

## 自己評価報告書

平成 23 年 3 月 31 日現在

機関番号：32665

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740067

研究課題名（和文）量子情報科学におけるエントロピー及び情報量に関する基礎研究

研究課題名（英文）Fundamental study on entropy and information  
in quantum information science

## 研究代表者

古市 茂 (FURUICHI SIGERU)

日本大学・文理学部・准教授

研究者番号：50299327

研究分野：作用素論，情報理論，エントロピー論，行列解析

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：Skew information, エントロピー, トレース不等式, 量子情報理論

## 1. 研究計画の概要

量子情報科学の発展において、エントロピーや skew information などの情報量に関連した基本的な結果が必要となることがしばしばある。特に、量子エントロピーや量子相対エントロピー及び skew information など量子系におけるほとんどすべての情報量やエントロピーは Trace を用いて定義されるためトレース不等式の成立を示すことにより量子情報科学の諸分野の発展に道が開ける場合があり、本研究では、これらのエントロピーや情報量に関する基礎研究を行列解析や関数解析学の道具を用いて研究し新たな性質を導き出すことにある。

## 2. 研究の進捗状況

3 年目の今年度は、1 年目及び 2 年目に比べて多くの成果を得ることができた。詳細は、項目 5. の代表的な研究成果の欄に記す。なお、研究方法は、最初に問題設定があるが、これについては 1 年目からの継続的な問題がありそれを軸に行っている。また、知り合いの研究者との会話や学会での講演聴講や最新の論文を読むことにより幾つかの問題を見つけ出して考えることもある。次にその問題の解決方法であるが、最初に自分でこれまでに発表されている論文や専門書を参考にしながら証明や計算を試みる。次に、独特な方法としては、計算ソフト・Mathematica を用いて示すべき定理の妥当性をチェックする。これによりもしその定理が真でなければ、計算ソフトにより反例を得ることが出来るので、その時点で、この問題については終わる。しかし、反例が見つからないときの定理の証明は独自の能力に依るところが大きい。が、数百万パターンの数値例で反例がないと

分かっているならば、強い意志をもって証明にあたることができる。定理が完成したら応用を考える。主に、情報理論やエントロピー理論に関する応用になる。その後、論文投稿、同時にプレプリントサーバーへのアップロードを行う。これにより、全世界の専門家からの注目を得ることが出来、多くの電子メールをもらい情報交換が可能となる。最後に、適切な国内学会及び国際会議を選んで申し込み講演許可が降りればそこで講演することになる。これが本研究における研究方法のおおよその流れである。

## 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。  
当初、考えていたペースよりも早くかつ広い分野で無視できない結果を得ることに成功している。理由としては、国際会議の講演後に聴講者からのコメントが問題解決のヒントになったり、または電子メールで共同研究の提案などによる。その際に、電子メールでのやりとりが効率的であり、なおかつ国内学会（具体的には秋の数学会）において、お互いの講演後に新しい研究テーマを見つけることができ、その後、一ヶ月で電子メールを使い、二カ月後に再び別の国内学会で会うことにより論文が完成したという例もあり、それ以外の理由としては、現在の研究テーマへの興味にただならぬものを感じており自身で考える時間が急激に増加している点にあると言える。

## 4. 今後の研究の推進方策

今年度得た結果の更なる発展的な研究が必要になる。そのために、年末年始にかけて参考となる文献を幾つか読み込んだ。具体的に

は、昨年の夏に Wigner-Yanase skew information を用いた量を使ってシュレーディンガー型の不確定性関係を新たに示すことに成功したので、その一般化について研究する必要がある。さらに、ある行列トレース不等式（これは 2007 年に自身が出版したサーベイに予想としてだしたもの）の完全かつ肯定的な解答をえることができたので、これを利用して Tsallis 相対エントロピーの下界の導出を行いたいと考えている。また、トレース不等式ではないが、今年度、Young の不等式の改良版の証明に成功したので、これをもちいて、様々なエントロピーに関する不等式の改良を考えている。同時に Young の不等式の逆不等式の導出なども 1 つの研究の方向と言える。これは、作用素論の一部のテーマであり最近、欧州を中心に盛んに研究されているテーマである。結果的に情報理論やエントロピー論に応用可能と思われるため、優先的に行いたいとも考えている。

#### 5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 4 件）〔査読有のみ記載〕

- ① S. Furuichi, An axiomatic characterization of a two-parameter extended relative entropy, *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 51(2010), 123302-1~123302-12.
- ② S. Furuichi, Schrödinger uncertainty relation with Wigner-Yanase skew information, *Phys. Rev. A*, Vol. 82(2010), 034101-1~034101-3.
- ③ S. Furuichi and M. Lin, A matrix trace inequality and its application, *Linear Algebra and its Applications*, Vol. 433(2010), pp. 1324-1328.
- ④ S. Furuichi, On generalized Fisher informations and Cremér-Rao type inequalities, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 201(2010), 012016.

〔学会発表〕（計 11 件）〔内 5 件のみ記載〕

- ① 古市茂, トレース不等式とその応用, 研究

集会「独立性と従属性の数理-関数解析学の視点から-」, 京都大学数理解析研究所, (2010. 12. 20-22) .

② 古市茂, 一般化エントロピー関数の特徴付けと一意性定理について, 第 33 回情報理論とその応用シンポジウム (SITA2010), 長野・信州松代ロイヤルホテル(2010. 11. 30-12. 3) .

③ 古市茂, Young の不等式の改良について, 日本数学会 2010 年度秋季総合分科会 関数解析学分科会, 名古屋大学, (2010. 9. 23) .

④ S. Furuichi, On trace inequalities related to skew informations and generalized relative entropies, *Information Geometry and its Applications III*, Leipzig, Germany, August 2-6, 2010. (invited lecture).

⑤ S. Furuichi, A refined Young inequality and related results, The 16th International Linear Algebra Society Conference, Pisa, Italy, June, 21-25, 2010.