

機関番号：13901

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20740052

研究課題名(和文) 確率制御に関連する問題におけるmax-plus 確率論的アプローチ

研究課題名(英文) Max-plus probabilistic approach to problems related with stochastic control

研究代表者：

貝瀬 秀裕 (KAISE HIDEHIRO)

名古屋大学・情報科学研究科・准教授

研究者番号：60377778

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：確率論, 確率制御, 動的計画偏微分方程式, max-plus 代数, 数理ファイナンス

## 1. 研究計画の概要

最適制御では評価関数を最大化または最小化することを目標とするため, たとえ問題の背後に線形性があったとしても結果的に非線形性を持つ量が現れる. したがって, 最適制御に対して線形性に根ざした数学理論は直ちに適用できない場合が多い. 一方で実数における和と積を max と和で置き換えて得られる max-plus 代数と呼ばれる代数系を用いると多くの非線形性が線形と見なせ, 近年, 最適制御において max-plus 代数を利用した研究が活発に行われている. 本研究課題では, 決定論的制御や確率制御に対して max-plus 代数や max-plus 確率的アプローチを試みることを目的とする. 既存の理論とは異なる max-plus 的観点に基づく新たな数学的手法や理論を展開し, それらの有用性を明らかにする.

## 2. 研究の進捗状況

最適制御において動的計画偏微分方程式は値関数を特徴付け, さらに最適制御を構成する際に利用されるため重要な方程式である. 本研究課題に則す主要な研究テーマとして, 制御理論に現れる様々な動的計画偏微分方程式に対して max-plus 代数や max-plus 確率を用いて研究を進めてきた. 以下, 現在まで得られた成果について述べる.

## (1) 1階エルゴード型 Bellman 方程式の粘性解の構造

研究代表者らによって得られた2階エルゴード型 Bellman 方程式の解の分類を動機とし

て, 決定論的制御における長時間平均評価関数の最適化に関連する1階エルゴード型 Bellman 方程式の粘性解の構造の研究を行った. 決定論的制御力学系を max-plus 確率の下での拡散過程と捉え直し, 確率論の諸概念を max-plus 確率を通じて持ち込むことで, 1階エルゴード型 Bellman 方程式の粘性解の構造を明らかにした. また複数ある解のなから critical な解の特徴付けを行った.

## (2) max-plus 加法的汎関数に対する max-plus 確率制御

巾効用関数に対する最適投資・消費問題においてリスク回避的極限をとると, max-plus 加法的汎関数に対する最適化問題が導かれる. 本研究では一般的なモデルにおいて, max-plus 加法的汎関数を評価関数に持つ max-plus 確率制御問題を動的計画法のもとで論じた. max-plus 加法的汎関数の最適値を1階変分方程式で表される動的計画偏微分方程式の粘性解として特徴付け, さらにリスク回避的極限を通じて max-plus 確率制御とリスク・センシティブ型確率制御との関係を与えた.

## (3) 確率制御における動的計画偏微分方程式に対する max-plus 的手法

max-plus 的手法は max-plus 代数がもたらす線形性を利用することで, 主に決定論的制御問題において発展してきた. 本研究では, 決定論的制御における max-plus 展開の考えを一般化することで, 確率制御における動的計画偏微分方程式の粘性解を求めるための空間分割に依らない数値解法の基礎を与えた.

### 3. 現在までの達成度

本研究課題はおおむね順調に進展している。研究目的の要旨に沿って max-plus 代数的な観点から決定論的制御と確率制御における確率論や解析学の問題に取り組み、研究の進捗状況に記したように一定の成果を得た。

### 4. 今後の研究の推進方策

引き続き max-plus 代数や max-plus 確率を制御問題に用いることで、確率論や解析学に新しい視点や方法を与えていく。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

① H.Kaise and W.M.McEneaney, Idempotent expansions for continuous-time stochastic control: compact control space, 査読有り, Proceedings of the 49 IEEE Conference on Decision and Control, 2010, 7015-7029.

② W.H.Fleming, H.Kaise and S.-J.Sheu, Max-plus stochastic control and risk-sensitivity, Applied Mathematics and Optimization, 査読有り, Vol.62, 2010, 81-144.

③ H.Kaise and S.-J.Sheu, Ergodic type Bellman equation of first order with quadratic Hamiltonian, Applied Mathematics and Optimization, 査読有り, Vol.59, 2009, 37-73.

[学会発表] (計 5 件)

① H.Kaise and W.M.McEneaney, Idempotent expansions for continuous-time stochastic control, IEEE Conference on Decision and Control, 2010 年 12 月, Atlanta, USA.

② 貝瀬秀裕, Idempotent methods for dynamic programming PDEs in optimal control problems I & II, 確率解析とその周辺, 2010 年 11 月, 岡山大学

③ H.Kaise, Nonlinear H-infinity control and its applications to mathematical finance, Workshop on Mathematical Finance and Related Topics in Economics and Engineering, 関西セミナーハウス, 2009 年 8 月

④ H.Kaise, Max-plus stochastic control and risk-sensitivity: general framework related with risk-averse limit of optimal consumption problem, Congress on "Stochastic Analysis for and from Finance", 京都リサーチパーク, 2009 年 8 月

⑤ W.H.Fleming, H.Kaise and S.-J.Sheu, Max-plus stochastic control and risk-sensitivity, SIAM Conference on Control and its Applications, Denver, USA, 2009 年 7 月

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]

