

機関番号：12601

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2010

課題番号：20760052

研究課題名（和文） 複雑領域上における構造保存数値解法に関する研究

研究課題名（英文） On structure-preserving numerical methods on complex domains

研究代表者

松尾 宇泰 (MATSUO TAKAYASU)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号：90293670

研究成果の概要（和文）：

本研究は、国産の数値手法である「離散変分法」を有限要素法に拡張することを目的としていたが、その中で以下の知見を得た。

まず、本研究において空間1次元の場合に H^1 の枠組みで有限要素法版離散変分法が構成可能であること、およびいくつかの代表的な偏微分方程式（非局所作用素を含む方程式を含む）に対して適用し、実際に保存則を保つ数値計算が可能であることを示した。またこの枠組みが空間2、3次元の場合にも基本的に拡張可能であることを示した、特に2次元磁場無しのGinzburg-Landau方程式（超伝導現象を記述する方程式）の場合に、実際にスキームが動作することを確認した。また計算の高速化のため、新たに線形化する手法も開発し、その有効性を確認した。

研究成果の概要（英文）：

In this research, we aimed at extending the discrete variational derivative method to finite element framework, and got the following results.

First, we showed that in the spatially one-dimensional case a finite-element version of the discrete variational derivative method can be formulated only with H^1 elements, and in fact applied the new framework to several typical partial differential equations. Then we extended the framework to spatially two-/three-dimensional cases, where we applied the method to the Ginzburg—Landau equation and confirmed the scheme in fact successfully works. Finally, we introduced a new technique to linearize the resulting schemes, and checked by numerical experiments that computational complexity can be decreased.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：数理工学

科研費の分科・細目：工学基礎

キーワード：数理工学, 数値解析, シミュレーション

科学研究費補助金研究成果報告書

1. 研究開始当初の背景

近年、「構造保存数値解法」と呼ばれる、あるクラスの微分方程式に特化した数値解析手法が脚光を浴びている。例えば近年提唱された国産の「離散偏導関数法」は、エネルギー保存則・散逸則を持つ方程式に対し、その保存・散逸則を離散系でも厳密に再現する強力な計算公式を構築する手法で、その有用性が理論的・実験的に確かめられている。しかし同手法を含めて、偏微分方程式に対する既存の「構造保存数値解法」は、本質的に空間1次元の場合に限られていた。

2. 研究の目的

以上を踏まえ、本研究の最大の目的は空間2次元、3次元環境における「離散偏導関数法」の確立と評価であり、そのために具体的に以下の点を明らかにすることを目的とする：(1)「2次元・3次元での理論的枠組の確立と検証」、(2)「スキーム実装上の問題の解決」。また、以下の点も副次的に目的とする：(3)「大規模系における保存・散逸スキームの検証」、(4)「他の構造保存数値解法の調査」。

3. 研究の方法

まず平成20年度に「離散偏導関数法」の枠組を空間高次元の場合に拡張する基本的な試みを行い、そこで現れる理論的、および実装上の問題を洗い出す。さらに簡単な2次元の例題について実装し、拡張された枠組の有効性を確認する。それを踏まえて平成21年度以降に、空間2次元・3次元の場合の枠組を完成させ、特に3次元の場合を中心に応用研究を行う。

4. 研究成果

研究の目的欄の(1)～(4)に分けて成果を述べる。

(1)「2次元・3次元での理論的枠組の確立と検証」については、本課題において原理的に離散偏導関数法の拡張が可能であることが確認され、Ginzburg-Landau 方程式などいくつかの方程式において、実際に安定な数値計算が可能であることを確かめた。

(2)「スキーム実装上の問題の解決」においては、離散偏導関数法によるスキームが多くの場合非線形となることを確認し、実際に2次元の問題を解いた結果、高速化技法なしでは実用性が薄いことを確認した。そこで陰的線形化手法、および高速な現代的非線形ソルバの研究を展開し、実用的な速度で動くアルゴリズムを開発した。

(3)「大規模系における保存・散逸スキームの検証」は、上の(1)、(2)と連動して、2次元超伝導モデル (Ginzburg-Landau 方程式；

磁場付きと磁場無しの2種類)をテストし、標準的な計算方法よりも定性的に適切な解を導くことを確認した。

(4)「他の構造保存数値解法の調査」については、multi-symplectic 法などいくつかの新しい手法の調査を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計7件)

- ① T. Matsuo, Dissipative/conservative Galerkin method using discrete partial derivative for nonlinear evolution equations, J. Comput. Appl. Math., 査読有, 218, 2008, 506-521.
- ② T. Matsuo and H. Yamaguchi, An energy-conserving Galerkin scheme for a class of nonlinear dispersive equations, J. Comput. Phys., 査読有, 2009, 4346-4358.

[学会発表] (計24件)

- ① T. Matsuo, Dissipative finite-element schemes for the time-dependent Ginzburg-Landau equations, Tokyo Workshop on structure-preserving methods, 2010.
- ② T. Matsuo, Numerical integration of the time-dependent Ginzburg-Landau equations, TRAGIC, 2010.

[図書] (計1件)

- ① D. Furihata and T. Matsuo, Discrete Variational Derivative Method, CRC Press, 2010, 800.

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等：該当無し

6. 研究組織

(1)研究代表者

松尾 宇泰 (MATSUO TAKAYASU)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号：90293670

(2)研究分担者
該当なし

(3)連携研究者
該当なし