

自己評価報告書

平成 23 年 3 月 6 日現在

機関番号 : 12608

研究種目 : 若手研究 (B)

研究期間 : 2008~2011 年度

課題番号 : 20740031

研究課題名 (和文) 写像類群における不変量の間関係について

研究課題名 (英文) On the relation between invariants of the mapping class groups

研究代表者 金 英子 (K I N E I K O)

東京工業大学・大学院情報理工学研究科・講師

研究者番号 : 80378554

研究分野 : 数学

科研費の分科・細目 : 幾何学

キーワード : 写像類群, 擬アノソフ, エントロピー, 双曲体積, 組ひも

1. 研究計画の概要

曲面の写像類群の要素は pseudo-Anosov (以下 pA と略す), reducible, periodic の 3 つのタイプに分類できる. pA 写像類は代表的な不変量を 2 つ持つ. 一つは pA 写像の dilatation であり, もう一つは写像トーラスの双曲体積である.

近年, Farb-Leininger-Margalit は, 次の結果を発表した:

「ある有限個の円周上の曲面束が存在し, "小さな" dilatation をもつ任意の pA 写像 (曲面は何でもよい) は, この有限個の中の, ある多様体を Dehn filling してえられる多様体が許容する fibration のモノドロミーである。」これは「"小さな" dilatation をもつ任意の pA 写像は, ある有限個の円周上の曲面束から"生成される."」と言うこともできる. つまり小さな dilatation を持つ pA 写像を調べるためには, ある有限個の 3 次元多様体の fibration のモノドロミーを調べればよいというわけである. しかし, 彼らの結果からは, 具体的にどのような有限個の多様体がこの性質を持つのかはわからない. 本研究の 1 つの目標は, 小さな dilatation をもつ pA 写像を生成する 3 次元多様体の決定である.

2. 研究の進捗状況

N を magic manifold とする. (N は, ある 3 成分絡み目の補空間である.)

小さな体積を持つ閉 3 次元多様体および小さな体積をもつ 1 個のカスプ付き 3 次元多様体は, N を Dehn filling して得られることが, Gabai-Meyerhoff-Milley によって示されている. 21 年度の本研究では, 小さな

dilatation をもつ閉曲面上の pA 写像のある族は, magic manifold によって生成されることを示した. 22 年度は, magic manifold によって生成される種数 g の閉曲面 S_g 上の pA 写像達の中の, 最小の dilatation の (g に関する) 漸近的挙動を調べた. これによって magic manifold によって生成される S_g 上の pA 写像達の中で最小の dilatation を実現する pA 写像は, g が十分大きければ, $N(-1/2)$ または $N(-3/2)$ という 2 つの多様体によって生成されることがわかった. 本研究の結果は, 2 つの多様体 $N(-1/2)$ と $N(-3/2)$ が, Farb-Leininger-Margalit の定理における有限個の 3 次元多様体の有力な候補であることを示唆する.

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

理由: 「研究の進捗状況」で述べた結果は, 22 年度の研究計画で述べた内容をほとんど全て含んでいる. 22 年度に得た研究成果をまとめた論文は, ほぼ完成している. あと 1 ヶ月以内に論文を完成させ, 投稿する段階まで到達できると考えている.

4. 今後の研究の推進方策

(1) Farb-Leininger-Margalit の定理における有限個の 3 次元多様体と magic manifold を直接結びつける結果を目指したい.

(2) これまでの本研究では, 主に n 個の穴をもつ円板上の pA 写像の minimal dilatation や, 種数 g の閉曲面上の pA 写像の minimal dilatation の漸近的挙動について調べてきたが, 今後は種数 g であり n

個の穴をもつ曲面上の pA 写像の中の minimal dilatation の (g と n に関する) 漸近的挙動についても調べていきたい。

月 12 日.

5. 代表的な研究成果

[雑誌論文] (計 2 件)

① Eiko Kin and Mitsuhiro Takasawa, Bounds of minimal dilatation for pseudo-Anosovs and the magic 3-manifold, 京都大学数理解析研究所講究録 1716 (2010) 99-106. 査読無.

② Eiko Kin, Sadayoshi Kojima and Mitsuhiro Takasawa, Entropy versus volume for pseudo-Anosovs, Experimental Mathematics 18 (2009), 397-407. 査読有.

[学会発表] (計 5 件)

① 金 英子, 高沢 光彦
Pseudo-Anosovs on closed surfaces having small entropy and the Whitehead sister link exterior, The 7th East Asian School and Knots and Related topics, Hiroshima University, Japan, 2011 年 1 月 11 日.

② 金 英子, 高沢 光彦
Pseudo-Anosovs with small dilatation and the Dehn fillings of the magic manifold, Workshop on Geometry, Topology and Dynamics of Character Varieties, Institute for Mathematical Sciences, NUS, Singapore, 2010 年 7 月 19 日.

③ 金 英子, 高沢 光彦
Bounds of the minimal dilatation for pseudo-Anosovs and the magic 3-manifold, Intelligence of Low-dimensional Topology, 京都大学数理解析研究所, 2010 年 6 月 4 日.

④ 金 英子, 高沢 光彦
Pseudo-Anosovs on closed surfaces having small entropy and the Whitehead sister link exterior, Spring Topology and Dynamical systems Conference 2010, Mississippi State University, 03/19/2010.

⑤ 金 英子, 高沢 光彦
Pseudo-Anosov braids with small entropy and the magic 3-manifold, The 5th East Asian School of Knots and Related Topics, Gyeongju, Korea, 2009 年 1