

## 自己評価報告書

平成 23年 5月 15日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20700250

研究課題名 (和文) 古典・量子相関をもつ系での微分幾何に基づいたベイズ予測理論の研究

研究課題名 (英文) Differential geometrical approach to Bayesian prediction theory to classical and quantum correlated systems

研究代表者

田中 冬彦 (TANAKA FUYUHIKO)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・客員研究員

研究者番号：90456161

研究分野：統計理論

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：

統計的予測、情報幾何、時系列解析、

量子情報、事前分布

## 1. 研究計画の概要

本研究の目的は、従来の統計的推定を予測という視点からとらえなおして、時系列解析から量子系まで、よりよい予測分布を構成する普遍的な理論の構築を目指すことである。

## (1) 時系列解析における研究

時系列データの統計モデルである  $p$  次の AR 過程で、なんらかの正当性に基いた無情報事前分布はモデルの複雑さのため提案されていない。一方で空間統計などでも AR 過程は利用されつつある。AR モデルの場合には筆者がすでに発見している優調和事前分布を利用することで漸近的には精度よい予測ができる。本研究では、さらに、応用上の観点から有限の長さの時系列データで実際に理論がどの程度有効か詳細に調べる。また、より広い統計モデルである ARMA モデルの場合について、優調和事前分布が存在するかどうか、微分幾何学的な量に注目して明らかにしていく。このような性質は統計モデル多様体の幾何学的な性質で決まるため、一般の時系列モデルでの優調和事前分布の存在の簡便な判定条件を微分幾何学の言葉で与え、具体的な構成方法の提案を試みる。

## (2) 量子系におけるベイズ予測

量子系の場合にはベイズ予測の手法自体がまだ整備されていない。そのため、個別の量子統計モデルで、よりよい予測を与える手法を与え一般論を構築する。古典系でのジェフ

リーズ事前分布に基づく量子ベイズ予測の性能について理論的に検討し、ジェフリーズ事前分布より望ましい事前分布が存在するための必要十分条件を導出する。

## 2. 研究の進捗状況

(1) AR 過程での優調和事前分布に基いたスペクトル密度のベイズ予測の手法について有限長データの場合に数値的に性能を調べた。実データへ適用する場合には、事後分布の構成で単純な棄却法は現実的ではないことがわかり、偏自己相関係数を利用することでうまくいくことを示した。また、2 次の AR 過程では優調和事前分布がかなり広いクラスで見つかった。特に偏自己相関係数をパラメータとする一様分布が含まれており、時系列モデルのベイズ法による解析のひとつの指針になりうる。また、ARMA 過程での優調和事前分布の存在はいまだに不明であるが、優調和事前分布にこだわらず、他の事前分布の可能性も調べている段階である。また、点推定量に基づく plug-in スペクトル密度のクラスの中で最尤推定量を用いた推定量が漸近的に許容的かどうかは、最尤推定型事前分布の存在と同値になる。そしてまた、これらは微分幾何学的な言葉で記述できる。AR 過程、MA 過程では許容的であり一般の ARMA 過程では非許容的であることが微分幾何学的な量の計算によって示された。

(2) 量子系のベイズ予測では、古典的な予測理論の拡張を念頭において進めた。許容性に関しては 3 モード以上のガウス状態族で

あればジェフリーズ事前分布に基づいた予測は許容的でないことが示された。また、量子統計予測のミニマックス性を考える枠組み作りも行っている。古典予測では最大エントロピー原理や指数型分布族といった概念が関連しており形式的なアナロジーでの拡張は既に調べられているが、一方で、これらの純粋に量子的な対応物については全く手がつけられていない。本研究では、純粋状態モデルにおいてゲーム論的な枠組みで純粋状態モデルや無情報事前分布が構成できることを示した。また、量子系特有の現象として、このような無情報事前分布は一意に定まらず無数に出てくることも判明した。

### 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

技術的・数学的な細かい点をおさえる部分を除くと、様々な方向からの検討により、多くの新しい知見が得られた。学会発表のバリエーションの豊かさがそれを象徴している。なおかつ、ひとつひとつの結果を掘り下げて論文としてまとめるために十分な時間が割けない状況にも陥っている。

### 4. 今後の研究の推進方策

基本的には研究実施計画にあるとおりだが、研究計画全体に関して、計画調書に記載していない次の2点を補足的に述べておく。

(1) 3年間で得られているひとつひとつの成果の論文投稿

研究実績としては査読付きの専門誌での発表がひとつのマイルストーンである。そのためには先行研究や関連文献の調査、および瑣末な部分を詳細に調べる必要もあり、後回しにしてしまったが、最終年度にあたって、本腰を入れて取り組む。

(2) 数値実験の協力者の拡充

本研究においては、数値的な検証も必要不可欠であったが、2008年後期からJST さきがけ数学領域の研究も始まったため、一人ですべてをカバーすることが困難になってしまった。そのため学生に協力してもらうことにしたが、本研究での背景知識が多岐にわたるため、数値実験の作業割当てと教育を並行しており、いまだに不十分である。質の高い学生の確保と教育にも取り組む。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

(査読あり)

[1] TANAKA Fuyuhiko and KOMAKI Fumiyasu, "A superharmonic prior for the autoregressive process of the second order", Journal of Time Series Analysis, Vol. 29, 444--452, 2008.

(査読なし, 紀要)

[1] TANAKA Fuyuhiko, "Superharmonic priors for autoregressive models", Mathematical Engineering Technical Reports, University of Tokyo, 2009-18, pp.1-20, 2009.

[学会発表] (計 5 件)

田中冬彦: 量子系における最適ベイズ予測を与える測定の必要十分条件, 2008年度統計関連学会連合大会, 2008年9月10日, 慶應義塾大学理工学部矢上キャンパス.

田中冬彦: 自己回帰過程の優調和事前分布の偏自己相関係数による表示, 2009年度統計関連学会連合大会, 2009年9月7日, 同志社大学 京田辺キャンパス.

田中冬彦: 量子ベイズ統計における事前分布の選択について, 学術研究ネット定例セミナー, 2010年7月24日, 東京芸術劇場.

田中冬彦: ARモデル多様体上の曲率形式とその応用, 2010年度統計関連学会連合大会, 2010年9月8日, 早稲田大学 早稲田キャンパス.

田中冬彦: スペクトル密度の推定における事前分布の選択, RIMS 研究集会"諸分野との協働による数理科学のフロンティア", 2010年11月19日, 京都大学数理解析研究所.