

機関番号：14301

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008～2010

課題番号：20760183

研究課題名 (和文) マルチグリッド高速解法に基づく高性能電磁界解析ソフトウェア

研究課題名 (英文) High performance electromagnetic analysis software based on fast multigrid solver

研究代表者

美船 健 (MIFUNE TAKESHI)

京都大学・大学院工学研究科・助教

研究者番号：20362460

研究成果の概要 (和文)：本課題では、各種電気機器の開発・設計において有用な高性能電磁界解析ソフトウェアの開発を目的として、大規模計算に有効なマルチグリッド法に基づく高速解法の研究・開発を行った。主な成果として、辺要素電磁界解析の高速化に有効な代数マルチグリッド解法、8億自由度以上の規模の解析を可能にする並列マルチグリッド解法、マルチグリッド法を含む反復解法の特異な方程式への適用を効率化する折畳み前処理の提案・開発が挙げられる。

研究成果の概要 (英文)：In this research, we develop several fast linear solvers based on multigrid methods, which is effective to large-scale computation, to establish a high performance electromagnetic analysis software utilized in the development and design of various electrical equipment. The main results are the devisal and development of algebraic multigrid solvers for electromagnetic edge-element analysis, a parallel multigrid solver that enable a large-scale analysis involving more than 0.8 billion degrees of freedom, and the folded preconditioning technique that is effective to apply iterative solvers to singular systems of equations.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
20年度	1,300,000	390,000	1,690,000
21年度	1,000,000	300,000	1,300,000
22年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：計算電磁気学

科研費の分科・細目：電気電子工学・電力工学・電力変換・電気機器

キーワード：有限要素法、疎行列、線形解法

1. 研究開始当初の背景

電気機器設計の実用の場合では、開発コストの削減と開発サイクルの短縮を目的として電磁界解析ソフトウェアによるシミュレーションを活用することが必須となっている。その理由の一つとしては、計算機及び計算手法の急速な発展によって、安価な PC 上でも従来不可能であった規模のシミュレーショ

ンが可能になってきたことが挙げられる。しかしながら、複雑な形状あるいは高いアスペクト比を持つモデルの解析など、十分な精度を得るために極めて大規模な計算を要する例が実用上多く残されており、電磁界解析ソフトウェアのさらなる高性能化が求められている。

電磁界解析ソフトウェアで広く用いられ

ている離散化手法の一つに、有限要素法がある。有限要素法による解析で最も多大な計算コストが消費されるのは、場を表す偏微分方程式を離散化することで導かれる大規模連立方程式の求解部分である。このため、この求解部の計算コストを効率的に削減することが高性能化のために重要である。有限要素法を用いたときに現れる連立方程式のための高速解法として現在最有力とされているのが、マルチグリッド法である。

電磁界解析分野におけるマルチグリッド法の応用に関しては、国内外で近年活発に研究が行われてきた。マルチグリッド法は、幾何マルチグリッド法と代数マルチグリッド法の2つに分類されるが、本課題の研究代表者は、代数マルチグリッド法の電磁界解析分野への応用について取り組み、並列計算アルゴリズムの提案、辺要素解析における特異行列の扱いに関する提案、非線形解析への応用などを行ってきた。

2. 研究の目的

本課題の目的は、多大な計算コストを消費する高精度大規模解析に対応するためにマルチグリッド法を応用し、各種電気機器の開発・設計において有用な高性能電磁界解析ソフトウェアを開発することである。申請当初の具体的な研究テーマを以下に挙げる。

(1) 辺要素解析のためのマルチグリッド法の開発

有限要素解析ではメッシュの節点に未知数を割り当てる手法（節点要素解析）が一般に広く知られているが、電磁界解析分野では、メッシュの辺に未知数を割り当てる手法（辺要素解析）が主流となっている。辺要素解析にマルチグリッド法を適用する際に生じる、ゲージ不定性に起因する収束性悪化などの困難の解決に取り組む。

(2) 並列処理による大規模高速化

マルチコアプロセッサ・PCクラスタ等の普及にしたがって、高性能電磁界解析ソフトウェアの開発において並列計算環境を意識することの重要性が高まっている。マルチグリッド法の並列処理による大規模高速化に取り組む。

(3) 高アスペクト比のメッシュの扱い

薄板などを含む解析対象を扱うとき、計算コスト面で非現実的な程にメッシュが細密化することを避けるため、高いアスペクト比を持つメッシュを許容せざるをえない場合がある。高アスペクト比への対応はマルチグリッド法の応用上重要な課題の一つである。高アスペクト比の問題を柔軟に扱うマルチグリッドアルゴリズムの開発に取り組む。

3. 研究の方法

(1) 辺要素解析のためのマルチグリッド法
辺要素解析へマルチグリッド法を適用する際の種々の困難とそれに対する解決策について述べる。

①辺要素静磁界解析を対象として過去に考案した代数マルチグリッド前処理について、内部反復の回数が多いという問題が存在していた。これに対して、内部反復の回数を強制的に抑制するとともに外部反復にFGMRES法を導入することで、内部反復・外部反復の両方の回数を減らし、解析全体の計算コストを削減する[発表⑦]。

②辺要素解析においては、それぞれA法・A- ϕ 法と呼ばれる定式化手法が広く用いられている。通常A- ϕ 法を使用する方が、マルチグリッド法を含む反復法の収束が速く、高速に解析が行われるとされているが、反復収束性の相違について物理的な観点からの議論は十分行われていなかった。そこで、A法・A- ϕ 法の反復収束過程における誤差を詳細に解析することにより、A- ϕ 法の優位性について物理的観点から説明を与える[論文⑥]。

③過去に開発した、辺要素解析のための代数マルチグリッド法の反復収束性は、従来の方法と比較して優れていたが、マルチグリッド法本来の理想的な収束性を得るには至っていなかった。新たに静磁界方程式に関する数理的検討を行い、電磁界のベクトルの3成分を分離して扱うことで、代数マルチグリッド法を辺有限要素法に効率的に適用する前処理手法を考案した[発表①]。

(2) 並列処理による大規模高速化

辺要素解析にマルチグリッド法を適用する際に有効な手法の一つに、Arnold, Folk, Wintherのブロックガウスザイデルスムーザがある。しかしながらこのスムーザには本質的に逐次的な処理が含まれるため、直接的な並列化には困難が生じる。この問題を解決するため、ブロックマルチカラーオーダーリング、領域分割型オーダーリング及び両者のハイブリッド法を提案する[論文①②、発表②⑤⑨]。

(3) 陰的／陽的誤差修正法と折畳み前処理

高アスペクト比を持つメッシュを使用した際に、マルチグリッド法を含む反復法の収束性が悪化する問題がある。これに対して、陰的／陽的誤差修正法の観点から収束性を改善する手法を提案し、得られる改善効果に理論的説明を与える。またこれに関連して、当初の研究計画には含まれていなかったが、陰的誤差修正法において現れる特異な方程式について、収束性を悪化させることなく特異性を除去する手法（折畳み前処理）を考案した[論文③④、発表③④⑥⑧⑩]。

4. 研究成果

(1) 辺要素解析のためのマルチグリッド法

① 辺要素静磁界解析を対象とした代数マルチグリッド法について、内部反復及び外部反復の回数を減少させることによって、解析全体の時間の削減を可能にした。特に大規模な問題においては従来の解法と比較して大幅な高速化がなされる[発表⑦]。

② $A-\phi$ 法の反復収束過程における誤差の振舞いの詳細が明らかにされた。これにより、次項③の新規的な代数マルチグリッド前処理が考案された[論文⑥]。

③ 研究の方法欄に述べたように新規的な代数マルチグリッド前処理が考案され、テストモデルについての数値実験によって、マルチグリッド法の理想的な特性である、反復収束性が問題の規模にほとんど依存しない性質が確認された。メッシュのアスペクト比の変動に対する収束性の変化についても検討を行った。この手法については理論的検討の不十分な点が残されているので、今後引き続き研究開発を行う予定である。

(2) 並列処理による大規模高速化

ブロックマルチカラーオーダーリングにおいて、ブロックサイズを適度に大きく設定することで、反復収束性の悪化を抑制できることが確認された。領域分割型オーダーリングとのハイブリッド手法を導入することで、従来に例のなかった約8億自由度の大規模計算を実施し、現実的な時間内に求解可能であることが確かめられた[論文①②, 発表②⑤⑨]。

(3) 陰的／陽的誤差修正法と折畳み前処理

陰的／陽的誤差修正法の導入により、実用上重要な、高アスペクト比のメッシュについて反復収束性の悪化を抑制することが可能になった。折畳み前処理の開発は、当初の研究計画には含まれていなかったが、電磁界解析において特異な方程式が現れるケースは多く、原理的にはその全てに応用可能である。特に、辺要素解析におけるゲージ固定による反復収束性悪化の問題は1980年代から広く知られているが、折畳み前処理はこの問題に対する本質的な解決策の一つとみなすことができる[論文③④, 発表③④⑥⑧⑩]。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

- ① 廣谷迪, 岩下武史, 美船健, 村山 敏夫, 大谷秀樹, “並列幾何マルチグリッド法による大規模高周波電磁場有限要素解析,” 電子情報通信学会論文誌, J93-B, pp. 1331-1341, 2010. 査読あり
- ② 美船健, 廣谷迪, 岩下武史, 村山 敏夫, 大谷

秀樹, “マルチコアプロセッサシステムによる高速有限要素電磁界解析,” 情報学会論文誌: コンピューティングシステム, 3, pp. 189-198, 2010. 査読あり

③ T. Mifune, Y. Takahashi and T. Iwashita, “New Preconditioning Technique to Avoid Convergence Deterioration due to the Zero-Tree Gauge Condition in Magnetostatic Analysis,” IEEE Transactions on Magnetics, 46, pp. 2579-2584, 2010. 査読あり

④ T. Mifune, Y. Takahashi, T. Iwashita, “Folded Preconditioner: A New Class of Preconditioners for Krylov Subspace Methods to Solve Redundancy-Reduced Linear Systems of Equations,” IEEE Transactions on Magnetics, 45, pp. 2068-2075, 2009. 査読あり

⑤ T. Mifune, S. Moriguchi, T. Iwashita, M. Shimasaki, “Convergence Acceleration of Iterative Solvers for the Finite Element Analysis Using the Implicit and Explicit Error Correction Methods,” IEEE Transactions on Magnetics, 45, pp. 1104-1107, 2009. 査読あり

⑥ T. Iwashita, T. Mifune, S. Moriguchi, M. Shimasaki, “Physical Meaning of the Advantage of $A-\phi$ Method in Convergence,” IEEE Transactions on Magnetics, 45, pp. 1424-1427, 2009. 査読あり

[学会発表] (計10件)

① 難波亮介, 美船健, 岩下武史, “係数行列の対角ブロックを使用する前処理による直方体辺要素静磁界解析の高速化,” 平成23年電気学会全国大会, 5-192, Mar. 18, 2011 (大阪).

② 美船健, 廣谷迪, 岩下武史, 村山敏夫, 大谷秀樹, “マルチコアプロセッサシステムによる高速有限要素電磁界解析,” Symposium on Advanced Computing Systems and Infrastructures 2010, May 28, 2010 (奈良).

③ Y. Takahashi, T. Mifune, T. Iwashita, K. Fujiwara, and Y. Ishihara, “Folded IC Preconditioning in Quasi-Static Field Analysis Taking Account of Both Tree-Cotree and $\phi = 0$ Gauge Conditions,” 14th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2010), May 20, 2010 (シカゴ).

④ 美船健, 高橋康人, 岩下武史, “辺要素磁場解析において木-補木ゲージがもたらす反復収束性悪化の解消,” 電気学会静止器・回転機合同研究会, Jan. 29, 2010 (愛知).

⑤ 廣谷迪, 美船健, 岩下武史, “大規模高周波電磁場問題に対する幾何マルチグリッド法を用いた並列有限要素解析,” Jan. 29, 2010 (愛知).

- ⑥ T. Mifune, Y. Takahashi, T. Iwashita, "A New Preconditioning Technique for Linear Equations Derived from the Elimination of Redundant Unknowns in Singular Systems," International Conference on Preconditioning Techniques for Scientific and Industrial Applications, Aug. 24, 2009 (香港).
- ⑦ 石田智之, 美船健, 岩下武史, "辺要素有限要素法を用いた静磁界解析における代数マルチグリッド法の応用に関する検討," 平成 21 年電気学会全国大会, Mar. 18, 2009 (札幌).
- ⑧ 美船健, 高橋康人, 岩下武史, "A- ϕ 法における冗長未知数 ϕ の消去がもたらす反復収束性悪化の解消—冗長未知数の利用と同等な新しい前処理: Folded Preconditioning—," 電気学会静止器・回転機合同研究会, Jan. 29, 2009 (東京).
- ⑨ 美船健, 岩下武史, 村山敏夫, 金子祥宏, 大谷秀樹, "マルチグリッド法を用いた大規模高周波電磁界解析の並列化に関する基礎検討," 第 13 回計算工学会講演会, May. 20, 2008 (仙台).
- ⑩ T. Mifune, S. Moriguchi, T. Iwashita, M. Shimasaki, "Convergence Acceleration of Iterative Solvers for the Finite Element Analysis Using the Implicit and Explicit Error Correction Methods," 13th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, May 13, 2008 (アテネ).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

美船 健 (MIFUNE TAKESHI)
京都大学・大学院工学研究科・助教

研究者番号：20362460

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

該当なし