

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月24日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20700009

研究課題名（和文） 実社会に即した安定マッチング問題の定式化とその解法研究

研究課題名（英文） Research on Formalization and Algorithms for the Stable Matching Problems Adapted to Real World

研究代表者

宮崎 修一 (MIYAZAKI SHUICHI)

京都大学・学術情報メディアセンター・准教授

研究者番号：00303884

研究成果の概要（和文）：安定マッチング問題とは、各男性が女性を、同様に各女性が男性を順序付けした希望リストを提出し、それに基づき「安定性」と呼ばれる性質を持つマッチングを求める問題である。本問題は、研修医の病院配属をはじめ、様々な配属問題に利用されている。本研究では、応用を視野に入れた本問題の様々なバリエーションを提案し、それらに対するアルゴリズムの開発や計算困難性・近似困難性の証明を行なった。

研究成果の概要（英文）：In the stable matching problem, each person submits a list that orders members of the opposite gender based on his/her preference. The task is to find a matching with property called the “stability”. This problem can be applied to many real-world assignment problem, such as assigning residents to hospitals. In this research, we proposed several variants of this problem to adapt it to each occasion. We also proposed efficient algorithms for them, as well as proved some intractability and inapproximability.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：アルゴリズム理論

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム、組み合わせ問題、最適化問題、近似アルゴリズム、安定マッチング、研修医配属、近似困難性

1. 研究開始当初の背景

グラフにおけるマッチング問題は、労働者への仕事割り当てに例えられることが多い。労働者は自分の希望する雇用先を挙げ、また雇用者は受け入れ可能な労働者を挙げる。お互いに受け入れ可能な（労働者、雇用者）ペアの集合がマッチングとなる。できるだけ多くの労働者へ仕事を割り当てたいため、与え

られた希望条件から最大マッチング（ペア数の最も多いマッチング）を求める要求が自然であるが、この問題は古くから研究されており、高速な解法が知られている。これに対して安定マッチング問題は、労働者は雇用先を、同様に雇用者側も労働者を、単に受け入れ可能であることを宣言するだけでなく、好みに応じて順位付けする。その条件の下で「安定

性」と呼ばれる所定の条件を満たすマッチングを求める問題である。

安定マッチング問題は、研修医の病院配属や大学の研究室配属、チェスの対戦組み合わせや、腎臓移植など幅広い応用がある。1960年代から研究されている問題であるが、2000年代に入ってから急速にアルゴリズム分野での研究が盛んに行なわれるようになっていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、安定マッチングを現実世界の配属へ応用する場合に必要な要件をリストアップし、個々の要件に対応して定式化された問題の計算量の解析、および、アルゴリズムの開発をすることである。申請当初考えていた具体的課題は以下の5つであった。

- (a) 同順位と不完全リストを許す安定結婚問題の近似度
- (b) 柔軟な定員枠を持つ病院/研修医問題
- (c) 複数人部屋安定ルームメイト問題
- (d) 希望リストの偽装による効果
- (e) より良い安定マッチングの探索

3. 研究の方法

それぞれの研究課題に対して、基本的には、以下のアプローチで臨んだ。

まず基本的なアルゴリズムを適用させ、それによりうまくいかない入力例を見つける。それらの入力に対してもアルゴリズムがうまく働くように拡張する。この繰り返しである。次に、このようなアプローチを長い期間繰り返してもうまくいかない場合は、逆に問題の困難性を示しにかかる。これには、やはり基本となる NP 完全問題や近似困難問題をベースに、それからの帰着を行ない、うまくいかない場合はそれをより洗練させていくといった方法を取った。

4. 研究成果

得られた成果について、以下に述べる。

- (1) **複数人部屋安定ルームメイト問題** (上記(c)) : 安定ルームメイト問題は学生を2人ずつの組に分割する問題であるが、3人ずつに分割する問題の計算複雑性を示した。この結果は、国際会議 AAAC 2008にて発表した。
- (2) **マッチングサイズと安定性のトレードオフに対する近似不可能性** : 同順位を許さない安定マッチング問題に対して、最大サイズでより安定なマッチングを求めるという最適化問題が、先行研究により提案されていた。希望リストの長さが2の場合は多項式時間で解け、3以上の場合はNP困難になる、また、長さが制限されていない場合は近似困難になるということが

知られていた。従って、長さが定数の場合に近似可能か否かが未解決となっていた。本研究において、長さが3以上であれば近似困難という結果を示した。これにより、希望リストの長さをパラメータとした場合に対し、この問題に対して決着を付けたことになる。この結果は、雑誌 Information Processing Letters に発表した。

- (3) **同順位と不完全リストを許す安定結婚問題の近似度** (上記(a)) : 希望リストに同順位を許し、かつ、リストが不完全で良い場合、最大サイズの安定マッチングを求める問題はNP困難であることが知られている。この問題に対しては、これまで近似度の上下限に対する数多くの研究がなされてきており、これまで最良の近似度は1.5であった。本研究では、片方の性のみと同順位が許された部分問題に対して、この近似度を25/17(≈ 1.47)に改良した。改良の度合は僅かであるが、この部分問題でさえ1.5の壁を破れるか否かは大きな未解決問題であったので、本結果はインパクトを与える貢献となった。改良にあたっては、以下のアイデアを用いた。既存の1.5-近似アルゴリズムは、プロポーズ型のアルゴリズムであり、あるルールに従って女性側がプロポーズしてきた男性の採否を決定する。本研究では、問題を整数計画問題として定式化し、その線形計画緩和問題の最適解をプロポーズ型アルゴリズム上での女性の選択のヒントとして利用することにより、改良を達成した。この結果は、国際会議 ESA 2010にて発表した。
- (4) **学生-プロジェクト配属問題に対する近似度の上下限の改良** : 学生を研究プロジェクトに配属させる安定マッチング問題が、過去に提案されていた。この問題では、安定マッチングが複数ある場合、それぞれのサイズが異なる可能性がある。本問題では、最大マッチングの探索がNP困難であること、及び、微小な正定数 ϵ に対して $1+\epsilon$ 倍の近似も難しいことが知られていた。また、2倍の近似アルゴリズムも既に知られていた。本研究では、1.5倍の近似アルゴリズムを与えるとともに、21/19倍近似が困難であることを示した。この結果は、国際会議 TAMC 2011にて発表した。
- (5) **希望リストの調整による男性最適安定マッチングの改良** : Gale-Shapley アルゴリズムによって求められる安定マッチング

は、男性側にとって極端に有利となる「男性最適性」と呼ばれる性質を満たす。これを利用し、例えば研修医配属においては、立場の弱い研修医側に有利な配属を求める方式が、通常採られている。しかし、入力によってはこの性質を生かせず、研修医最適安定マッチングであっても研修医側にかなり悪い結果となってしまうことがあり得る。このような場合でも、出来るだけ研修医に有利な結果をもたらすように希望リストを調整するという問題を考えた。その結果、最大の利益をもたらす調整方法を求めるのが $O(n^3)$ 時間で、また、少しでも利益を得られる調整方法があるか否かを判定する問題が $O(n^2)$ 時間で解けることを示した。ここで n は研修医の数である。

- (6) **柔軟な定員枠を持つ病院/研修医問題** (上記(b))：研修医の病院医配属問題においては、各病院は受け入れ可能な研修医数の上限を指定する。しかし、通常は上限の和が全研修医数よりもかなり多いため、1人も配属されない病院が生じてしまう。これにより、医者や研修医の都市部への集中が起り、郊外における医師不足の問題を引き起こしている。本研究では、この問題を解消するため、病院が受け入れ最低人数も指定できるモデルを提案した。また、この変更により安定なマッチングが存在しない可能性が出てくるという問題点を指摘した上で、これを解消するため「できるだけ安定な」マッチングを求める問題を提案し、それに対する近似アルゴリズムを与えた。この結果は、国際会議 ESA 2011 にて発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

- ① Iwama, K., Miyazaki, S. and Yanagisawa, H., “Approximation Algorithms for the Sex-Equal Stable Marriage Problem”, ACM Transactions on Algorithms, Vol. 7, Issue 1, Article No. 2, November, 2010. (査読有り)
- ② Asahiro, Y., Miyano, E., Miyazaki, S. and Yoshimuta, T., “Weighted Nearest Neighbor Algorithms for the Graph Exploration Problem on Cycles”, Information Processing Letters, Vol.110, Issue 3, pp. 93-98, January 2010. (査読有り)
- ③ S. Miyazaki, N. Morimoto and Y. Okabe, “The Online Graph Exploration Problem on Restricted Graphs”, IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems, Volume E92-D No.9, pp.1620-1627, September 2009. (査読有り)
- ④ Hamada, K., Iwama, K. and Miyazaki, S., “An Improved Approximation Lower Bound for Finding Almost Stable Maximum Matchings”, Information Processing Letters, Vol.109, Issue 18, pp. 1036-1040, August 2009. (査読有り)
- ⑤ Miyazaki, S. and Okamoto, K., “Improving the Competitive Ratio of the Online OVFS Code Assignment Problem,” Algorithms 2009, Vol. 2, Issue 3, pp. 953-972, July 2009. (査読有り)
- ⑥ N. Kamiyama, Y. Kiyonari, E. Miyano, S. Miyazaki, and K. Yamanaka, “Computational Complexities of University Interview Timetabling”, IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems, Volume E92-D No.2, pp.130-140, February 2009. (査読有り)
- ⑦ K. Kobayashi, S. Miyazaki and Y. Okabe, “A Tight Upper Bound on Online Buffer Management for Multi-Queue Switches with Bicodal Buffers,” IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems, Volume E91-D No.12, pp.2757-2769, December 2008. (査読有り)
- ⑧ K. Kobayashi, S. Miyazaki and Y. Okabe, “A Tight Bound on Online Buffer Management for Two-Port Shared-Memory Switches”, IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems, Volume E91-D No.8, pp.2105-2114, August 2008. (査読有り)
- ⑨ Iwama, K., Miyazaki, S. and Yamauchi, N., “A $(2-c \frac{1}{\sqrt{N}})$ -Approximation Algorithm for the Stable Marriage Problem”, Algorithmica, Volume 51, Number 3, pp. 902-914, July 2008. (査読有り)

[学会発表] (計 28 件)

- ① Hamada, K., Iwama, K. and Miyazaki, S., “The Hospitals/Residents Problem with Quota Lower Bounds”, Proceedings of the 19th Annual European Symposium on Algorithms (ESA 2011) (Lecture Notes in Computer

- Science 6942), pp. 180-191, September. 5, 2011. (査読有り)
- ② T. Inoshita, R. W. Irving, K. Iwama, S. Miyazaki, and T. Nagase, “Improving Man-Optimal Stable Matchings by Minimum Change of Preference Lists”, Proceedings of the 7th Hungarian-Japanese Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications (HJ 2011), pp. 309-313, June. 2, 2011. (査読有り)
- ③ Iwama, K., Miyazaki, S. and Yanagisawa, H., “Improved Approximation Bounds for the Student-Project Allocation Problem with Preferences over Projects”, Proceedings of the 8th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2011) (Lecture Notes in Computer Science 6648), pp. 440-451, May. 25, 2011. (査読有り)
- ④ Iwama, K., Miyazaki, S. and Yanagisawa, H., “A 25/17-Approximation Algorithm for the Stable Marriage Problem with One-Sided Ties”, Proceedings of the 18th Annual European Symposium on Algorithms (ESA 2010) (Lecture Notes in Computer Science 6347), pp. 135-146, Sep. 8, 2010. (査読有り)
- ⑤ 柳澤弘揮, 宮崎修一, 岩間一雄, “片方のみがタイを持つ安定結婚問題に対する 25/17-近似アルゴリズム”, 京都大学数理解析研究所講究録 1691 「アルゴリズムと計算機科学の数理的基盤とその応用」(冬の LA シンポジウム), pp. 136-141, Feb. 2, 2010. (査読なし)
- ⑥ 濱田浩気, 宮崎修一, 岩間一雄, “最大サイズ最大安定度マッチング問題に対する近似下限の改良”, 信学技報, Vol. 109, No. 235, COMP2009-37 (電子情報通信学会コンピュータシオン研究会), pp. 35-40, Oct. 16, 2009. (査読なし)
- ⑦ 宮崎修一, “安定マッチング問題に関する最近の話題(招待講演)”, 信学技報, Vol. 109, No. 211, AI2009-12 (電子情報通信学会人工知能と知識処理研究会), pp. 19-22, September. 25, 2009. (査読なし)
- ⑧ 濱田浩気, 宮崎修一, 岩間一雄, “配属人数下限付き研修医配属問題”, 京都大学数理解析研究所講究録 1649 「理論計算機科学の深化と応用」(冬の LA シンポジウム), pp. 73-80, Feb. 3, 2009.

- ⑨ Hamada, K., Iwama, K. and Miyazaki, S., “The Hospitals/Residents Problem with Quota Lower Bounds”, MATCH-UP (Satellite workshop of ICALP), pp. 55-66, July. 6, 2008. (査読なし)
- ⑩ Iwama, K., Miyazaki, S. and Okamoto, K., “Inapproximability of Stable Roommates Problem with Triple Rooms,” Proc. 1st Asian Association for Algorithms and Computation (AAC), p. 30, April. 26, 2008. (査読有り)

[図書] (計 3 件)

- ① 宮崎修一, 「数理工学事典」(4.3 分割統治法, 4.4 乱択アルゴリズムを担当) 朝倉書店, 2011 年 11 月 15 日刊行.
- ② 宮崎修一, 「離散数学のすすめ」(第 17 章を担当), 現代数学社, 2010 年 5 月 15 日刊行.
- ③ Iwama, K. and Miyazaki, S., Stable Marriage with Ties and Incomplete Lists, Encyclopedia of Algorithms, Springer, pp. 883-885, June 2008.

[その他]

ホームページ等

<http://www.lab2.kuis.kyoto-u.ac.jp/~shuichi/paper.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮崎 修一 (MIYAZAKI SHUICHI)

京都大学・学術情報メディアセンター・
准教授

研究者番号 : 00303884