

機関番号：32601

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008～2010

課題番号：20700080

研究課題名 (和文) 最適化手法に基づく形状復元法の研究

研究課題名 (英文) Research on shape reconstruction based on optimization

研究代表者

日吉 久礎 (HIYOSHI HISAMOTO)

青山学院大学・理工学部・准教授

研究者番号：40323331

研究成果の概要 (和文)：本研究ではまず、曲線復元問題をグラフ論的問題として定式化し、従来の閾値を用いる解法と、貪欲算法、厳密算法を比較し、この順に復元精度がよくなることを理論的に証明した。一方、曲面復元問題をこのアプローチで定式化することは困難であった。そこで本研究では、異なるアプローチから形状復元問題をとらえることとした。第一のアプローチでは、各標本点に未知パラメータを設定し、「うねり」最小化問題として定式化することを試みた。第二のアプローチでは、曲線をその中心軸および中心軸からの距離として表現することを考えた。今後は、上記二つのアプローチによる形状復元法を完成させたい。

研究成果の概要 (英文)：At first, the curve reconstruction problem was formulated as a graph-theoretical problem, and methods for solving these problems were developed. It was proved theoretically that the performances of the conventional thresholding method, greedy algorithm, and exact algorithm become better in this order. On the other hand, a formulation for surface reconstruction problem was found to be hard. Therefore, two other approaches were explored. In the first approach, unknown parameters are put at sample points, and the shape reconstruction problem is formulated as an “undulation” minimization problem. In the second approach, a curve is considered as a pair of a medial axis with a distance function. Future research will include to complete these two approaches.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009 年度	600,000	180,000	780,000
2010 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,300,000	690,000	2,990,000

研究分野：計算幾何学

科研費の分科・細目：情報学 メディア情報学・データベース

キーワード：Voronoi 図, Delaunay 三角形分割, 形状復元, 補間, 最適化。

## 1. 研究開始当初の背景

レーザーレンジスキャナなどの装置の普及とともに、3次元物体上の点の座標を容易に測定することができるようになった。その

結果、測定結果として得られる点集合から元の物体の多面体モデルを自動的に計算する方法が研究されてきた。初期の方法では、測定地点が格子状に配列しているなどの仮定

を置いていたが、複雑な形状の物体を取り扱う場合など、より実践的な状況では柔軟性に欠ける。そのため、点集合に規則性を仮定しない方法の研究がされてきた。このような方法の中で最も有力なアプローチの一つに、Voronoi 図と呼ばれる一種の勢力分布図を利用するものがある。筆者は、Voronoi 図を用いることにより、任意の 2 点間の間に「隣接度」を定義することができることに着目し、「隣接度」の合計が最大となるような形状復元法の研究を開始するに至った。

## 2. 研究の目的

本研究では、3 次元の場合におけるアルゴリズムの精度および速度の向上を目的とした。精度の向上という意味では、単なる貪欲算法ではなく、整数線形計画問題として定式化するなど、より厳密な解を求める方向に研究を進めることによって、目的を達成することができると考えた。しかしながら、現実的な時間で解を求めることができなければ、実践的な方法であるということではできない。本研究では、近似アルゴリズムの手法を採り入れながら、現実的な落としどころを見つけようと考えた。この目的のためには、3 次元の場合だけを考えるのではなく、より単純な 2 次元の場合でより深い知見を求め、得られた知見を 3 次元の場合に活かすという戦略で進めようと考えた。

## 3. 研究の方法

研究目的は形状復元アルゴリズムの開発であるため、アルゴリズムの設計・実装・実験というサイクルによって研究を進める。初年度は、3 次元の場合を念頭におきながら、2 次元の場合のアルゴリズムの再検討を行う。重要な点は、標本化密度が大きくなくても良い復元精度を実現するアルゴリズムの開発である。しかしながら、シャノンの標本化定理のアナロジーでもわかる通り、標本化密度が足りなければ、復元を一意に定めることは不可能である。本研究では、最適化手法を積極的に採り入れることにより、復元精度の向上を目指す。

## 4. 研究成果

(1) 曲線復元問題は、最小重み 2-factor 問題に帰着される。この問題を解くためのアルゴリズムとして、閾値処理によるもの、貪欲算法によるもの、および厳密解法を考え、この順で復元精度が向上することを理論的に証明した（下図）。

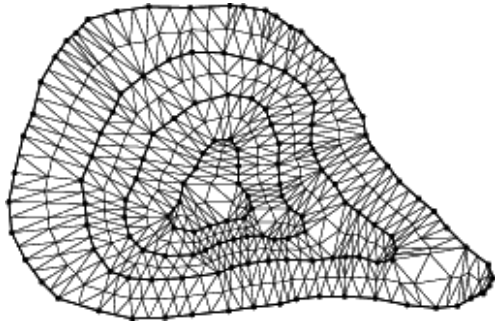


これに付随して、標本化密度が十分高ければ正しい復元が得られることも証明した。一方計算時間の点から考えると、閾値処理によるものおよび貪欲算法によるものは同程度であるが、厳密解法は残念ながら効率が悪い。実践的には貪欲算法によるものと厳密解法を使い分けることになるだろう。一方、曲面復元問題については、貪欲算法による解法は得られたものの、厳密解法は得られなかった。以上の研究成果は、後述の論文 [1] として発表された。

本研究課題の当初予定では、グラフ理論的な発想に基づきアルゴリズムを設計することを考えていた。しかしながら、3 次元における問題の定式化が難しく、現段階ではこの発想ではこれ以上の研究の進展が見込めないと判断した。

(2) 前述とは異なる発想を求め、等高線図からの地形モデル作成法を提案した。この方法では、与えられた等高線上に標本点を置く。その結果、各標本点は、3 次元の座標を持つ。

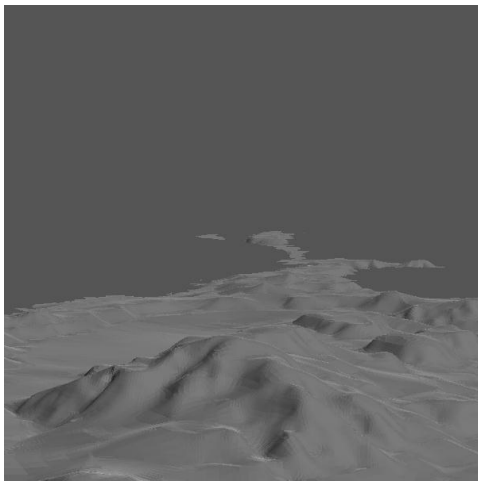
次に、標本点を頂点として含む三角形メッシュを構築する。地形モデルは、頂上、谷、稜線といった地形特徴を保存することが望まれる。そこで、本研究では、chordal axis と呼ばれる幾何構造に基づきメッシュ生成を行った（下図）。このように生成されたメッシュは、地形特徴を取り込むという利点を



持つ。

次に、提案手法では、メッシュに含まれる各節点の標高を推定する。この目的のために、標本点ごとに傾きを未知数として置いた。標本点の座標および傾きから、任意の点における標高を補間により、推定することができる。ここで、補間法としては勾配を補間データとして使用することができる Farin の補間法を使用した。Farin の補間法により得られる局面は、いずれの点においても連続微分可能であることが知られている。

上記補間法を使用し、傾きを未知数として変化させながら、地形全体のうねりが最小となる傾きを最適化手法を用いて求めた。下図に、箱根山の等高線データから得られた地形モデルを示す。



提案手法は、従来の紙ベースで保管されている等高線図から地形モデルを作成する方法として使用することができる。また、映画やゲームなどの背景として使用できる人工的な地形を作成するために、人間にとって出来上がりが想像しやすい等高線図をもとに設計する手法に応用できる。この目的のためには、崖などの滑らかでない地形をどのように表現するかという問題が残されている。

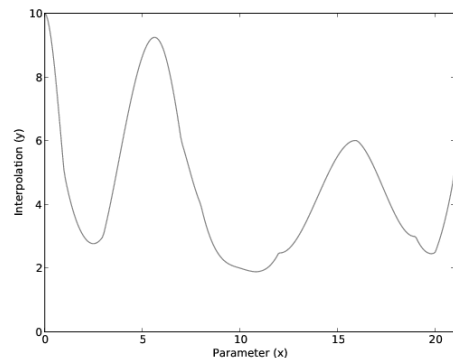
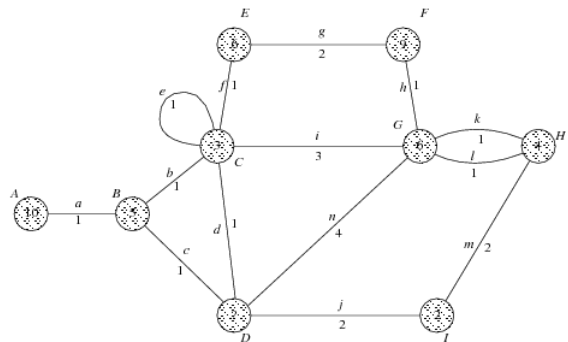
また、本研究のキーとなる考え方は、パラメータとして勾配を考え、曲面のうねりが最小となるように勾配を調節するという考え

である。本手法では、2次元平面上の関数として曲面をモデル化した。もとの形状復元に戻るときには、3次元空間において与えられた標本点を取り扱うことができなければならない。この目的のためには、陰関数形式による曲面の表現法が有望であると考えている。

本研究は、学会発表 [3] として発表された。

(3) また、曲線の表現法として、中心軸および中心軸からの距離の関数として曲面を表現する方法を追及することを企図した。この目的のために、中心軸をネットワークと考え、ネットワーク上の標本点にデータが与えられたとき、ネットワーク上の残りの点におけるデータの補間法を開発した。

この目的のためには、ネットワーク空間における関数の連続微分可能性を定義する必要がある。筆者は、Kirchhoff の法則をヒントに連続微分可能性を定義した。また、連続微分可能性をもとに、通常のネットワークスプライン補間をネットワーク空間に拡張した。得られる補間の例を下図に示す。



将来の研究課題としては、実際に曲線復元問題へと補間法を拡張することが挙げられる。

本研究は、研究発表 [1], [2] および論文 [1] として発表された。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- [1] H. Hiyoshi, Spline interpolation on networks, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, Vol.27, 2010, 375–394.
- [2] H. Hiyoshi, Optimization-based approach for curve and surface reconstruction, Computer-Aided Design, 査読有, Vol.41, 2009, 366–374.

[学会発表] (計 3 件)

- [1] 日吉久礎, ネットワークにおける連続性に関する考察とネットワークスプライン補間, 日本応用数理学会 2009 年度年会講演予稿集, 大阪, 2009, 277–278.
- [2] H. Hiyoshi, Spline interpolation over networks, Proceedings of the 2009 International Conference on Scientific Computing, Las Vegas, Nevada, 2009, 47–52.
- [3] H. Hiyoshi, Optimization-based terrain reconstruction from contour maps, Proceedings of the 5th International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering, Kyiv, Ukraine, 2008, 112–122.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

日吉 久礎 (HIYOSHI HISAMOTO)  
青山学院大学・理工学部・准教授  
研究者番号: 40323331