

科学研究費補助金研究成果報告書

平成24年 4月 1日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008 ～ 2011

課題番号：20700008

研究課題名 (和文) 汎用的なネットワーク設計問題に対するアルゴリズムの研究

研究課題名 (英文) Research on algorithms for general network design problems

研究代表者

福永 拓郎 (Takuro Fukunaga)

京都大学大学院情報学研究科 助教

研究者番号：60452314

研究成果の概要 (和文)：

ネットワーク設計問題とは、安定的で効率の良いネットワークを構築したり制御したりすることをモデル化した組合せ最適化問題の一種である。本研究では、ネットワーク設計における様々な課題を汎用的な組合せ最適化問題としてモデル化し、その数理的性質の解析とアルゴリズム開発を行った。特に、連結度制約と次数制約を持つネットワーク設計問題、劣モジュラシステム分割問題、集合間連結性に関する要求を持つグラフの向き付け問題、供給点配置問題などの問題について新たな成果を得た。

研究成果の概要 (英文)：

Network design problem is a combinatorial optimization problem the goal of which is to construct efficient and stable networks or to control networks effectively. In this research, we considered general models that capture a variety of tasks which are important in applications, and investigated them to develop algorithms. In particular, we have obtained new results for problems such as survivable network design problems with connectivity and degree constraints, submodular partition problem, graph orientation problem with set-connectivity demands, and source location problem.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：数理工学

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：グラフアルゴリズム、数理計画、連結性、反復丸め法、グラフ向き付け

1. 研究開始当初の背景

今日のような情報化社会では、あらゆるシステムが情報・通信ネットワークに依存してお

り、一度ネットワークに障害が発生したら社会活動のあらゆる場面において深刻な影響を及ぼすことになることから、安定的に動作

する大規模なネットワークは重要なインフラであるといえる。

ネットワーク設計問題とは、安定的で効率の良いネットワークを構築したり制御したりすることをモデル化した組合せ最適化問題の一種である。信頼性・安定性やコストなどに関する要求を数理的な条件として記述し、それらの条件を制約として満たすネットワークを求めることが問題の目的である。ネットワークのあり方について数理的な側面から知見を与えるネットワーク設計問題の研究は、上で述べた大規模ネットワークの重要性からも必要不可欠な基盤技術であるといえる。またそれだけではなく、多くの組合せ最適化問題がグラフ・ネットワークのようなデータ構造を用いて定義できるため、一見ネットワーク設計とは無関係に見える問題であっても、ネットワーク設計問題に帰着できたり、ネットワーク設計問題のアルゴリズムや考え方を応用できたりすることがある。そういう意味で、ネットワーク設計問題は組合せ最適化の中でも基礎的な問題であり、これについて新たな性質を解明したり高性能なアルゴリズムを与えることは、学術面においても応用面においても非常に大きなインパクトを与えることにつながると期待される。

2. 研究の目的

本研究の目的は、ネットワーク設計における様々な課題を汎用的な組合せ最適化問題としてモデル化し、その数理的性質の解析とアルゴリズム開発を行うことである。これにより、アルゴリズムを実際に応用する際に柔軟な運用を可能にしたり、多くの最適化問題を解く際に基礎技術として活用できる新たなアルゴリズムを得ることを目指す。

3. 研究の方法

ネットワークへの制約として、特に以下の制約について着目した。

(1) グラフの連結性に対する制約：ネットワーク設計において最も重要な概念は、ネットワークを表現するデータ構造であるグラフの連結性である。これは、ネットワークの耐故障性や通信容量を表現した性質で、代表的なものとしては、辺の欠損に対する頑健性を表す辺連結度や節点の欠損に対する頑健性を表す点連結度などがある。これらに加えて近年では、理論・応用上の必要性から新たな連結性の概念も注目されている。その一つとして例えば節点集合間の連結性が挙げられる。これは、従来研究では節点の対に対して定義されていた連結性を、節点集合対に拡張した概念である。例えば、通信ネットワーク上であるサービスを提供する際、ネットワ

ークの負荷の分散や故障に備えるために、複数箇所に同一のサービスを提供するサーバを設置するという対策がとられることがある。ネットワーク上のユーザは、そのサーバのうち のどれか一つにアクセスすればサービスを受けることができる。この場合、複数のサーバからなる節点集合と、ユーザに対応する節点の間の連結性が重要になる。また、提供されるサービスの種類が複数あり、それらに依存関係があつてサービスを組み合わせる必要があるときには、節点集合間の連結性が重要である。節点集合の連結性に着目した先行研究としては、一つの節点と節点集合の間に定義された節点領域連結度がある。この概念に基づいて、一種の増大問題に対するアルゴリズムが考えられている。また、与えられたグラフの節点から施設（サーバ）集合を選ぶ施設配置問題も考えられている。この問題では、施設として選ばれなかった節点と施設集合間の連結性が制約として与えられており、その連結性の定義によっていくつかのバリエーションが存在する。

(2) 点の次数に関する制約：ネットワーク上の節点の次数は、その節点に接続している辺の本数として定義される。ある点の次数が大きいとネットワークの通信がその点に集中するために通信の輻輳が起こり望ましくない。次数に関する制約はそういう事態を避けるために、各点の次数の上限が与えられた理などとして定義されるものである。次数に関する制約はそれ自体重要なものであるが、連結性に関する制約と組み合わせることでより柔軟なモデルを提供することができる。例えば組合せ最適化問題に分類される代表的な問題として巡回セールスマン問題があるが、この問題はグラフの辺連結性と次数を指定する制約によってモデル化することができる。

これらの制約に対して、いくつかの組合せ最適化問題を考案し、その性質について研究を行った。

4. 研究成果

(1) 辺連結度制約と次数制約を持つネットワーク設計問題について、メトリック辺コストの場合に対するアルゴリズムを与えた。このアルゴリズムでは、まず最初に辺連結度制約を満たす低コストなグラフを構築し、その後辺遊離操作と呼ばれる経路をショートカットする操作を繰り返すことにより、次数制約を満たすようにグラフを変形していくアルゴリズムとなっている。辺遊離操作を繰り返すことによって次数制約を満たすようにできるかどうかや辺連結度が満たされるかどうかは自明では無いが、本研究ではそのようなことが可能であると証明した。

(2) これまで議論されてきた次数制約を拡張した概念として重み付き次数制約を定義し、辺連結度制約と重み付き次数制約を持つネットワーク設計問題を新たに定義した。この問題に対して線形計画問題の反復丸め法を利用した近似アルゴリズムを開発した。このアルゴリズムは重み付き次数の上限が制約として与えられたときにはその制約を厳密に満たす解を計算しないが、上限と実際の次数の比を低く抑えることができる。これまで次数制約について適用されてきた反復丸め法が、重み付き次数制約に対しても適用できることを示した研究となった。

(3) ネットワークの最も弱い箇所を求める問題であるグラフ分割問題を拡張したハイパーグラフ分割問題や劣モジュラシステム分割問題について研究を行い、以下のような新たなアルゴリズムを提案した。

①ハイパーグラフ分割問題において、分割数や辺の大きさが定数の時に対する多項式時間アルゴリズム

②ハイパーグラフ4分割問題に対してこれまで知られていたアルゴリズムよりも良い近似精度を持つ多項式時間近似アルゴリズム

③劣モジュラシステム分割問題に対して、分割数が定数の時に多項式時間で解を計算する、これまで知られていたアルゴリズムよりも良い近似精度を持つ近似アルゴリズム(特に3分割問題については最適解を計算する)

ハイパーグラフ分割問題の多項式時間アルゴリズムにおいては、グラフ分割問題についての先行研究において知られていた全域木詰め込みと分割の関係がハイパーグラフにも拡張できることを示し、その事実を元に従来のグラフ分割問題に対する多項式時間アルゴリズムを拡張することに成功した。ハイパーグラフ分割問題や劣モジュラシステム分割問題の近似アルゴリズムの研究においては、交差している多分割と2分割をほどこ操作について新たな性質を証明し、その性質を元に最小多分割の構造を特定した。これにより、分割数が定数の場合多項式個の解のどれかが良い近似精度を持つ近似解であることが証明できた。本研究の提案アルゴリズムは、それらの解の中で最も良いものを出力するものとなっている。

(4) 集合間連結性に関する要求を持つグラフの向き付け問題を考案した。この問題は、辺が向きを持たない無向グラフが与えられたときに、各辺の向きをつけることによって有向グラフを構築するのであるが、この有向グラフが与えられた集合間連結性に関する要求を満たさなければならないというもの

である。本研究では、向き付けする前の無向グラフがどれぐらい大きな集合間連結性を持つてば要求を満たすように向き付けを行えるかということについて議論し、いくつかの十分条件を与えた。また、その十分条件が満たされていた場合に、実際に向き付けを計算するためのアルゴリズムを考案した。

(5) 供給点配置問題とは、サーバなどのような施設をネットワーク上のどこに配置するかといったことを決定する問題である。サーバからのサービスが安定的に供給されるために、配置されたサーバの集合はある種の連結度制約を満たす必要がある。本研究ではそのような制約としてある種の点連結度制約を持つ問題を考え、新たな近似アルゴリズムを与えた。この問題に対しては従来、連結度の要求の合計値に依存する近似比を持つ近似アルゴリズムしか知られていなかったが、本研究で提案した近似アルゴリズムは連結度要求の最大値にのみ依存する近似比を達成するので、最大値が小さい場合従来のアルゴリズムより性能が良い。また、供給点配置問題とネットワーク設計問題との関係についても議論し、供給点配置問題の設定をやや変更して得られる新たな問題について、反復丸め法が有効であることも示した。

(6) 点連結度制約を持つネットワーク設計問題に対して、反復丸め法に基づくアルゴリズムを与えた。これまでの先行研究では、点連結度制約を持つネットワーク設計問題に対して、点連結度制約を要素間連結度制約やそれを集合対要求関数に一般化した制約をもつ問題に分解する手法が取られてきており、反復丸め法を直接適用するという手法はあまりとられてこなかった。これは、反復丸め法において集合対をうまく扱う方法が知られていなかったからである。本研究ではこの点を克服し、反復丸め法が点連結度制約に対しても有効であることを示した。また、点連結度制約と次数制約をもつネットワーク設計問題についても新たなアルゴリズムを与えた。この問題について先行研究では、連結度の要求値に指数的に依存してしまうような近似精度しか次数制約については得られていなかったが、我々はこの点を大幅に改善する結果を得ることができた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計14件)

- ① Kazumasa Okumoto, Takuro Fukunaga, Hiroshi Nagamochi, Divide-and-conquer algorithms for partitioning

hypergraphs and submodular systems, *Algorithmica*, 査読有, 62 巻, 787-806 ページ, 2012 年, DOI: 10.1007/s00453-010-9483-0

- ② Takuro Fukunaga, Approximating minimum cost source location problems with local vertex-connectivity demands, *Proceedings of the 8th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation*, *Lecture Notes in Computer Science*, 査読有, 6648 巻, 428-439 ページ, 2011 年, DOI: 10.1007/978-3-642-20877-5_42
- ③ Takuro Fukunaga, All 4-edge-connected HHD-free graphs are Z3-connected, *Graphs and Combinatorics*, 査読有, 27 巻, 647-659 ページ, 2011 年, DOI: 10.1007/s00373-010-0995-9
- ④ Mingyu Xiao, Takuro Fukunaga, Hiroshi Nagamochi, FPTAS's for some cut problems in weighted trees, *Proceedings of the 4th International Frontiers of Algorithmics Workshop*, *Lecture Notes in Computer Science*, 査読有, 6213 巻, 210-221 ページ, 2010 年, DOI: 10.1007/978-3-642-14553-7_21
- ⑤ Takuro Fukunaga, Computing minimum multiway cuts in hypergraphs from hypertree packings, *Lecture Notes in Computer Science: Proceedings of the 14th Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization*, 査読有, 6080 巻, 15-28 ページ, 2010 年, DOI: 10.1007/978-3-642-13036-6_2
- ⑥ Takuro Fukunaga, Hiroshi Nagamochi, Network design with weighted degree constraints, *Discrete Optimization*, 査読有, 7 巻, 246-255 ページ, 2010 年, DOI: 10.1016/j.disopt.2010.05.004
- ⑦ Takuro Fukunaga, Graph orientations with set connectivity requirements, *20th International Symposium on Algorithms and Computation*, *Lecture Notes in Computer Science*, 査読有, 5878 巻, 265-274 ページ, 2009 年, DOI: 10.1007/978-3-642-10631-6_28
- ⑧ Takuro Fukunaga, Hiroshi Nagamochi, Eulerian detachments with local edge-connectivity, *Discrete Applied Mathematics*, 査読有, 157 巻, 691-698 ページ, 2009 年, DOI: 10.1016/j.dam.2008.08.001.
- ⑨ Takuro Fukunaga, Hiroshi Nagamochi, Network design with edge-connectivity and degree constraints, *Theory of Computing Systems*, 査読有, 45 巻,

512-532 ページ, 2009 年, DOI: 10.1007/s00224-008-9149-3

[学会発表] (計 14 件)

- ① Takuro Fukunaga, Approximating minimum cost source location problems with local vertex-connectivity demands, *8th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation*, 2011 年 5 月 25 日, 電気通信大学, 東京
- ② Takuro Fukunaga, Computing minimum multiway cuts in hypergraphs from hypertree packings, *14th Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization*, 2010 年 6 月 11 日, Lausanne, Switzerland
- ③ Takuro Fukunaga, Algorithm for partitioning hypergraphs and submodular systems, *SIAM Conference on Discrete Mathematics*, 2010 年 6 月 17 日, Hyatt Regency Austin, Texas, USA
- ④ 福永拓郎, Computing minimum multiway cuts in hypergraphs from hypertree Packings, *電子情報通信学会コンピュータシオン研究会*, 4 月 22 日, 2010 年, 立命館大学 びわこ・くさつキャンパス, 京都
- ⑤ Kazumasa Okumoto, Takuro Fukunaga, Hiroshi Nagamochi, Divide-and-conquer algorithms for partitioning hypergraphs and submodular systems, *20th International Symposium on Algorithms and Computation*, 2009 年 12 月 16 日, Hawaii, USA
- ⑥ Takuro Fukunaga, Graph orientations with set connectivity requirements, *20th International Symposium on Algorithms and Computation*, 2009 年 12 月 16 日, Hawaii, USA
- ⑦ 福永拓郎, ハイパーグラフの分割問題, *日本オペレーションズ・リサーチ学会第 21 回 RAMP シンポジウム*, 2009 年 9 月 25 日, 島根県松江市くにびきメッセ
- ⑧ 福永拓郎, 劣モジュラシステム分割問題に対するアルゴリズム, *電子情報学会コンピュータシオン研究会*, 2009 年 4 月 17 日, 京都大学数理解析研究所, 京都
- ⑨ 福永拓郎, Network Design with Weighted Degree Constraints, *Kyoto RIMS Workshop on Combinatorial Optimization and Discrete Algorithms*, 2008 年 6 月 9 日-13 日, 京都大学数理解析研究所, 京都
- ⑩ 福永拓郎, Network Design with Weighted Degree, *情報処理学会アルゴリズム研究*

会，2008年5月27日，東京農工大学，
東京

〔図書〕（計0件）

〔その他〕

6. 研究組織

(1) 研究代表者

福永 拓郎 (Takuro Fukunaga)
京都大学大学院情報学研究科 助教
研究者番号：60452314

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者