

## 自己評価報告書

平成 23年 5月 25日現在

機関番号：22604

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008年度～2010年度

課題番号：20740022

研究課題名 (和文) 代数多様体の分類理論と導来圏

研究課題名 (英文) Classification theory of algebraic varieties and derived categories

研究代表者 上原 北斗 (Uehara Hokuto)

首都大学東京・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号：80378546

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：導来圏、トーリック多様体

1. 研究計画の概要 Bridgeland の安定性条件、双有理 Torelli の反例、ある種の代数多様体 (次元が低い場合や、3次元トーリックファノ多様体) の導来圏のある種の生成元の存在など、代数多様体の導来圏に関するいくつかの結果を得た。

2. 研究の進捗状況 私は阪大の植田氏、広大の石井氏とともに A 型特異点の極小特異点解消で得られる多様体の Bridgeland の安定性条件の空間を決定した。正確にはこの空間が単連結かつ連結であることを示した。連結性は以前、この多様体の導来圏の自己同値群の生成元を見つけたが、その結果の応用である。また単連結性に関してはホモロジカルミラーシンメトリーを用いた。安定性条件の空間はしばしば単連結かつ連結であると信じられているが、なかなかそれを調べるのは難しく、我々の結果はその特殊な場合を示した結果である。

また有理楕円曲面同士のファイバー積で得られる 3次元多様体を使って、双有理 Torelli の反例、つまり導来同値、ホッジ構造が同型であるような多様体で、双有理でないような例を得た。これが導来圏を用いて示す点が新しいところである。これは以前有理楕円曲面のフーリエ向井パートナーを示した時の結果を一部拡張することで得られた。

さらに戸田氏との共同研究で、それまで知られていた、Van de Bergh 氏の結果、つまりファイバーの次元が高次元であるような射影的写像を持つある種の代数多様体に対し、その導来圏は tilting generator を持つ、という結果をファイバー次元が 2次元の

場合に拡張し、その応用として、グラスマン多様体  $G(4,2)$  の余接束の導来圏の tilting generator を発見した。さらに向井フロップで結ばれる多様体の導来同値も示した。

またトーリック多様体では標数によらずフロベニウス写像 (の類似) が定義される。私は構造層のフロベニウス順像を用いることで 3次元トーリックファノ多様体) の導来圏のある種の生成元 (full strong exceptional collection) の存在を示した。構造層のフロベニウス順像が導来圏を生成することは Bondal が予想していたが、私は論文の中でこの主張を示した。

3. 現在までの達成度

②概ね順調に進展している。

(理由) 上記のように導来圏、分類理論にかかわるいくつかの結果を出したため。

4. 今後の研究の推進方策

基盤研究 B に引き継ぎ、ミラー対称性や McKay 対応まで、より対象を広め、代数多様体の導来圏を中心とした研究を推し進めたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

1 Hokuto Uehara A counterexample of the birational Torelli problem via Fourier--Mukai transform, 査読あり J. Algebraic Geom, 受理済み.

2 Hokuto Uehara , Akira Ishii, Kazushi

Ueda, Stability conditions on  $A_n$ -singularities, 査読あり  
J. Differential Geom. 84 (2010), 87-126.

3 Hokuto Uehara, Yukinobu Toda, Tilting generators via ample line bundles, 査読あり  
Advances in Mathematics. 233 (2010), 1-29.

4 Hokuto Uehara Osamu Fujino, Hiroshi Sato, Yukishige Takano, Three-dimensional terminal toric flip, 査読あり  
Cent. Eur. J. Math. 7. (2009). 46-53.

[学会発表] (計 8 件)

1 上原 北斗 “Generators by Frobenius push-forward on smooth toric surfaces”, Workshop on Non-commutative Geometry and the McKay Correspondence 2011 年 3 月 15 日 名古屋大学(招待講演)

2 上原 北斗 “Exceptional collections on toric Fano threefolds and birational geometry”, 代数幾何とホモトピー論の新展開 2010 年 1 2 月 1 7 日 東京都市大学 (招待講演)

3 上原 北斗 “McKay correspondence and derived categories”, 都の西北 代数幾何学シンポジウム 2010 年 11 月 11 日 早稲田大学(招待講演)

4 上原 北斗 “Tilting generators via ample line bundles”, Summer meeting of the Canadian Mathematical Society (カナダ, University of New Brunswick)., 2010 年 6 月 7 日、(招待講演)

5 上原 北斗 “Fourier--Mukai numbers of minimal elliptic rational surfaces”, Summer meeting of the Canadian Mathematical Society (カナダ, Memorial University of Newfoundland). 2009 年 6 月 5 日、(招待講演)

6 上原 北斗 “Fourier--Mukai numbers of minimal elliptic rational surfaces”, 「第 4 回代数、解析、幾何セミナー」 (鹿児島大学). 2009 年 2 月 1 8 日、(招待講演)

7 上原 北斗 “Tilting generators via ample line bundles”, 国際研究集会 「Interactions Between Noncommutative Algebra and Algebraic Geometry」 (カナダ, バンフ, BIRS). 2009 年 10 月 2 9 日、(招待講演)

8 上原 北斗 “Tilting generators via ample line bundles”, 国際研究集会 「Vector bundles」

(インド, ムンバイ, TATA 研究所). 2008 年 3 月 6 日、(招待講演)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]  
○出願状況 (計 0 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
出願年月日 :  
国内外の別 :

○取得状況 (計 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
取得年月日 :  
国内外の別 :

[その他]