

機関番号：13301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20560461

研究課題名（和文）荷重の変動を考慮した支持力・安定性評価に対するシェイクダウン解析の応用について

研究課題名（英文）Application of Shakedown analysis to bearing capacity and stability problems of foundations subject to variable loads

研究代表者

小林 俊一（Kobayashi Shun-ichi）

金沢大学・環境デザイン学系・准教授

研究者番号：10243065

研究成果の概要（和文）：

地震や風に由来する自然外力や、交通など人為活動による外力は、実は時間・空間的に一定ではない。そこで、ある範囲内を変動する荷重に対する基礎構造物の支持力解析をシェイクダウン定理に基づいて定式化し、数値解析を実施した。また従来法であるせん断強度低減法の力学的解釈を与え、さらに数値計算法を改良し、その安定性と精度向上を図った。これらの成果は、より高度な基礎構造物の性能予測を可能にするものである。

研究成果の概要（英文）：

In general, external forces are not constant values both in time and in space. Shakedown analysis is formulated and applied to the problems of bearing capacity of shallow foundations under variable loads. In the conjunction of the shakedown analysis, mechanical interpretation of shear strength reduction method and improvement of special discretization of a stress field are also discussed. These results will contribute to the advanced and sophisticated evaluation of foundation structures

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	2,000,000	600,000	2,600,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：土木工学・地盤工学

キーワード：基礎工学、シェイクダウン解析、極限解析法、せん断強度低減法、有限要素法、直接法

## 1. 研究開始当初の背景

基礎の支持力問題や土構造物の安定問題では、決定論的に与えられる単一の荷重を想定して解析を行うケースが多い。しかしながら、構造物に作用する外力には、地震荷重、風荷重、潮力などの自然荷重や、自動車・鉄道等に起因する交通荷重が含まれることから、より精度の高い挙動予測を目指すために、荷重の変動を考慮した解析を実施すること

は自然な流れである。

シェイクダウンとは、繰返し荷重を受ける構造物が載荷初期には塑性変形を示すものの、十分な繰返し回数を経ると弾性応答に落ち着く(Shakedown)ことを意味する。力学的には、構造物内部で応力の再配分が行われ、塑性変形の進行が止まり、最終的には安定した弾性応答を示すようになると解釈できる。このようなシェイクダウンを示す限界の荷重を評価する指導原理としてシェイクダウ

ン定理が知られている。この方法は直接法に属し、荷重係数の最適化問題として定式化できる。

荷重の変動を考慮した解析法として、シェイクダウン定理に基づく支持力・安定解析法を提案し、地盤工学への展開を図ることには、工学的な意義があると考えた。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は以下の2つに大別できる。

一つは、地盤工学上の諸問題への応用としてのシェイクダウン解析である。つまり、シェイクダウン定理に基づく支持力・安定解析法を定式化し、荷重の変動による支持特性や安定性の変化を定量的かつ簡潔に把握する解析法を提案することである。さらに構造物の性能照査という視点から、従来の単一荷重に対する支持力・安定解析法を発展させた、より高度な設計ツールとして、工学的な展開を図ることも含まれる。

もう一つは、シェイクダウン解析や剛塑性解析といった直接法に属する解析法そのものの深化である。すなわち、これらの方法が実務の数値解析で良く用いられるせん断強度低減法とどのような力学的関係にあるのか明らかにすることは、それらの解を利用する技術者にとっては必須の情報である。また、数値解析法を開発する場合、数値計算上安定でしかも精度のよい手法が望ましい。本研究では、応力場と速度場・変位場の両方を変数とする混合型の有限要素法を用いて解析を行うため、これらに必要な空間離散化の改良を行い、数値計算手法そのものの深化を図る。

## 3. 研究の方法

(1) 表面移動荷重の支持特性に関するシェイクダウン解析

シェイクダウン定理に基づく支持力・安定解析法については、以下の手順によって定式

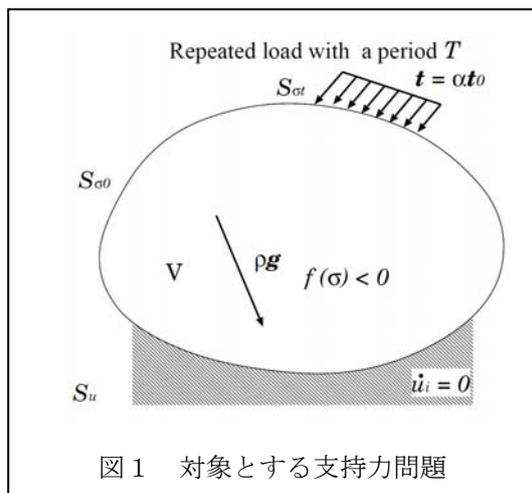


図1 対象とする支持力問題

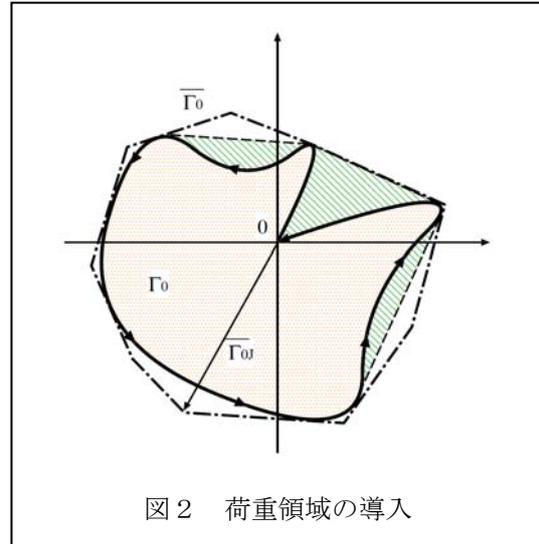


図2 荷重領域の導入

化を行う。対象問題は図1に示すとおりである。まず時間域の解析を回避するために、図2に示すように一般化荷重空間内に時間によって変動する外荷重が全て含まれるような凸な荷重領域を考える。その上で、メランの定理に基づいて、この荷重領域に対してシェイクダウンを起こすような最大の荷重係数を求める最大化問題として取り扱う。さらに、この最大化問題をシステムチックに解くため、ラグランジアンを導入して双対問題（離散化した意味でのKoiterの定理と解釈

$$\begin{aligned}
 B^T \sigma^{r*} &= D_d^T p^* \\
 \sigma_j^* &= \alpha^* \sigma_{j0}^E + \sigma_g^E + \sigma^{r*}, \forall J \\
 f(\sigma_j^*) + s_j^* &= 0, \forall J \\
 \mu_j &= \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T \lambda_j^*, \forall J \\
 B \kappa^* &= \sum_{J=1}^{J_{\max}} \mu_j^* \\
 W_{ext0} &= \sum_{J=1}^{J_{\max}} \mu_j^* \cdot \sigma_{j0}^E = 1 \\
 D_d \kappa^* &= 0 \\
 \Lambda_J s_J &= 0, \forall J, \text{ where } \Lambda = \text{diag}(\lambda_i)
 \end{aligned}$$

図3 解くべき方程式群

できる)を導出し、主問題と双対問題を同時に解く主双対内点法として、支持力解析を定式化する。解くべき方程式は図3のようにまとめられる。これらの方程式はそれぞれ、残留応力場の釣合式、応力の合成、降伏条件、流れ則、コイターの意味での変形の適合条件、1周期当たりの正規化した外部塑性仕事、齊

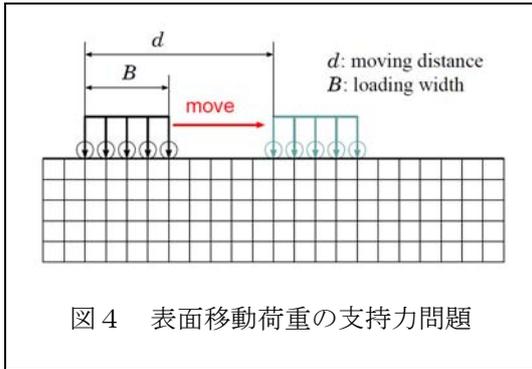


図4 表面移動荷重の支持力問題

次ディリクレ境界条件および相補性条件である。

対象とする問題は、 $c, \phi$ 材料よりなる水平地盤の上を移動する均一分布荷重の支持特性を評価する問題である。その概要を図4に示す。支持力に与える自重と粘着力の関係は、パラメータ  $G = \rho g B / (2c)$  によって統一的に整理できる。ここに  $\rho$  は密度、 $g$  は重力加速度、 $c$  は粘着力、 $B$  は載荷領域の幅である。

(2) せん断強度低減法の数理的性質

実務の数値解析で広く用いられるせん断強度低減法について、極限解析法と同様にラグランジュ双対理論に基づく数理的検討を行う。対象問題は、比例荷重を受けるDrucker-Pragerの降伏基準に従う地盤の安定解析である。斜面安定解析では、物体力を基準荷重として斜面安全率を定義することが多いので、このような比例荷重を考えることはごく自然である。数理的な検討に加えて、商用コードである有限差分プログラムFLACを用いた数値解析を実施し、理論的な考察の妥当性を確認した。

(3) 剛塑性有限要素法における応力の空間離散化の改良とアワグラス・ロッキング対策  
西藤は応力の空間離散化に着目し、自然座

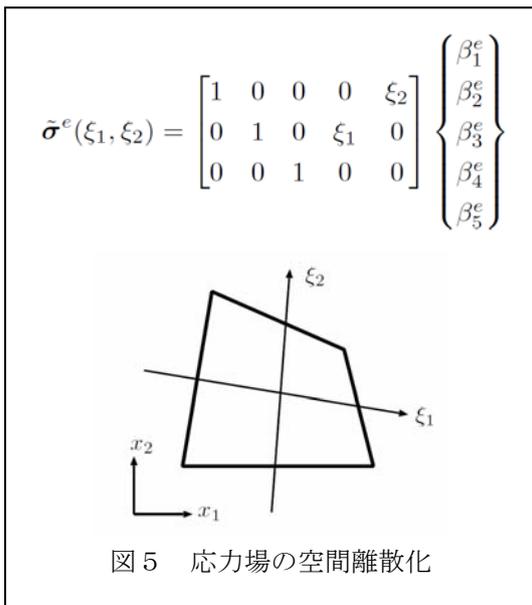


図5 応力場の空間離散化

標系で応力の共変成分が自然座標系の関数として表現することでアワグラスモードとロッキングの改善を図った(図5)。2次元問題の場合、解くべき応力成分は物理的に3つであるが、これを4点1次アイソパラメトリック要素内で5つの未知数を用いて表し、 $2 \times 2$ のガウス積分を用いてBマトリクスを計算する方法を提案した。

4. 研究成果

(1) 移動荷重の支持特性と荷重のばらつきを考慮した支持特性評価の必要性

典型的な表面移動荷重の支持特性の一例を図6に示す。横軸は無次元移動距離、縦軸はシェイクダウン限界に対応する荷重係数である。静止荷重よりも移動荷重の方が支持力は低下するが、無次元移動距離がおよそ1.5程度になれば、荷重係数はほぼ一定値に収束していることがわかる。また自重の影響

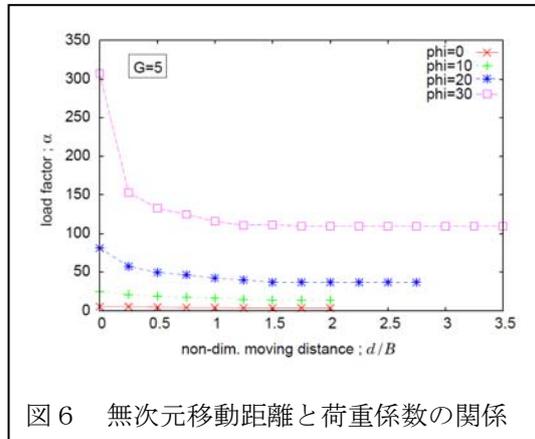


図6 無次元移動距離と荷重係数の関係

がより大きいケース(パラメータGの大きいケース)の方が支持力は大きく、また静止荷重の支持力に対する移動荷重の支持力の低下割合も大きい。

一方パラメータGを固定して内部摩擦角の違いに着目して支持力の違いを表したものが図7である。

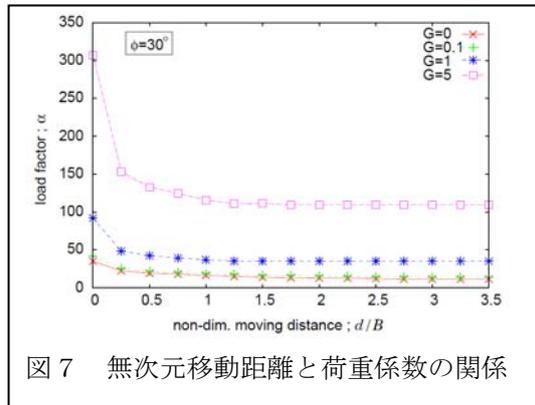


図7 無次元移動距離と荷重係数の関係

これらの図は、荷重の変動が支持力特性に少なからず影響を与えること、とりわけ荷重条件を静止状態や完全に鉛直方向のみと理想化することによって、支持力を評価

することは、危険側の評価につながる可能性があることを示している。したがって、これらの結果は、荷重のばらつきを考慮した支持特性評価が今後必要となってくることを示唆している。

(2) せん断強度低減法 (SSR 法) による安全率と極限解析法による安全率の関係

比例荷重を受ける場合は、せん断強度低減率  $m$  (あるいはその逆数である安全率  $F=1/m$ ) を評価するための基準荷重  $\Gamma_0$  が  $m < 1$  であれば、SSR 法で評価される安全率は極限解析法による終局限界荷重と比較して安全側 (控え目な) 解を与える。一方、基準荷重が  $m > 1$  であれば、SSR 法で評価される安全率は終局限界荷重と比較して危険側の値を与える。これらをまとめたものが表 1 である。

一般に、異なる方法で評価した安全率を相互に比較する場合は注意が必要である。斜面が崩壊する安全率  $F=1$  を除いては、解析方法ごとに安全率の定義が異なる。今回、比例荷重という限られた条件ではあるが、極限解析法で用いる塑性崩壊時の荷重係数と、SSR 法による安全率の関係を示したことは、工学的利用を考える上で重要である。我々は構造物の安全性を説明するためには、どの荷重で壊れるかを明示する方が分かりやすいと考える。表 1 の関係を念頭に置けば、SSR 法を複数回解析することによって、荷重に対する荷重係数を評価することも可能である。

パラメータ $\alpha$	$m^* < 1$	$m^* = 1$	$m^* > 1$
$\alpha > 0$	$\bar{m} < 1$	$\bar{m} = 1$	$\bar{m} > 1$
$\alpha = 0$	$\bar{m} = 1$	$\bar{m} = 1$	$\bar{m} = 1$

$m^*$ : 基準荷重  $\Gamma_0$  に対するせん断強度低減係数  
 $\bar{m}$ : 荷重  $\Gamma = \Gamma_0/m^*$  に対するせん断強度低減係数

(3) 混合型剛塑性有限要素法におけるアワグラスモードとロッキングの回避

西藤は提案手法を用いて内圧を受ける圧肉円筒管の塑性破壊問題を取り上げた (図 8)。この問題は従来用いられている要素内定応力による離散化では、アワグラスモードが出やすい問題として知られている。図 9 には、提案手法による解析結果と従来法による解析結果を示している。従来法では非常に明確なアワグラスモードが出現しているため、偽の崩壊機構が現れて速度場の議論が出来ない。一方、提案手法では数値的にも安定した解が得られており、その有効性は明らかである。

最後に今後の研究の方向性についてコメントする。シェイクダウン解析法の基本的な

定式化は既に完成しているが、今回西藤によって提案された応力場の空間離散化手法は、

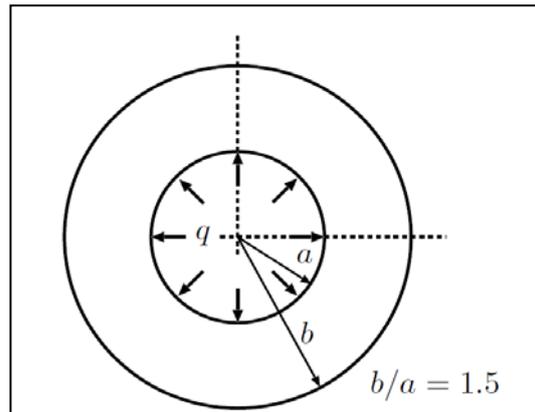


図 8 内圧を受ける圧肉円筒管の塑性解析

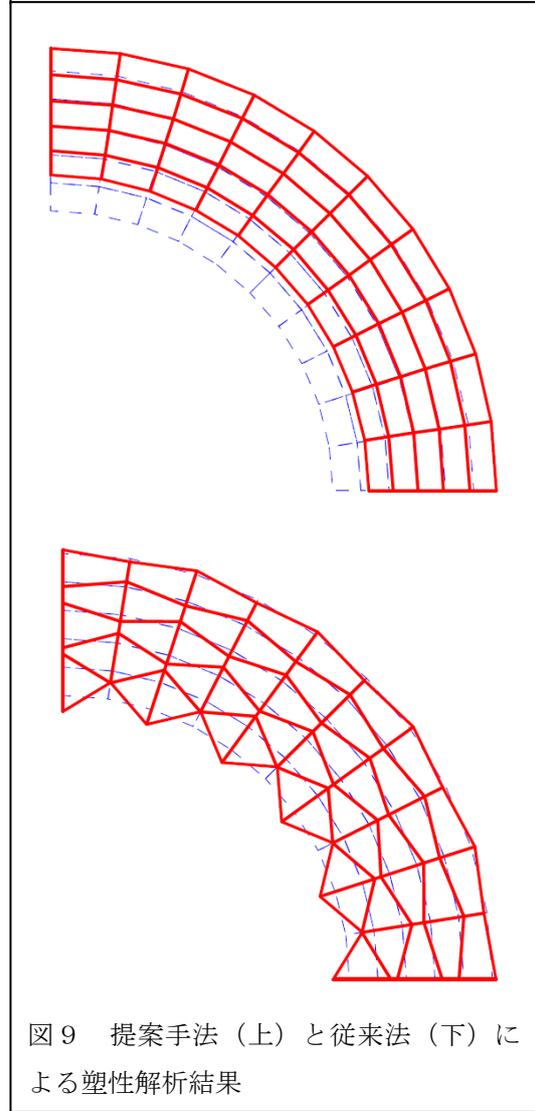


図 9 提案手法 (上) と従来法 (下) による塑性解析結果

数値的により安定で精度が高いと考えられるため、これをシェイクダウン解析に実装し、その有効性を確認することが必要である。シェイクダウン解析法を地盤工学の分野で積

極的に応用している例は残念ながら未だない。しかし、本手法は荷重のばらつきなどを考慮しうる、より高度な支持力評価手法としての潜在的能力を持っているので、この研究をさらに発展させて行く必要性があると考えられる。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

- ① 西藤潤, 小林俊一, 混合型剛塑性有限要素解析におけるアウグラス・ロッキング制御について, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 67, No. 1, pp. 1-12 (2011) 査読有
- ② 小林俊一, 西木佑輔, 下南貴史, 松本樹典, せん断強度低減法の数理的性質に関する検討, 土木学会応用力学論文集, Vol. 13, pp. 401-409 (2010) 査読有
- ③ S. Kobayashi, Direct Evaluation of a Permanent Deformation Theory and Formulation, Proceedings of 4th International Workshop on New Frontiers in Computational Geotechnics, Pittsburgh (USA), pp. 65-68 (2009), 査読なし
- ④ 小林俊一, 西藤潤, 柳本佳楠子, 変位速度境界で外部仕事率を最大にする剛塑性境界値問題の混合型解法について, 土木学会応用力学論文集, Vol. 12, pp. 237-245 (2009) 査読有
- ⑤ S. Kobayashi & R. Izawa, Rigid plastic analysis for bearing capacity of strip footings subjected to combined loads, Proceedings of 17<sup>th</sup> ICSMGE, Alexandria (Egypt), pp. 626-629 (2009), 査読なし
- ⑥ S. Kobayashi, S. Sawai & T. Tamura, Bearing capacity of Mohr-Coulomb soils subjected to moving surface loads, Proceedings of 4th International Conference on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM08), Jeju (Korea), CD-ROM (2008), 査読なし

[学会発表] (計1件)

- ① 柳本佳楠子, 小林俊一, 西藤潤, 変位速度制御条件を課せられる極限解析法の混

合解法について, 第 58 回理論応用力学講演会 (NCTAM2009), 2009 年 6 月 10 日, 日本学術会議 (東京都)

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

小林 俊一 (Kobayashi Shun-ichi)  
金沢大学・環境デザイン学系・准教授  
研究者番号: 10243065

##### (2) 研究分担者

田村 武 (Tamura Takeshi)  
京都大学・大学院工学研究科・教授  
研究者番号: 30026330  
(H20-H21)

西藤 潤 (Saitoh Jun)  
京都大学・大学院工学研究科・准教授  
研究者番号: 40456801