

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 18 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究（A）

研究期間：2008 ～ 2011

課題番号：20684003

研究課題名（和文） 群作用付孤立超曲面特異点のホモロジー的ミラー対称性

研究課題名（英文） Homological Mirror Symmetry of Isolated Hypersurface Singularities
With Group Actions

研究代表者

高橋 篤史 (TAKAHASHI ATSUSHI)

大阪大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：50314290

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：幾何学，代数学，数理論理学，ミラー対称性

1. 研究計画の概要

ミラー対称性とは、リーマン面から多様体への正則写像の数え上げに対応する A 模型と複素多様体の変形理論に対応する B 模型という、2 つの位相的弦理論の等価性のことである。ミラー対称性は多様体の定性的および定量的な性質に関するさまざまな予想を与え、これまで個別に研究されてきた数学を結び付けるので極めて興味深い。

本研究の目的は、離散群・特異点・ルート系・リー環・有限次元代数の間にある不思議な関係を解明するため、ホモロジー的ミラー対称性の観点から、群作用付孤立超曲面特異点に対して、「群作用付き行列因子化の圏およびその安定性条件の空間の構造解明」および「ミルナーファイバーの消滅ラグランジアン輪体の行列因子化による構成」という課題を解決することである。

2. 研究の進捗状況

群作用付孤立超曲面特異点のミラー対称性は、7, 555 個の位相的ミラー対をなすカラビ-ヤウ多様体の発見をもたらした。最近、堀氏・Orlov 氏・研究代表者らにより、80 年代中旬の特異点理論における行列因子化のアイデアで、その理解が急速に進んでいる。離散群・特異点・ルート系・リー環・有限次元代数の間にある不思議な関係を解明するため、ホモロジー的ミラー対称性の観点から、群作用付き行列因子化の圏およびその安定性条件の空間の構造解明を目指し、研究を行った。これまでの研究において、群作用付き超曲面特異点に対するホモロジー的ミラー対称性予想の定式化および予想成立の状況証拠を与えていた。

本研究課題により、群作用付きの「カスプ特

異点」と滑らかな射影曲線を粗なモジュライ空間としてもつオービフォールドのホモロジー的ミラー対称性予想の組み合わせ論的側面に関する命題を証明することができた。具体的には、群作用付孤立超曲面特異点に対して、「ドルガチェフ数」と「ガブリエロフ数」を定義することができ、それらが超曲面特異点の「転置」操作により入れ替わる、ということを証明した。これにより、「アーノルドの奇妙な双対性」を完全な形で拡張することができ、それはミラー対称性によりもはや「奇妙でなく」自然に説明できるようになった。

また、ホモロジー的ミラー対称性によってミラー対であることが期待される単純楕円型特異点と重み付き射影直線の対に対して、平坦構造をそれぞれ原始形式とグロモフ-ウィッテン不変量の理論から構成し、その同型写像を構成した。これは、この対に対して古典的な意味でのミラー対称性を証明したことになる。この帰結として、あるエータ積のフーリエ級数の幾何学的意味づけを行うことができた。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

期待していた研究計画について、アーノルドの奇妙な双対性の解明およびその一般化については当初計画以上に進展があり、群作用付き特異点のホモロジー的ミラー対称性については順調に研究が進んでいるため。

4. 今後の研究の推進方策

当初予定どおり研究を遂行する予定である。

5. 代表的な研究成果
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

- ① W. Ebeling and A. Takahashi, Strange duality of weighted homogeneous polynomials, to appear in *Compositio Math.*, (巻・最初と最後の頁は未定), (2011), 査読有.
- ② A. Takahashi, Weighted projective lines associated to regular systems of weights of dual type, *Advanced Studies in Pure Mathematics*, 59, 371 – 388, (2010), 査読有.
- ③ H. Kajiura, K. Saito and A. Takahashi, Categories of Graded Matrix Factorizations for Regular Systems of Weights with $e=-1$, *Advances in Mathematics*, 220, 1602 – 1654, (2009), 査読有.
- ④ K. Saito and A. Takahashi, From Primitive Forms to Frobenius Manifolds, *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, 78, 31 - 48, (2008), 査読有.

[学会発表] (計 26 件)

- ① A. Takahashi, Mirror symmetry for weighted homogeneous polynomials, *Derived Category Tokyo 2011*, 2011 年 1 月 28 日, 東京大学.
- ② A. Takahashi, Strange duality of weighted homogeneous polynomials, *Workshop on Geometry and Physics of Landau-Ginzburg model*, 2010 年 6 月 1 日, Institut Fourier (Grenoble, France).
- ③ A. Takahashi, Triangulated categories for isolated hypersurface singularities and mirror symmetry, 可換環論シンポジウム, 2009 年 11 月 27 日, ホテルアウイーナ大阪.
- ④ A. Takahashi, Homological Mirror Symmetry for Cusp Singularities, *Workshop on Homological Mirror Symmetry and Related Topics*, 2009 年 1 月 23 日, University of Miami (Miami, USA).
- ⑤ A. Takahashi, Homological Mirror Symmetry for Isolated Hypersurface Singularities, *Workshop on Homological Mirror Symmetry and Symplectic Geometry*, 2008 年 5 月 27 日, MIT (Cambridge, USA).

[図書] (計 1 件)

- ① 江口徹・深谷賢治・高橋篤史・並河良典・細野忍・今野宏・マーティンゲスト - 乙

藤隆史・中島啓, 日本評論社, ミラー対称性入門, 2009 年, 33–45, 60–70, 137–148.