様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成　22　年　5　月　28　日現在

研究種目：若手研究(B)
研究期間：2008～2009
課題番号：20760101
研究課題名（和文）細分割を用いた次世代ＣＡＤシステムのための基盤技術開発
研究課題名（英文）Development of fundamental technologies for next-generation CAD system using subdivision schemes

研究代表者
川原田　寛（Kawaharada Hiroshi）
独立行政法人理化学研究所・VCAD モデリングチーム・研究員
研究者番号：40462676

研究成果の概要（和文）：
ボリューム細分割はボリュームメッシュを細かくすると同時に頂点位置を移動することで高品位化を行う高速かつイタレイティブな手法である．繰り返しの極限で隣接する辺の長さが等しくなることが理論的に保証されており，これによって有限要素法（以下 FEM）の問題の一つである，体積が大きく異なるセルが隣接することを回避できる．このような良い性質を持ちながらボリューム細分割は FEM 用メッシュ生成に使用されなかった．なぜなら，従来のボリューム細分割はメッシュ中の特定の位相構造で体積が 0 となるセルを生成し FEM を適用不能にしてしまうからである．これに対し全ての位相構造に対して無体積となるセルが発生しないボリューム細分割を発明した．これによりボリュームメッシュの高品位化を FEM に適した形で高速に行うことが可能となる．

研究成果の概要（英文）：
Volume subdivision which is an extension of surface subdivision scheme generates a smooth parameterization (cells) for the initial object (volume mesh). Thus, there are relatively no tiny elements in the subdivided volume mesh. This is a useful property for the FEM analysis, because a large difference of volumes between two adjacent cells causes a large error of the FEM analysis. However, previous works did not mention this usefulness, because (we guess) the subdivided volume mesh has planar cells (at the limit, there are completely planar cells). Planar cells make the FEM analysis impossible.

Such planar cells are generated by volume subdivisions near boundary. Thus, we proposed new boundary stencils for a volumetric subdivision in order not to generate planar cells.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2008 年度	700,000	210,000	910,000
2009 年度	400,000	120,000	520,000
年度			
年度			
年度			
総　計	1,100,000	330,000	1,430,000

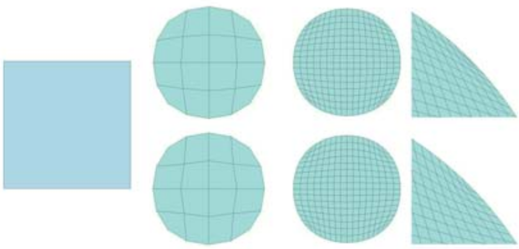
研究分野：工学
科研費の分科・細目：機械工学・設計工学・機械機能要素・トライボロジー

キーワード： ボリューム細分割，有限要素法，無体積セル，ボリュームメッシュの高品位化

１．研究開始当初の背景
細分割とは任意の２次元多様体であるメッシュに対して施すことができ，メッシュを滑らかにする手法として CG の分野で有名であり，様々な研究および応用がされてきた．細分割は細分割行列とメッシュの位相構造の変化によって定義される．細分割をボリュームメッシュに拡張した手法をボリューム細分割と呼ぶ．ボリューム細分割も位相構造の変化と細分割行列によって定義されるが，ボリュームメッシュは接続構造が表面メッシュよりも複雑なためボリュームメッシュの細分割行列は次数にのみ依存するわけではない．

ボリューム細分割は滑らかなセル群を発生させる．これはボリューム細分割したメッシュに相対的に小さな要素がないことを意味している．**FEM** 解析においては隣接セルの体積差がシミュレーションの精度に大きくかかわってくるため，これは有用な性質であると言える．しかしながら先行研究ではこの点に対する言及はなかった．なぜなら先行研究の手法では細分割したメッシュに平面的なセルが現れるからである．平面的なセルは **FEM** 解析を不可能にする要因の一つである．

２．研究の目的
以上の点を鑑みて我々は Bajaj らによる手法を改良し，平面的なセル（無体積セル）を発生しない新たなボリューム細分割を作りだした．この改良はその他の先行研究全てに対して行えるものである．
図１．立方体を初期とするボリューム細分割



結果（断面）．上が Catmull-Clark ボリューム細分割の結果で下が改良結果．最右図は６ステップ目の拡大図で，改良型では右上に無体積なセルが発生しないことが分かる

３．研究の方法
まず，Bajaj らの Catmull-Clark ボリューム細分割のアルゴリズムを説明する．このアルゴリズムは全て六面体セルからなるボリュームメッシュに対して施される．各六面体セルを Octree のように８分割したあと各頂点の位置を次のルールで決める．（このルールをステンシルと呼ぶ.）
Catmull-Clark ボリューム細分割の各ステンシルを具体的に書くと
・ 元々の内部頂点 v_0 の次の位置 ＝27/64 v_0＋27/64（v_0 に隣接する頂点の平均）＋ 9/64（v_0 の面での対点の平均）＋ 1/64（v_0 のセルでの対点の平均），
・新しくセル中心にできた頂点（Cell point）の位置 ＝ 元々のセルの８頂点の平均，
・内部面の中心に新しくできた頂点（Inner face point） ＝3/4（その内部面の４頂点の平均）＋1/4（その内部面の２つの対面上の８頂点の平均），
・内部辺の中心に新しくできた頂点（Inner edge point）＝9/16（その内部辺の２頂点の平均）＋3/8（その辺を含む面での対点の平均）＋1/16（その辺を含むセルでの対点の平均），
・境界面上の頂点は既存の Catmull-Clark（サーフェス）細分割となる．

このようにメッシュのパターンが変化するごとに，頂点位置（元からあったもの，新しいもの共に）が変化するアルゴリズムである．
図２．メッシュパターン１．青は境界辺．

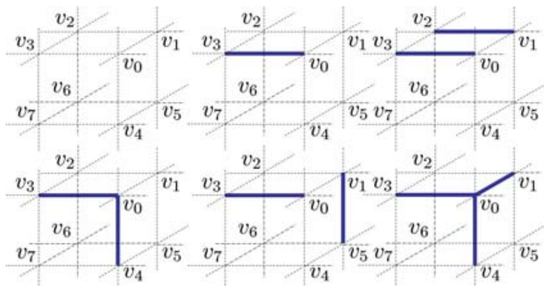
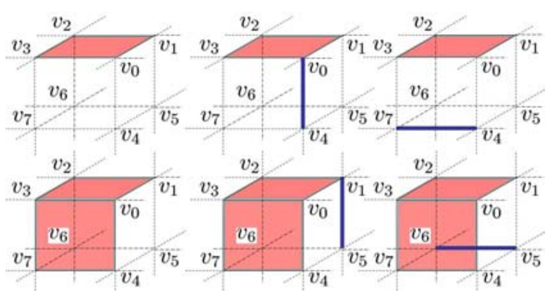


図３．メッシュパターン２．赤は境界面．



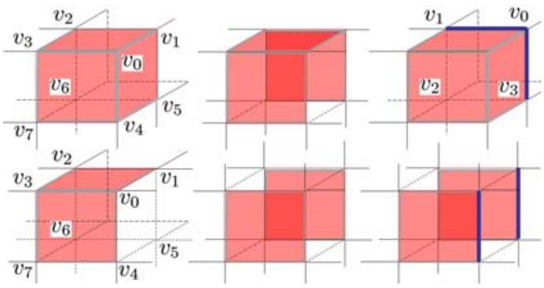


図４．メッシュパターン３．

図２－４はほぼ全てのメッシュパターンを示している．平面的なセルを発生させるメッシュパターン（およびその際の頂点）を全列挙すると，

・図２の左下での cell point,
・図２の右下での cell point,
・図３の中央上での cell point,
・図３の左下での cell point,
・図４の左上での cell point,
・図４の右上での face point となる．

ここで
v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_10, v_11 に対する重みを a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l とすると，平面的なセルを発生させない条件は以下となる．

まず cell point に対して，

表１．Cell point に対する条件

図２の左下	a+2d=1/2, d=e, b+2c+g+h=1/2, c=f
図２の右下	a+3b=1/2, b=d=e, 3c+g= 1/2, c=f=h
図３の中央上	a+2b+c+e=1/2, b=d, 2f+g=1/2, f=h
図３の左下	2a+4b=1/2, a=d, b=c=e=h, 2f=1/2, f=g
図４の左上	a+3b+3c=1/2, b=d=e, c=f=h, g=1/2

次に６つ目のパターンである face point に対する条件を導く．face point は元々２つの対面上の頂点も使うため，face point を打つ面と２つの対面の３面の分類をも考慮しなければならない．結果だけ示すと，下図および表のように分類され条件が導かれる．

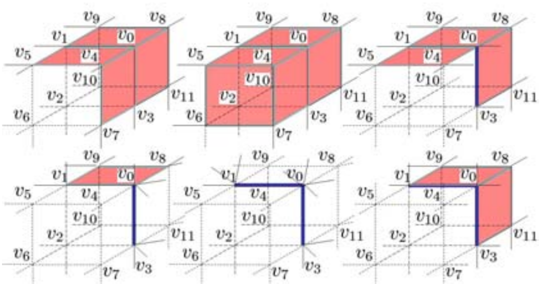


図５．２つの対面の分類．

表２．図５の分類での Face point に対する条件

左上	a+2b=c, b=d, e+2f=g, f=h, i+2j=k, i=l, c+g+k=1/2
中央上	a+2b=c= 1/2, b=d, e=f=g=h=i=j=k=l=0
右上	a+2b=c, b=d, e=f=g=h, i+2j=k, i=l, c+2e+k=1/2
左下	a+2b=c, b=d, e=f=g=h=i=j=k=l, c+4e=1/2

これらの条件を満たすステンシルを作成した．特に等方的なものを上げる

表３．表１に対する等方的ステンシル

図２の左下	1/2(3 境界頂点の平均) + 1/2(5 内部頂点の平均)
図２の右下	1/2(4 境界頂点の平均) + 1/2(4 内部頂点の平均)
図３の中央上	1/2(5 境界頂点の平均) + 1/2(3 内部頂点の平均)
図３の左下	1/2(6 境界頂点の平均) + 1/2(2 内部頂点の平均)
図４の左上	1/2(7 境界頂点の平均) + 1/2(1 内部頂点の平均)

表４．表２に対する等方的ステンシル

左上	a=b=d=1/8, c=3/8, e=f=h=i=j=l=1/48, g=k=1/16
中央上	a=b=d=1/6, c=1/2, e=f=h=i=j=l=g=k=0
右上	a=b=d=1/8, c=3/8, i=j=l=1/48, k=1/16, e=f=g=h=1/32
左下	a=b=d=1/8, c=3/8, e=f=g=h=i=j=k=l =1/32

このように平面的なセルを発生しない境界ステンシルを構築したが，これをそのまま使っても良い結果は得られなかった．なぜなら，作成したステンシルは極限で上手く機能するものであり，細分割の初期数ステップでの性能を無視しているからである．この問題を解決するために，非定常スキームを導入した．

非定常スキーム：(対応するパターンで)
(9/10)^k (Catmull-Clark ボリューム細分割での元々のステンシル) + {1 - (9/10)^k}(新しい境界ステンシル).

k は細分割のステップ数である．ステップを重ねるごとにステンシルが変化するため非定常スキームと呼ばれる．k が無限となる極限で新しい境界ステンシルだけが生き残るのが分かるだろう．係数の 9/10 は実験から求めた．

４．研究成果

ここでは実験結果を示す．表はスケールドヤコビアンの最小と平均を示している．
3 つの境界辺からなるヤコビアンを除外してある．これらは極限で確実に 0 となる（ただしセルは潰れない）．

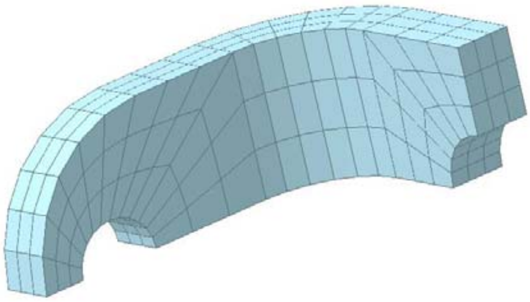


図６．ベアリング．

表５．ベアリングに対する実験結果.

手法		初期	１回	２回	４回
元々	最小	0.624	0.468	0.222	0.047
	平均	0.908	0.917	0.917	0.914
新	最小		0.473	0.269	0.112
	平均		0.918	0.918	0.916

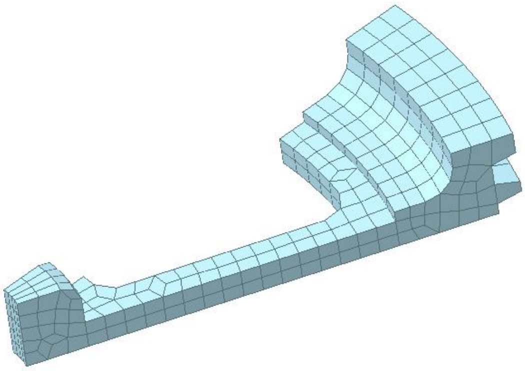


図６．例２．

表６．例２に対する実験結果.

手法		初期	１回	２回	３回
元々	最小	0.630	0.462	0.253	0.122
	平均	0.957	0.970	0.972	0.972
新	最小		0.484	0.316	0.208
	平均		0.970	0.974	0.974

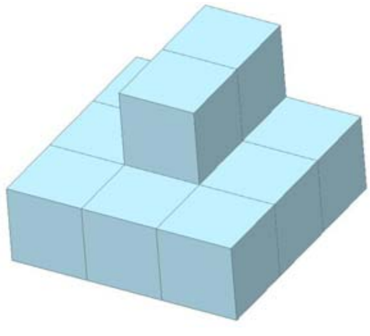


図７．例３．

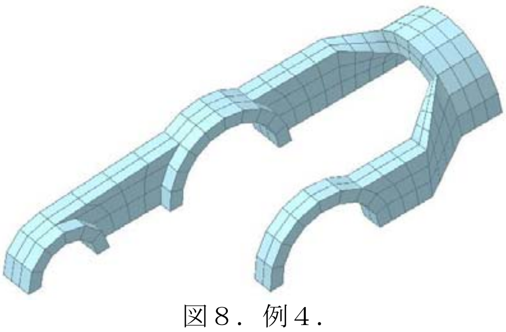


図８．例４．

表５，表６から分かるように新しいスキームの方がスケールドヤコビアンの最小値が良かった．また，例３や例４など全ての平面的なセルが発生するパターンを内包するボリュームメッシュに対し同様の実験を行ったが同様に新しいスキームの方が良い性能を示した．

これを踏まえて結論を述べる：
ボリューム細分割は隣同士のセルの大きさがほぼ変わらない滑らかなセル群を発生させる．これは FEM シミュレーションに適した性質であるが，先行研究では取り上げられてこなかった．なぜなら先行研究の手法は全て，特定のセルパターンに対し平面的なセルを発生させるからである（平面的なセルは FEM シミュレーションを不可能にする)．この先行研究全てに共通する弱点を，パターンの全列挙および各パターンに対する平面的なセルの発生を防ぐ条件の導出および条件を満たすスキームの構築により克服した．
これによりボリューム細分割はメッシュの良質化ソフトウェアとして機能し，メッシュジェネレータのポストプロセッサとして非常に期待できるものとなった．

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計１件）

Hiroshi Kawaharada and Kiwamu Kase: *Dual Subdivision*, CKJC 2008, pp 15--18.　査読有

〔学会発表〕（計１件）

Hiroshi Kawaharada: *Subdivision Matrices of Normals and Jacobians for Surface and Volume Subdivision Schemes*, Mathematical Methods for Curve and Surface 2008

６．研究組織

(1)研究代表者
川原田　寛（Kawaharada Hiroshi）
独立行政法人理化学研究所・VCAD モデリングチーム・研究員
研究者番号：40462676