

機関番号：32682

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008～2010

課題番号：20760280

研究課題名 (和文) 非線形システムに対する数値数式混合型制御系設計に関する研究

研究課題名 (英文) Control System Design of Nonlinear Systems via Numeric and Symbolic Computation

研究代表者

市原 裕之 (ICHIHARA HIROYUKI)

明治大学・理工学部・講師

研究者番号：70312072

研究成果の概要 (和文)：

本研究では、非線形システム、とりわけ多項式システムに対する制御系設計の方法を検討した。二乗和の手法を利用して、多項式非線形システムに対する状態フィードバック設計、オブザーバ設計、入力状態安定性解析の手法を提案した。さらに、二乗和と限量記号消去法を併用して、入力状態安定性解析において、非線形ゲイン関数を最小化する手法を提案した。一方で、二乗和の手法をゲインスケジューリング制御に適用した。その際、計算量を抑えることで、アクロボットに対する姿勢制御の状態フィードバック則を設計でき、実機による実験が行われた。

研究成果の概要 (英文)：

The research has investigated a methodology of control system design of nonlinear systems, in particular nonlinear polynomial systems via numeric and symbolic computation. The methods of state feedback controller design, observer design and input-to-state system analysis have proposed for nonlinear polynomial systems using sum of squares relaxation and solving semidefinite programming problems. An optimization of nonlinear gain functions has also proposed by a combined use of sum of squares and quantifier elimination. The research also has investigated a design method on gain scheduling controller for the Acrobot, in which effectiveness of several reduction approaches of computation are verified.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御系設計, 数値計算, 数式処理, 二乗和, 限量記号消去法

1. 研究開始当初の背景

非線形が支配的なシステムに対する多目的な制御には、従来はLPV (Linear Parameter Varying) 制御が利用されてきた。LPV 制御は、以下の特徴を持つ。1) 半正定値計画に基づく強力な数値最適化手法を利用可能。2) 選ばれたパラメータ以外の状態変数の運動範囲を考慮しないため、必要以上に広い運動範囲に適用可能な制御側を導き、性能の低い制御となる。3) 産業界で広く実用化されているPID制御に比べて、実装コストが高くなる。

また、LPV に対する従来の研究では、システムの擬似状態空間表現の自由度が問題の可解性に影響を与える、多項式以外の非線形項を扱うための統一的な枠組みが不足している、などの問題点があった。

2. 研究の目的

近年、代数的等式条件を扱えるグレブナー基底(GB)や不等式条件を扱える限量記号消去法(QE)などの計算機代数的手法が制御系設計に利用可能となった。これらの手法により、多くの代数的条件で表される制御問題は解けるかもしれないが、その計算量の膨大さは制御器設計に別の困難さを与える。また、多項式以外の非線形項をもつシステムに対する枠組みとして、数式処理を用いて系統的に多項式システムに変換するモジュール(Polynomial Module, PM)が必要と考えられる。本研究では、行列値の二乗和多項式と半正定値計画に基づく数値的制御系設計手法の高性能化のために、計算機代数的制御系設計法を利用した前処理を行い、少ない計算量でLPVの問題点を解決することを目指す。

3. 研究の方法

本研究では、数値最適化に計算機代数を併用し、多項式モデルの適切な擬似状態空間表現の導出、非多項式システムの多項式モデルの導出、実用的な制御系設計法を構築する。以上の成果を制御実験によって確認する。

4. 研究成果

まず、非線形システム、とりわけ多項式システムに対する制御系設計の方法を検討した。多項式システムにおいて、線形システムに見られるような状態空間表現は一意ではない。そこで、制御系設計を二段階に分けて行う方法を提案した。与えられた適当な擬似状態空間表現の多項式システムに対して、安定性を保証するリアプノフ関数とコントローラを行列二乗和の方法と線形行列不等式を用いて決定し、得られたリアプノフ変数に定数倍の自由度を持たせ、同時に擬似状態空間表現の自由度を利用して、その定数と擬似状態空間の自由度を決定する。このとき、新しいコントローラも得られる。この方法により、最適制御問題に対しては、性能を落とさずに制御入力を小さくでき、入力および状態拘束をもつ多項式システムの安定化については、不変集合を大きくすることが可能になった。つまり、システムを安定化できる状態空間上での領域が増えたことになる。設計を二段階として性能を高めるために、多項式行列の零化イデアルを必要とした。これは、いわゆる消去補題の応用であり、従来用いられていた線形行列の零化イデアルを拡張して、設計の保守性を減らすことが可能となる。幸いなことに、この零化イデアルは線形の連立方程式を解くことで容易に得られ、しかも線形行列不等式とも同時に解くことが可能である。したがって、二度目の設計によって、適切な擬似状態空間の自由度とコントローラを同時に得ることができるようになった。このことは、多項式システムの制御系設計にとって、一つの進歩であると考えられる。

つぎに、多項式システムに対するオブザーバの設計法、入力状態安定性を解析する手法の提案、パラメータ依存システムとして定式化された劣駆動機械の制御系設計を行った。いずれも設計・解析条件を状態変数またパラメータの二乗和で緩和する手法をとっている。

まず、吸引領域が既知である状態フィードバックゲインが与えられている状況におけるオブザーバの設計法を提案した。この設計によって補償できることは二つある。一つは、与えられた領域において、推定誤差の収束すること。もう一つは、さき与えられた状態フィードバックを推定値で置き換えた出力フィードバックを用いることで、閉ループ系が新たな吸引領域をもつことである。これらは、非線形シミュレーションにより有効性を確認されている。また、入力状態安定性を解析する手法では、いくつかの単調増加関数の存在を保証するため条件を二乗和で表すことで、多項式という限られたクラスではあるものの、入力状態安定性の保証と一つのゲイン関数を数値計算で求めることができるようになった。その際、線形ゲインの非存在性を厳密に確認するために、限量記号除去法を併用した。以上をもとに、相互結合系や直列結合系の入力状態安定性を調べる条件も計算できるようになった。

最後に、従来までの二乗和による成果をアクロボットの姿勢制御のための制御系設計を通して検証することをおこなった。このような試みは、実用性を検証するうえで重要である。二乗和の成果をそのまま適用する場合、いくつかの困難に直面する。一つは、多項式以外の関数が制御系設計に存在すること、制御性能を向上させようとする場合に計算量が過大となることである。これらの困難に対処するために、アクロボットの制御系設計においては、物理モデルに現れる三角関数を適当な次数で打ち切り、各状態量の特性を考察することで設計モデルの大幅な簡略化を試みた。また、二乗和によって得られる制御性能を本質的に変えずに定式化における計算量の低減化を試みた。具体的には、二乗和条件からアクロボットの角速度を表す変数を排除すること、拘束条件の表現を工夫して二乗和マルチプライアの数を減らすこと、Schur 補題を用いて行列値二乗和マルチプライアのサイズを減らすこと、である。これらの低減化の効果を最終的に解かれるべき半正定値計画問題に

現れる半正定値拘束のサイズを評価することで示した。ところで、関数の近似の際に切り捨てた項については、厳密に考えればシステムの安定性に影響を与える。このことを調べるために、おもにメカニカルシステムを想定して、打ち切りによる安定性の影響を調べる研究に取り組んだ。具体的には、テーラー展開による打ち切り次数とその剰余項の上下界から、ロバスト安定解析のための条件を導いた。以上の制御系解析および設計では、対象は非線形システムでも線形なゲインを扱っていた。しかし一方で、数値計算と数式処理、とくに限量記号消去法(QE)を併用することで、非線形なゲイン解析に有効であることがわかってきた。ただし、直接QEを適用することは困難であるため、数値計算である二乗和の手法でゲイン関数の構造の存在を検証した後、QEを適用することが必要となる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① 市原 裕之, 川田 昌克: SOS に基づくアクロボットのゲインスケジューリング制御 - 姿勢制御による検証 -, 計測自動制御学会論文集, Vol. 46, No. 7, 373/382 (2010), 査読有
- ② H. Ichihara: Optimal Control for Polynomial Systems Using Matrix Sum of Squares Relaxations, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 54, No. 5, 1050/1055 (2009) 査読有

[学会発表] (計 6 件)

- ① H. Ichihara and H. Anai: A Symbolic-Numeric Approach to Nonlinear Gain Analysis of a Class of Dynamical Systems, Proc. of 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control, pp.1708-1713, Yokohama, 2010年9月10日 査読有
- ② H. Ichihara and M. Kawata: Attitude Control of Acrobot by Gain Scheduling Control Based on Sum of Squares, Proc. of 2010 American Control Conference, pp.6636-6643, Baltimore, 2010年7月2日 査読有

- ③ H. Ichihara and H. Anai: A Sum of Squares Approach to Nonlinear Gain Analysis of a Class of Nonlinear Dynamical Systems, Proc. the Joint Conference of ASCM 2009 and MACIS 2009 (COE Lecture Note Vol.22: Kyushu University), pp.374-377, Fukuoka (2009), 2009年12月14日, 査読有 (extended abstract)
- ④ H. Ichihara: Computational Approach to Input-to-State Stability Analysis of a Class of Nonlinear Systems, Proc. ICROS-SICE International Joint Conference, 3914/3918, Fukuoka (2009), 2009年8月19日, 査読有 (extended abstract)
- ⑤ H. Ichihara: Observer Design for Polynomial Systems with Bounded Disturbances, Proc. American Control Conference, 5309/5314, St. Louis (2009), 2009年6月12日, 査読有
- ⑥ H. Ichihara: State Feedback Synthesis for Polynomial Systems with Bounded Disturbances, Proc. Conference on Decision and Control, 2520/2525, Cancun (2008), 2008年12月10日, 査読有

[その他]

ホームページ等

<https://sites.google.com/site/hpohichihara/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

市原 裕之 (ICHIHARA HIROYUKI)

明治大学・理工学部・講師

研究者番号 : 70312072