

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 6日現在

機関番号：52501
研究種目：若手研究（B）
研究期間：2008～2011
課題番号：20740083
研究課題名（和文） 平行平板間における非圧縮性粘性流体の実解析的方法による数学解析

研究課題名（英文） Mathematical analysis of an incompressible viscous fluid in an infinite layer by methods of real analysis

研究代表者
阿部 孝之（ABE TAKAYUKI）
木更津工業高等専門学校・基礎学系・准教授
研究者番号：70396274

研究成果の概要（和文）：平行平板間における Stokes 方程式のレゾルベント問題を解析し、Stokes 作用素が Hölder 空間や Besov 空間の上で解析的半群を生成することを示した。この応用として、Poiseuille 流などの特殊解の安定性を Besov 空間において示した。また、作用素値 Fourier multiplier の定理を用いて Stokes 方程式の解の Maximal regularity を証明し、平板上に存在する流体の自由境界問題に対する時間局所解の一意存在を示した。

研究成果の概要（英文）：We analyze a resolvent problem of the Stokes equation in an infinite layer and prove that the Stokes operator generates an analytic semigroup on Hölder and Besov spaces. As an application, we prove a stability of some special solutions in Besov spaces. Moreover, we prove maximal regularity for the Stokes equation by operator-valued Fourier multiplier theorem, and we prove unique existence of a local in time solution to free boundary problems of the Navier-Stokes equation.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合 計
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総 計	2,400,000	720,000	3,120,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：Navier-Stokes 方程式，Stokes 方程式，レゾルベント評価，解析的半群，自由境界問題，Besov 空間，斉次 Besov 空間，Maximal regularity

1. 研究開始当初の背景

1990 年代後半からの実解析学の発展により、境界がコンパクトでない非有界領域を占める非圧縮性粘性流体の運動を、数学的に解析することが可能になった。平行平板間における流体の解析は物理的な問題として重要であると同時に、2 次元 Navier-Stokes の解の挙動を捉える手掛かりを与えている点で興味深い。また、2000 年代前半より作用素値

Fourier multiplier の定理を用いて Maximal regularity を証明する方法が確立されたが、この評価を平板上に存在する流体の自由境界問題に応用した。

2. 研究の目的

平行平板間における以下の問題を実解析的方法により解析することを目的とする。

(1) Stokes 作用素の解析

Stokes 作用素が空間遠方で減衰しないような関数空間の上で解析的半群を生成するか調べる。

(2) 特殊解の安定性の解析

Poiseuille 流などの特殊解の安定性・不安定性を種々の関数空間において調べる。

(3) 自由境界問題の解析

平板上に存在する流体の自由境界問題について、解の一意存在を証明する。

3. 研究の方法

(1) Stokes 作用素の解析

柴田良弘氏との共同研究で得た、平行平板間における Stokes 方程式の解の表示を利用して、空間遠方で減衰しないような関数空間において、然るべきレゾルベント評価を満たすことを示した。

(2) 特殊解の安定性の解析

Couette 流や Poiseuille 流などの数式で表示された特殊解の安定性を調べるために、問題を摂動項付きの Navier-Stokes 方程式とみなし、積分方程式に変換する。そして、種々の関数空間における解析的半群に対する評価と逐次近似法を利用して、特殊解の安定性・不安定性を考察した。

(3) 自由境界問題の解析

平板上の Navier-Stokes 方程式の自由境界問題を、座標変換により境界を固定した問題に帰着させる。この問題の解を、Stokes 方程式の解の Maximal regularity 評価を用いて構成した。

4. 研究成果

(1) Stokes 作用素の解析

Stokes 方程式のレゾルベント問題の解の具体的表示を利用して、Stokes 作用素が Hölder 空間の上で解析的半群を生成することを証明した。一方、本質的に有界な関数空間の上で生成するか否かについては技術的な問題があり結論が得られなかった。

(2) 特殊解の安定性の解析

Poiseuille 流などの数式で表された特殊解の安定性を、可積分性を表す指数が 1 より大きい Besov 空間において、証明することができた。

(3) 自由境界問題の解析

平板上における Navier-Stokes 方程式の自由境界問題について、Stokes 方程式の解の Maximal regularity 評価と縮小写像の原理を用いて、時間局所解が一意的に存在することを証明した。また、初期値が十分小さい場合には時間大域的な解が存在することを証明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 1 件)

阿部孝之、山崎昌男、On a stationary problem of the Stokes equation in an infinite layer in Sobolev and Besov spaces、Journal of Mathematical Fluid Mechanics、査読有、12 巻、2010、61–100、DOI:10.1007/s00021-008-0276-z

〔学会発表〕(計 0 件)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

名称：

発明者：

権利者：

種類：

番号：

出願年月日：

国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：

発明者：

権利者：

種類：

番号：

取得年月日：

国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

阿部 孝之 (TAKAYUKI ABE)

木更津工業高等専門学校・基礎学系・准教授

研究者番号：7 0 3 9 6 2 7 4

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし