様式 C-7-2

自己評価報告書

平成２３年　４月　７日現在

研究種目：若手研究（Ｂ）
研究期間：2009～2012
課題番号：20740034
研究課題名（和文）　正則円板の族と不定値計量の幾何学に関するツイスター理論の研究

研究課題名（英文）　Research for the twistor theory concerning families of holomorphic disks and geometry of indefinite metrics

研究代表者
中田　文憲（NAKATA FUMINORI）
東京理科大学・理工学部・数学科・助教
研究者番号：80467034

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・幾何学
キーワード：微分幾何・ツイスター理論・波動方程式

１．研究計画の概要
以下の項目の研究を通して，不定値計量の幾何学を中心とする，新しく広大な理論の片鱗を示す結果を得るところまで，研究を進める．

(1) 簡約理論の確立
二次元と四次元の LeBrun-Mason 対応の間の簡約理論の一般論を構築する．

(2) 高次元化
(1) を踏まえ高次元の LeBrun-Mason 型対応を順次作り出す方法を確立する

(3) 特異性の理論
特異性のある状況へ LeBrun-Mason 対応を拡張する．

(4) 広義の一般化に関する研究
Einstein-Weyl 構造に関する LeBrun-Mason 理論など，簡約理論の手法を用いて新しいタイプのツイスター理論を構築する．

２．研究の進捗状況

(1) Einstein-Weyl 構造に関する理論
ミニツイスター対応とよばれるツイスター理論の不定値類似として，これまで知られていなかった第三の LeBrun-Mason 型理論の構築を行った．ここでは，ツイスター対応のうち片側の対応の構成に成功し，また，このとき重要となる，Weyl 多様体上の大域的性質を見出し， spacelike-Zoll 性と名付けた．その後 LeBrun-Mason により，より一般的な形での同様の対応が証明されたが，本研究の手法がより具体的である点，spacelike-Zoll 性に注目した点などの重要性はかわらない．

(2) 自己交叉を許した理論
本田宣博氏との共同研究により，ツイスター曲線が自己交叉を持つ場合のミニツイスター対応の理論を構築した．この際，本田氏が複素幾何・代数幾何的側面を主に担当し，報告者が微分幾何的側面を主に担当，定期的なセミナー開催により，研究を進めた．一般論と，いくつかの例についての結果を得たが，より詳細に研究すべき題材が残っている．

(3) 簡約理論および波動方程式との関連
① (1)の結果を踏まえ，Einstein-Weyl 構造に関する対応と，四次元の対応との間の簡約理論について研究し，主に以下の結果を得た：
・Tod-鎌田計量が Zollfrei 性をもつことを示し，対応する LeBrun-Mason ツイスター空間を具体的に決定した．
・三次元 de-Sitter 空間上の波動方程式の解を，積分変換を用いて簡潔に与えた．
・LeBrun-Mason 対応が崩壊する臨界条件を具体的に得た．
特に，波動方程式の解の表示に関する結果は，それ自体はツイスター理論と関係なく論ずることができる内容でありながら，ツイスター理論なしには発見しがたいものであり，有益な「応用」であるといえる．
② Joyce 計量や，その簡約理論について，不定値類似を研究し，三次元ユークリッド空間上の波動方程式の回転対称な解に関する結果を得ている．この研究は現在進行中である．

３．現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

(理由)

「高次元化につながるような一般的な簡約理論の構築」には至っていないが，項目1.(4)に属する「Einstein-Weyl 構造に関する理論」は早期に成果が得られた．また，項目2.(2)の結果は，1.(3) の「特異性のある理論」に属する結果で，ここにおいても一定の成果があがっている.

さらに，簡約理論の手法を用いることにより，項目 2.(3) に挙げたように，様々な収穫がすでに得られている．特に波動方程式との関連が明らかになってきた点は，当初想定していなかった重要な結果である．これにより今後は特異性の問題などもより扱いやすくなることが期待され，不定値計量の幾何学の進むべき道のひとつが明らかにされつつあるということができる.

以上のように，当初の計画に対して一定の結果が得られると同時に，「新しく広大な理論の片鱗を示す結果」もすでに得つつあり，研究は順調に進展しているといえる.

４．今後の研究の推進方策

項目 1.(2)の高次元化の理論については研究が進んでいないが，これまでの進捗状況を踏まえると，波動方程式との関連についてより深く研究することが先決であると考えられる．実際，波動方程式の理論の立場から特異性の理論を整備することが自然であることがわかってきており，これを確立することが，その後の高次元化に向けても基礎となると考えられる.

したがって本研究最終年度は，波動方程式にかかわる以下の理論について研究し，将来的な研究の展開に繋げたい:

(1) Joyce 計量の幾何の不定値類似

現在継続中である項目 2.(3)②の研究について，微分可能性や，無限遠でのふるまいについて研究を深め，確固たる結果としてまとめる.

(2) 波動方程式の理論との合流

現在，微分方程式の専門家である田村充司氏とのセミナーを開き，波動方程式の理論を活用すべく研究を進めている．具体的には，衝撃波のような特異性の伝播の理論を，項目1(3)の特異性のある理論に応用できるとにらんでおり，この点について特に研究を進める.

５． 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計３件)

(1) Fuminori Nakata, Wave equations and the LeBrun-mason correspondence, Transactions of the American Mathematical Society, 査読有，掲載決定

(2) Nobuhiro Honda, Fuminori Nakata, “Minitwistor spaces, Severi varieties, and Einstein-Weyl structure”, Annals of Global Analysis and Geometry, 査読有, 39, 2011, 293-323

(3) Fuminori Nakata, “A construction of Einstein-Weyl spaces via LeBrun-Mason type twistor correspondence”, Cmmunications in Mathematical Physics, 査読有, 289, 2009, 663-699

〔学会発表〕(計１１件)

(1) 中田文憲, 「波動方程式とLeBrun-Mason対応について」, 第 57 回幾何学シンポジウム, 2011 年 8 月 8 日, 神戸大学

(2) 中田文憲, 「LeBrun-Mason対応と不定値計量の幾何学について」, 平成 22 年日本数学会年会(特別講演), 2010 年 3 月 25 日, 慶応大学.

(3) Fuminori Nakata, “Wave equation, Funk transform, and the LeBrun-Mason twistor theory”, 国際研究集会『Workshop on Integral Geometry and Group Representations』, 2009 年 7 月 22 日, 東京大学玉原国際セミナーハウス

(4) 中田文憲, 「３次元Severi多様体上のEinstein-Weyl構造」, 第 56 回幾何学シンポジウム, 2009 年 8 月 31 日, 佐賀大学

(5) Fuminori Nakata, “LeBrun-Mason type twistor correspondence for Einstein-Weyl structures”, 国際研究集会『Geometry, Integrability, and Twistor Theory』, 2008 年 6 月 25 日, Cambridge Univ. UK

〔図書〕(計０件)

〔産業財産権〕

○出願状況（計０件）

○取得状況（計０件）

〔その他〕