

自己評価報告書

平成23年 4 月 26 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008年度～2011年度

課題番号：20740005

研究課題名（和文） ファノ多様体の研究

研究課題名（英文） Study of Fano varieties

研究代表者

高木 寛通 (TAKAGI HIROMICHI)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：30322150

研究分野：代数幾何学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：ファノ多様体, 極小モデル理論, 群作用付多様体

1. 研究計画の概要

マイルス・リード氏の予想「ファノ三様体の反標準線形系はデュバル特異点しか持たない元を含む」の解決を第一目標とし、そのために、この予想が成り立つための自然な根拠を与えるようなファノ多様体のよい記述法を探している。

2. 研究の進捗状況

研究計画の概要で述べたリード予想「ファノ三様体の反標準線形系はデュバル特異点しか持たない元を含む」の解決を目指して研究を進めている。それに直結した結果はいくつかのファノ三様体の代数群の半等質多様体を用いた記述の発見である。これ自体、すでに応用があり、例えば、新しいピカール数1のカラビヤウ三様体の例がたくさん構成できる。また、その記述法の発見の過程で次の二つの重要な副産物を得た。一つは、イタリアのウーディネ大学のフランチェスコ・ズッコニ准教授との共同研究で、曲線とその上の半標準類の対のモジュライ空間についての一連の研究である。著しい結果として、種数4の場合にそのモジュライ空間が有理多様体であることを証明した。これは古典代数幾何の重要な問題の解決である。その手法は従来予想された方法とは異なり、次数5のデルペッツォ三様体という特別なファノ三様体の上の有理曲線族を詳細に調べるというものである。この研究のきっかけは、種数8の特異ファノ多様体の記述法を求める研究であった。もう一つの副産物は、東京大学数理科学研究科の細野忍准教授との共同研究で、ある半等質多様体の対を切断して得られるカラビヤウ三様体の対の研究である。その上の曲線の数え上げ問題という物理的にも

興味深い問題についての結果を得、また、そのカラビヤウ三様体の対が同値な導来圏を持つことを証明した。最後に述べた結果は半等質多様体の双対性の一端ととらえられる。この研究を契機に、すでに得られているファノ三様体の記述に出てくる半等質多様体についてもその双対性を調べることがリード予想の解決にとって重要であると認識した。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。数学の研究はある指導原理に向かって研究しているうちに様々な有益な結果がもたらされることが多い。研究の進捗状況で述べた2つの結果は当該研究者にとっての指導原理、リード予想によって生まれたものであり十分な成果である。

4. 今後の研究の推進方策

研究の進捗状況で述べた半等質多様体の双対性を22年度までに得たファノ三様体の記述に現れる半等質多様体についても見出す。それによって、ファノ三様体の記述に必要な半等質多様体の満たすべき性質を浮き彫りにする。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

(1) Hiromichi Takagi and Francesco Zucconi:
Geometries of lines and conics on the quintic del Pezzo threefold and its application to varieties of power sums",

to appear in Michigan Math. J.

(2) Hiromichi Takagi and Francesco Zucconi: Spin curves and Scorza quartics", Math. Ann. 349, no. 3, 623-645.

[学会発表] (計9件)

(1) Fano 多様体の問題, 京都大学数理解析研究所, 2010年9月8日

(2) The moduli space of genus 4 spin curves is rational, Classification of Algebraic Varieties, Schiermonnikoog, Netherland, 2009年5月15日

(3) \mathbb{Q} -Fano 3-folds and varieties of power sums, 代数幾何学国際研究集会「COE-COW Tokyo」, 東京大学大学院数理科学研究科, 2008年12月19日

(4) Spin curves and Scorza quartics, Algebraic Geometry in East Asia, KIAS, Nov, 2008

(5) Spin curves and Scorza quartics, 城崎代数幾何学シンポジウム, 2008年10月