. 416-421 (2009)
12. Izumi Masubuchi and Atsushi Suzuki: Gain-scheduled controller synthesis based on new LMIs for dissipativity of descriptor LPV systems, Proceedings of the 17th IFAC World Congress, 査読有、巻無し、pp. 9993-9998 (2008)

[学会発表] (計 14 件)

1. 安部雄生、増淵泉：ロバスト最適化によるフィルタ型ゲインスケジュールド制御系の構成、第 19 回計測自動制御学会中国支部学術講演会、平成 22 年 11 月 27 日、島根大学 (松江市)
2. 増淵泉：局所密度関数による非線形システムの安定化について、第 39 回制御理論シンポジウム、平成 22 年 9 月 28 日、ホテルコスモスクエアセミナーセンター (大阪市)
3. 岡田啓、増淵泉：ロバスト SDP における領域分割型上界緩和問題の厳密性、第 18 回計測自動制御学会中国支部学術講演会、2009 年 11 月 29 日、鳥取大学 (鳥取市)
4. 増淵泉：ロバスト解析の厳密性の検証 — マルチプライアに依存しない方法 —、第 52 回自動制御連合講演会、2009 年 11 月 21 日、大阪大学 (豊中市)
5. 増淵泉、丸山 大輔：ロバスト SDP の上界緩和問題の厳密性 — 一般的な不確かさへの拡張 —、第 38 回制御理論シンポジウム、2009 年 9 月 16 日、ホテルコスモスクエア国際交流センター (大阪市)
6. 和田信敬、高橋亮裕、増淵泉、佐伯正美：

- 車輪横力情報を用いたアクティブ前輪操舵制御系の設計、第 11 回「運動と振動の制御」シンポジウム、2009 年 9 月 2-4 日、アクロス福岡 (福岡市)
7. 丸山大輔、増淵泉：有理関数型不確かさを持つロバスト解析問題に対するパラメータ依存マルチプライアを用いた上界緩和問題の厳密性検証、第 10 回計測自動制御学会制御部門大会、2009 年 3 月 16 日、熊本大学 (熊本市)
8. 倉田伊織、増淵泉：フィルタを通したパラメータに依存する LMI を用いたゲインスケジュールド制御系設計、第 9 回制御部門大会、2009 年 3 月 4-6 日広島大学 (東広島市)
9. 倉田伊織、増淵泉：区分多項式パラメータ依存 LMI の計算法、第 17 回計測自動制御学会中国支部学術講演会、2008 年 11 月 15 日、広島大学 (東広島市)
10. 石田大祐、増淵泉：平衡点近傍での制御性能を考慮した密度関数による非線形制御則の設計、第 17 回計測自動制御学会中国支部学術講演会、2008 年 11 月 15 日、広島大学 (東広島市)
11. 山本俊介、増淵泉：Rantzer の密度関数の逐次的計算法、第 17 回計測自動制御学会中国支部学術講演会、2008 年 11 月 15 日、広島大学 (東広島市)
12. 増淵泉：局所密度関数による非線形システムの安定解析、第 17 回計測自動制御学会中国支部学術講演会、2008 年 11 月 15 日、広島大学 (東広島市)
13. 増淵泉、Carsten W. Scherer：ロバスト SDP の上界緩和問題の厳密性の判定のための新たな方法、第 37 回制御理論シンポジウム、2008 年 9 月 18 日、霧島いわさきホテル (霧島市)
14. 増淵泉：ロバスト半正定値計画問題：厳密解に向けて、第 52 回システム制御情報学会研究発表講演会招待講演、2008 年 5 月 16-18 日、京都情報大学院大学 (京都市)

[その他]  
ホームページ等

6. 研究組織
  - (1) 研究代表者  
増淵 泉 (MASUBUCHI Izumi)  
広島大学・大学院工学研究院・准教授  
研究者番号：90283150
  - (2) 研究分担者  
なし
  - (3) 連携研究者  
なし