

自己評価報告書

平成 23 年 5 月 9 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20740013

研究課題名(和文) 岩澤理論の様々な一般化について

研究課題名(英文) On various generalizations of Iwasawa theory

研究代表者 落合理 (OCHIAI TADASHI)

大阪大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：90372606

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：岩澤理論, ガロア表現

1. 研究計画の概要

(1)

本研究における最も大事な視点は数年前からの「岩澤理論のガロア変形的な視点での一般化」という長期計画である。そのような一般的岩澤理論を調べるにあたって楕円モジュラー、ジークルモジュラー、ヒルベルトモジュラーなどのケースを詳しく調べていきたい。

(2)

代数体において様々な発展を遂げた岩澤理論の函数体上のモチーフにおける類似を研究したらどうだろうかという自然な問題がある。岩澤理論はもともとは標数 $p > 0$ の函数体に付随した l -進ガロア表現が L -函数や特殊値のよい代数的解釈を与えることに端を発してきた。その後代数体において発達した岩澤理論を今度は再度函数体に戻し、 l 進ではなく p 進でも岩澤理論が考えられないかを追求することも面白そうであり、どのような理論が成立するかを模索したい。

2. 研究の進捗状況

変形の岩澤理論の最初のケースである楕円モジュラーな場合の肥田変形に関しては申請者によっておおよそまとまりのある結果が得られていた。様々なモチーフに対して岩澤理論を構築するには、まず変形空間上に解析的 p 進 L 函数を構成していくことが大事なステップである。申請者の肥田変形に対する岩澤理論の研究上の経験から、変形空間上の解析的 p 進 L 函数を構成には、モジュラーシンボル

の手法が p 進 Hodge 理論を使う方法や Rankin-Selberg 法などよりも正しい複素周期を与えるよい方法であると判明した。 g 次総実体のヒルベルトモジュラー形式のモチーフの肥田変形の場合は、変形空間は $g+1$ 次元の p 進空間となる。この上でモジュラーシンボルの手法によって $g+1$ 変数の解析的 p 進 L 函数を構成した。古典的肥田変形では、Mazur, Manin らのモジュラー曲線の上のモジュラーシンボルを発展させて北川氏が正しい解析的 p 進 L 函数を得ている。今回の結果はそのヒルベルトモジュラーへの一般化と思える。変形空間自体が高次元化であること、モジュラー曲線からヒルベルトモジュラー多様体への高次元化する幾何的な高次元の困難、総実体の単数群の作用、など以前の類似を辿るだけではうまくいかない困難を乗り越えるために多くの時間を要した。Fouquet 氏とともにこの結果の代数的なカウンターパートに対応する現象も研究して一定の結果をえることができた。

ジークルモジュラー形式に関する岩澤理論」についても Lemma 氏との準備的研究がだいぶ進展した。楕円モジュラーやヒルベルトモジュラーのときにはなかった現象や問題点も明らかになってきて今後の研究の方向性が見えてきたといえる。特に、この場合の Coleman 写像の理論を研究中であるが構成のかなりの部分が進展した。函数体に関してはアーベル多様体のセルマー群に関する最初の結果を出版することができた。

3. 現在までの達成度

- ② おおむね順調に進展している。
(理由)

ターゲットとして考えていたヒルベルトモジュラーの場合には, Selmer 群の振る舞いを記述するコントロール定理を Fouquet 氏との共同研究で完成させて論文として出版が決まった. また同じくヒルベルトモジュラーの場合に多変数の p 進 L 関数を構成する論文を完成した. 別のターゲットとして考えていたジークルモジュラーの場合も Lemma 氏と共同での研究がだいぶ形となり, 現在は細部をチェックして完成を目指している. かくして, かなりの場合のケーススタディが進展した.

4. 今後の研究の推進方策
ジークルモジュラーの場合にオイラー系や p 進 L 関数などももう少し踏み込んだ結果を模索したい.

5. 代表的な研究成果
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

1. Tadashi Ochiai, Iwasawa Theory for nearly ordinary Hida deformations of Hilbert modular forms, Algebraic Number Theory and Related Topics 2008, pp. 301-319 (2010). (査読あり)
2. Yoshitaka Hachimori, Tadashi Ochiai, Notes on Non-commutative Iwasawa Theory The Asian Journal of Mathematics, Vol. 14, No. 1, pp 11-18 (2010). (査読あり)
3. Tadashi Ochiai, Fabien Trihan, On the Selmer groups of abelian varieties over function fields of characteristic p Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 146, No. 1, 23-43 (2009). (査読あり)
4. Tadashi Ochiai, The algebraic p -adic L -function and isogeny between families of Galois representations, Journal of Pure and Applied Algebra, vol. 212, 1381--1393, 2008. (査読あり)

[学会発表] (計 6 件)

1. 落合 理, 2010年7月9日 研究集会 "Iwasawa 2010" (5--9, July)

(Fields Institute/Toronto/Canada)
Towards construction of Iwasawa theory over Galois deformation spaces

2. 落合 理, 2010年6月5日 研究集会 "Lefschetz fibration and category theory" (4-6, July) (大阪大学) 岩澤理論に現れる可換環論の問題たちについての注意

3. 落合 理, 2010年1月21日 研究集会 "2010 Korea-Japan Number Theory" (20--23, January) (Seoul National University/Korea) " p -adic L -functions over Galois deformation spaces"

4. 落合 理, 2009年4月2日 岩澤理論ミニ勉強会 (京都大学理学部) On conjectural framework for generalized Iwasawa theory

5. 落合 理, 2008年12月12日 研究集会 "代数的整数論とその周辺" (12/8-12) (京都大学数理解析研究所) 総実体の肥田変形に関する岩澤理論

6. 落合 理, 2008年9月27日 日本数学会秋季総合分科会特別講演 (東京工業大学) 岩澤理論の一般化について