

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 20 日現在

機関番号：15401

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20740040

研究課題名 (和文) 可解群の幾何学と部分多様体

研究課題名 (英文) Geometry of solvable Lie groups and submanifold geometry

研究代表者

田丸 博士 (TAMARU HIROSHI)

広島大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：50306982

研究分野：微分幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：対称空間・超曲面・部分多様体・微分幾何・リー群・可解群・アインシュタイン多様体・国際情報交換

1. 研究計画の概要

可解リー群に左不変計量を入れたリーマン多様体 (可解多様体) に関して、以下の二つの研究を行うことが計画であった：

(1) 部分多様体を用いた可解リー群の幾何学の研究、特に、Einstein 可解多様体の研究。

(2) 可解リー群を用いた部分多様体の研究、特に、非コンパクト型対称空間内の等質部分多様体。

2. 研究の進捗状況

(1) については、リー群上の左不変計量の成す空間の研究を行った。左不変計量全体の集合は自然に非コンパクト対称空間の構造を持ち、スカラー倍を除いて等長的という自然な同値関係が入る。これまでの研究で以下の結果を得た。

① 児玉・高原との共同研究により、任意の計量の同値類は等質部分多様体となること、また、商集合が一次元となる任意の次元のリー群が存在することを示した。

② 橋永・寺田との共同研究により、商集合の具体的な表示が Milnor 型定理を導くことを示した。

③ 橋永との共同研究により、三次元可解リー群の場合には左不変計量が solsoliton であることと対応する等質部分多様体が極小

であることが同値となることを示した。

(2) については、非コンパクト型対称空間への cohomogeneity one 作用・hyperpolar 作用・polar 作用の研究を行い、以下の結果を得た。

① Berndt と共同で、cohomogeneity one 作用のラフな分類結果を得た。すなわち、上記のような作用は、我々が定式化した 4 つの構成法のいずれかで構成されることを示した。

② Berndt・Diaz-Ramos と共同で、非コンパクト型対称空間への hyperpolar foliation の分類を行った。さらに、階数が高い場合に、hyperpolar でない polar 作用を構成した。

③ 藤井と共同で、球面内の等質超曲面に関する研究を行った。既約エルミート対称空間のイソトロピー表現の軌道となるものに関しては、超曲面の定義多項式が運動量写像のノルム二乗で表されることを示した。

3. 現在までの達成度

① 当初の計画以上に進展している

我々の研究により、当初の計画で述べられていた問題の多くが解決され、多くの研究結果を出すことができた。それだけでなく、研究の進展に伴って、当初は考えていなかった新しい知見や関係が見出され、問題解決への道筋を整理し定式化することができた。

4. 今後の研究の推進方策

今後の研究では以下の問題に主に取り組む。

(1) 左不変計量と対応する部分多様体の間の性質の関連を調べる。進捗状況 (1)③でも述べたように、三次元可解の場合には、soliton 計量と極小部分多様体が 1:1 に対応することが分かった。このような対応が高次元の場合にも成立するかどうかを確かめる。

(2) 球面内の等径超曲面と運動量写像との関連を調べる。進捗状況 (2)③で述べたように、特別な場合には、定義多項式が運動量写像のノルム二乗で表されることが分かった。これを一般の場合にも確かめる。特に、等径超曲面には OT-FKM 型と呼ばれる非等質なものが存在するので、その場合の定義多項式が運動量写像と関係するかどうかは、非常に興味深い。

(3) 非コンパクト型対称空間内の、放物型部分群の可解部分から得られる部分多様体の幾何を調べる。このような部分多様体は、全て非コンパクトであるが、コンパクトな場合の R-space のある種の双対とみなすことができる。この立場から、内在的および外在的な幾何の双方を調べる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

[1] H. Tamaru,
Parabolic subgroups of semisimple Lie groups and Einstein solvmanifolds,
Math. Ann., 査読有, 掲載決定済.

[2] J. Berndt, J. C. Diaz-Ramos, H. Tamaru,
Hyperpolar homogeneous foliations on symmetric spaces of noncompact type,
J. Differential Geom., 査読有, 86 (2010), no. 2, 191--235.

[3] H. Tamaru,
Noncompact homogeneous Einstein manifolds attached to graded Lie algebras,
Math. Z., 査読有, 259 (2008), 171--186.

[学会発表] (計 12 件)

[1] H. Tamaru,
Homogeneous submanifolds in noncompact symmetric spaces,
International Mini Workshop on Integral Geometry and Symmetric Spaces,
Kyungpook National University (韓国), 2010/02/22--24.

[2] H. Tamaru,
Parabolic subgroups, Einstein solvmanifolds, and submanifold geometry.
II Congreso Latinoamericano de Grupos de Lie en Geometria, Sierras de Cordoba (アルゼンチン), 2008/08/26.

[その他]

ホームページ

<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~tamaru/index-j.html>