

## 自己評価報告書

平成23年 4月20日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2008～2011

課題番号：20740089

研究課題名(和文) パンルヴェ系を中心とした可積分系の研究

研究課題名(英文) Research on integrable systems around the Painleve systems

研究代表者

坂井 秀隆 (SAKAI HIDETAKA)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：50323465

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード： パンルヴェ方程式, 差分方程式, 特殊函数, 超幾何函数

## 1. 研究計画の概要

パンルヴェ方程式やその離散類似, あるいはそれらの多変数科などの拡張について, 可積分系の方法を使った研究を行う. 具体的には, 線型方程式の変形理論とパンルヴェ型方程式の関係に関して, スペクトル型などを考慮したより精緻な理論を構築し, 高次元においても特殊函数論的な特徴付けをできるようにする. 離散系に関するものも同様.

## 2. 研究の進捗状況

(1) 相空間が4次元の場合のパンルヴェ型方程式について, フックス型微分方程式の変形からくるものが4種類の方程式系(ガルニエ系, 藤鈴木系, 笹野系, 行列パンルヴェ系)に帰着されることを示し, これらの系を線型方程式の空間が自然にもつシンプレクティック構造を使って, ハミルトン形式に書き下した.

(2) 上述の4つの系の退化を考え, 20種類の方程式系が現れることを示した. これは非分岐と呼ばれる場合の分類で, 考えられる全ての場合を尽くしているわけではないが, 野海山田系など重要な系が含まれていて, それらの位置づけを与えるものになっている(川上氏, 中村氏との共同研究).

(3) 離散パンルヴェ系のひとつの源泉であるシュレーンジャー変換について, シンプレクティック構造を用いた簡単な計算方法を開発した(ジャマイ氏, 竹縄氏との共同研究).

(4) 線型 $q$ 差分方程式に関して, そのスペクトル型およびそれに付随した剛性指数を定義し, フックス型微分方程式に関するカツの理論で重要な役割を演ずるミドル・コンヴォリューションの $q$ 差分アナログを構成した(山口氏との共同研究).

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

想定してきた目的意識にそって, 従来の線型方程式の変形理論の拡張がきれいに理解されるようになった. 論文の発表が遅れているので急ぎたい.

## 4. 今後の研究の推進方策

2011年度はこの課題の最終年度なので, いままで得られた結果をきちんとまとめて, 論文の形で残さず発表していきたい.

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表] (計 4件)

1. 坂井秀隆, モノドロミー保存変形と4次元パンルヴェ型方程式, 日本数学会秋季総合分科会, 2010年9月22日, 名古屋大学,

2. 坂井秀隆, 4次元パンルヴェ型方程式の退化図式, 可積分系数理の多様性, 2010年8月19日, 京都大学数理解析研究所,

3. 坂井秀隆, モノドロミー保存変形と4次元パンルヴェ型方程式, 微分方程式のモノドロミーをめぐる諸問題, 2009年2月, 京都大学数理解析研究所,

4. 坂井秀隆, Monodromy preserving deformation and 4-dimensional Painleve type equations, From Painleve to Okaamoto, 2008年6月10日, 東京大学.