

令和 5 年 6 月 12 日現在

機関番号：13903

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2020～2022

課題番号：20H04208

研究課題名（和文）テンソルネットワーク分解のランク推定および最適化基盤構築とその応用展開

研究課題名（英文）Rank estimation and optimization methods for tensor network decomposition, and its applications

研究代表者

横田 達也 (Yokota, Tatsuya)

名古屋工業大学・工学（系）研究科（研究院）・准教授

研究者番号：80733964

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 11,900,000円

研究成果の概要（和文）：本課題ではテンソルネットワーク分解におけるランク推定、高速アルゴリズム、安定な最適化などの基盤技術の創出およびそれらの応用展開を目的として、様々な研究に取り組んだ。ランク推定では貪欲法に基づくアプローチ、ベイズモデルに基づくアプローチ、特異値情報に基づくアプローチなどについて検討し開発を行った。高速アルゴリズムではランダム化SVDや高速フーリエ変換を用いるアルゴリズムについて検討し開発を行った。また、MMアルゴリズムを用いた安定な最適化について検討し開発を行った。その他、招待講演、チュートリアル講演、英文書籍のチャプター寄稿などの活動を通して、テンソル分解の理論体系整理や普及にも貢献した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

テンソルネットワーク分解は信号処理、機械学習、パターン認識、物理シミュレーション、量子計算など幅広い学術分野と密接な関わりがある。本研究成果は、テンソルネットワーク分解における理論やアルゴリズム、方法論に関する基本的な部分に取り組んだものであるため、これらの幅広い分野に対して貢献できる可能性がある。特に、情報圧縮や高速処理の技術は、高度情報社会となった現代における記憶、通信、解析などのさまざまな目的において重要である。

研究成果の概要（英文）：In this project, various researches were conducted such as rank estimation, fast algorithms, stable optimization for tensor network decompositions and their applications. For rank estimation, we investigated and developed several approaches based on the greedy method, the Bayesian method, and the singular value information. As for the fast algorithms, we investigated and developed algorithms using randomized SVD and fast Fourier transform. We also investigated and developed stable optimization using the MM algorithm. In addition, through activities such as invited talks, tutorial lectures, and contributions to chapters of books, we contributed to improve the theory of tensor decompositions.

研究分野：テンソル分解

キーワード：テンソル分解 テンソルネットワーク分解 MMアルゴリズム ランダム化特異値分解 ランク推定 数
理最適化

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

(1) テンソルとは、ベクトル、行列を一般化した概念である。1 階のテンソルはベクトル、2 階のテンソルは行列であり、3 階以上のテンソルを高階テンソルと呼ぶ。一般に、階数が大きくなるほど全体の情報量(要素数)は指数関数的に増え、記憶、通信、解析などが難しくなる。しかし大規模なテンソルデータでも、テンソルネットワーク分解によって、できるだけ損失を抑えつつ少ないパラメータ数で表現することができれば、情報の記憶、通信、解析が可能となる。また、テンソルデータが低ランク性を持つと仮定できる場合には、テンソルデータのノイズ除去、補完、特徴抽出などに用いることもできる。

(2) 近年データの多様化、大規模化により行列データ解析の限界が顕在化し、テンソルデータ解析への注目が集まっている。特に、テンソルデータに含まれる欠損値を復元(推定)するテンソル補完という技術は、推薦システム、画像復元、無線通信、交通データ解析などの幅広い応用を持っており盛んに研究されている。また、高階テンソルを少ないパラメータで表現できるテンソルネットワーク分解は深層学習における重みパラメータの圧縮などに応用され、効率的な学習や推論の実現するアプローチとして研究されている。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、テンソルネットワーク分解をより実用的な技術として確立するため、高精度かつ高速なランク推定法および省メモリかつ高速な最適化手法の開発を行う。また、構築した理論やアルゴリズムを活かし、テンソル補完、データ圧縮、パターン認識などへの応用展開について検討する。

3. 研究の方法

(1) 本研究では、CP 分解、Tucker 分解、TT 分解、TR 分解、ハンケルテンソル分解、畳み込みテンソル分解などのさまざまなテンソルネットワーク分解について扱い、それぞれにおいて特に課題となっている部分についてよりよい最適化の枠組みや、アルゴリズムの提案と開発を行った。また、時空間データの復元や圧縮などを題材に提案アルゴリズムの有効性などを検証した。

4. 研究成果

(1) 欠損付きテンソルデータに対してベイズアプローチを用いてテンソルランク(CP ランク)を推定し、同時にテンソル分解および補完テンソルも求めることができるアルゴリズムを開発した。この方法では、MGP(Multiplicative Gamma Process)と呼ばれる事前分布を導入したことが特徴で、これによりランクが過推定される従来手法の問題が解決された。また、ランクの収束が早まるため計算的にも効率が良いことが分かった。この研究成果は、国際学術誌 SN Computer Science に掲載された。また、情報論的学習理論ワークショップ 2022 にて発表を行った。

(2) ランダム化特異値分解(rSVD: Randomized SVD)はランダム射影による行列の圧縮を利用して大規模な行列の特異値分解を高速に近似的に行う方法である。また、ランダム射影の部分をより高精度に行うクリロフ部分空間法や、逆に簡素化し効率改善を狙うスケッチ法やサンプリング法などとも併せて盛んに研究されている。本研究では、これらランダム化アルゴリズムを活用してテンソル分解を高速化することが狙いである。Tucker 分解を行う HOSVD、テンソルトレイン分解を行う TT-SVD のアルゴリズムに対して、ランダム化特異値分解、クリロフ部分空間法、スケッチ法、サンプリング法を適用し、精度や計算速度にどのような影響があるかを調査した。また、精度良い近似と高速計算を両立するためにはランク推定が必須であることが明らかとなり、特異値情報を活用して自動的にランクを決定するアルゴリズムの提案と開発を行った。大規模なテンソルに対する影響を実験により検証した。本研究成果は信号処理シンポジウム 2022 で発表された。

表 1: タッカー分解の実行時間と精度

		SVD	rSVD	trSVD	Simultaneous	Krylov	Sampling	CountSketch
3 階	時間 (s)	0.0295	0.0140	0.0094	0.0209	0.0647	0.0081	0.0150
	SN 比	50.3	50.3	41.8	50.3	50.3	39.8	39.8
4 階	時間 (s)	1.5517	1.0372	0.8991	failure	5.2638	0.6072	1.3436
	SN 比	60.8	60.8	55.5		60.8	41.7	41.7
5 階	時間 (s)	181.42	130.93	113.94	failure	636.39	82.81	131.27
	SN 比	70.6	69.2	58.2		70.6	57.2	57.1

表 2: テンソルトレイン分解の実行時間と精度

		SVD	rSVD	trSVD	Simultaneous	Krylov	Sampling	CountSketch
3 階	時間 (s)	0.0241	0.0118	0.0093	0.0197	0.0524	0.0067	failure
	SN 比	40.3	40.3	24.7	40.3	40.3	32.6	
4 階	時間 (s)	1.8935	0.9324	0.8370	2.9571	5.6774	0.5799	failure
	SN 比	50.1	50.1	38.6	44.4	50.1	40.8	
5 階	時間 (s)	192.30	104.92	96.35	failure	630.31	71.34	failure
	SN 比	59.9	60.2	50.6		59.9	45.7	

図 1 ランダム化アルゴリズムのテンソル分解への適用結果

(3) テンソルのハンケル化(遅延埋め込み)は時空間信号データの潜在的な低ランク性を捉えるために近年注目されている前処理の方法である。このハンケル化されたテンソルに対してテンソル分解を行うハンケルテンソル分解のアプローチは、時空間データのテンソル補完問題に有用であることが知られているが、ハンケル化に伴う計算メモリや計算量の大幅な増加が課題となっている。本研究では、ハンケルテンソル分解をうまく再定式化することによって、陽なハンケル化前処理を避け、また高速フーリエ変換や畳み込み等を利用した高速処理を導入可能にする新しいテンソル分解モデルを提案し、アルゴリズムの開発を行った。最適化はMM アルゴリズムに基づいておりコスト関数の単調減少性が保証されている。また、貪欲用によりランクを自動的に決定するアルゴリズムが用いられている。これにより従来のハンケルテンソル分解では実現不可能であった大きな窓幅パラメータ下での実行が可能となり、同時にメモリ負荷、計算時間の大幅な削減が可能となった。本研究成果は国際会議 APSIPA ASC 2021, 2022 で発表しており、またコンピュータビジョン分野のトップ会議である CVPR2022 でも採択 & 発表された。

	LR&TV	SPCQV	MDT-Tucker	Proposed
ocean, slice missing	(30.1, 0.931, 529)	(25.9, 0.929, 457)	(30.8, 0.953, 3160)	(30.1, 0.946, 4.27)
ocean, 70% voxel missing	(26.2, 0.820, 528)	(33.3, 0.961, 684)	(30.4, 0.930, 3789)	(26.0, 0.846, 6.52)
ocean, 95% voxel missing	(20.6, 0.469, 973)	(24.1, 0.702, 588)	(24.0, 0.721, 4346)	(22.0, 0.605, 9.48)
smoke1, slice missing	(40.6, 0.990, 1040)	(37.6, 0.977, 197)	(41.7, 0.992, 964)	(40.1, 0.990, 5.39)
smoke1, 70% voxel missing	(35.1, 0.967, 1193)	(34.7, 0.941, 380)	(38.6, 0.975, 1038)	(34.8, 0.962, 7.71)
smoke1, 95% voxel missing	(27.7, 0.877, 1810)	(31.7, 0.914, 515)	(28.3, 0.875, 1197)	(28.7, 0.885, 12.87)
smoke2, slice missing	(32.9, 0.979, 1389)	(33.2, 0.977, 399)	(40.6, 0.992, 1851)	(39.2, 0.993, 11.19)
smoke2, 70% voxel missing	(26.2, 0.925, 1504)	(35.1, 0.964, 801)	(41.3, 0.992, 2007)	(31.6, 0.966, 17.21)
smoke2, 95% voxel missing	(19.6, 0.741, 2088)	(31.6, 0.935, 1055)	(26.3, 0.877, 2255)	(23.7, 0.831, 33.40)

図 2 高速化されたハンケルテンソル分解の実験結果：表の値は各データ、手法における (PSNR, SSIM, 計算時間[秒]) の値が示されている。従来法よりも 100 倍程度早くなっていることがわかる

(4) テンソルネットワーク分解は、高階テンソルをテンソル同士の積によって近似するモデルであるが、本研究では高階テンソルをテンソル同士の畳み込み積によって近似する畳み込みテンソル分解モデルについて考える。ハンケルテンソル分解との関係や、フーリエ変換との関係などについて議論し、滑らかな信号の復元に対して有効であることを示した。本研究成果は国際会議 APSIPA ASC2022 で発表された。

(5) 書籍 "Tensors for Data Processing" に対して第 11 章 "Tensor methods for low-level vision" を寄稿し、テンソルの低ランク近似やテンソル分解を用いた画像復元法に対する理論体系の整理、最適化アルゴリズムの整理などを行った。テンソル分解を用いたノイズ除去、欠損値補完、ボケ復元、超解像、CT/PET イメージング、圧縮センシングなどの画像信号復元問題を線形劣化型観測モデルにおける逆問題として統一的に捉える枠組みについて整理した。テンソルの低ランク近似を用いる方法を、大きくペナルティ関数を用いるアプローチと陽なテンソル分解を用いるアプローチに分類し、それぞれの分類について必要となる最適化問題が ADMM, MM アルゴリズムなどによって解けることを丁寧にまとめた。

(6) その他テンソル分解やその応用に関する研究内容について 6 件の招待講演 (MIRU2020, MI 研究会/FIT2020, RIKEN-AIP オープンセミナー, 第 5 回統計・機械学習若手シンポジウム, 離散的手法による場と時空のダイナミクス 2022, 電子情報通信学会総合大会) で発表を行った。また 2020 年には国際会議 APSIPA-ASC2020 にて "Tensor Representations in Signal Processing and Machine Learning" を企画しテンソル分解の基礎と応用について自らチュートリアル講演を行った。2021 年には国際会議 APSIPA-ASC2021 にて "Advanced Topics of Prior-based Image Restoration: Tensors and Neural Networks" を企画しテンソル分解やニューラルネットワークを用いた画像復元について自らチュートリアル講演を行った。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Takayama Hiromu, Zhao Qibin, Hontani Hidekata, Yokota Tatsuya	4. 巻 3
2. 論文標題 Bayesian Tensor Completion and Decomposition with Automatic CP Rank Determination Using MGP Shrinkage Prior	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 SN Computer Science	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s42979-022-01119-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yokota Tatsuya, Hontani Hidekata, Zhao Qibin, Cichocki Andrzej	4. 巻 33
2. 論文標題 Manifold Modeling in Embedded Space: An Interpretable Alternative to Deep Image Prior	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems	6. 最初と最後の頁 1022 ~ 1036
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TNNLS.2020.3037923	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Sedighin Farnaz, Cichocki Andrzej, Yokota Tatsuya, Shi Qiquan	4. 巻 27
2. 論文標題 Matrix and Tensor Completion in Multiway Delay Embedded Space Using Tensor Train, With Application to Signal Reconstruction	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEEE Signal Processing Letters	6. 最初と最後の頁 810 ~ 814
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/LSP.2020.2990313	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Shi Qiquan, Yin Jiaming, Cai Jiajun, Cichocki Andrzej, Yokota Tatsuya, Chen Lei, Yuan Mingxuan, Zeng Jia	4. 巻 34
2. 論文標題 Block Hankel Tensor ARIMA for Multiple Short Time Series Forecasting	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence	6. 最初と最後の頁 5758 ~ 5766
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1609/aaai.v34i04.6032	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計23件（うち招待講演 7件 / うち国際学会 13件）

1. 発表者名 R. Yamamoto, H. Hontani, A. Imakura, and T. Yokota
2. 発表標題 Fast Algorithm for Low-rank Tensor Completion in Delay-embedded Space
3. 学会等名 CVPR (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 H. Takayama, and T. Yokota
2. 発表標題 Fast Signal Completion Algorithm With Cyclic Convolutional Smoothing
3. 学会等名 APSIPA-ASC (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 R. Yamamoto, H. Hontani, A. Imakura, and T. Yokota
2. 発表標題 Consistent MDT-Tucker: A Hankel Structure Constrained Tucker Decomposition in Delay Embedded Space
3. 学会等名 APSIPA-ASC (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 高山拓夢, Qibin Zhao, 本谷秀堅, 横田達也
2. 発表標題 MGP縮退事前分布を用いたテンソル補完及びランク決定法
3. 学会等名 情報論的学習理論ワークショップ (IBIS2022)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 渡邊大樹, 本谷秀堅, 横田達也
2. 発表標題 ランダム化アルゴリズムを用いたテンソル分解の高速化
3. 学会等名 信号処理シンポジウム
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 横田達也
2. 発表標題 テンソル分解の基礎と応用
3. 学会等名 MIRU2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 横田達也
2. 発表標題 テンソル分解のアルゴリズムとその応用
3. 学会等名 離散的手法による場と時空のダイナミクス2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 横田達也
2. 発表標題 遅延埋め込み空間におけるテンソル分解と多様体学習
3. 学会等名 電子情報通信学会総合大会 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yiyong Li, Zhun Sun, Chao Li
2. 発表標題 Are we pruning the correct channels in image-to-image translation models
3. 学会等名 BMVC (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Shentong Mo, Zhun Sun, Chao Li
2. 発表標題 Rethinking Prototypical Contrastive Learning through Alignment, Uniformity and Correlation
3. 学会等名 BMVC (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Jiajia Tang, Kang Li ¹ , Ming Hou, Xuanyu Jin, Wanzeng Kong, Yu Ding and Qibin Zhao
2. 発表標題 MMT: Multi-Way Multi-Modal Transformer for Multimodal Learning
3. 学会等名 IJCAI (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Reinmar J. Kobler, Jun-ichiro Hirayama, Qibin Zhao, Motoaki Kawanabe
2. 発表標題 SPD domain-specific batch normalization to crack interpretable unsupervised domain adaptation in EEG
3. 学会等名 NeurIPS (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Chao Li, Junhua Zeng, Zerui Tao, Qibin Zhao
2. 発表標題 Permutation Search of Tensor Network Structures via Local Sampling
3. 学会等名 ICML (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Jianfu Zhang, Yan Hong, and Qibin Zhao
2. 発表標題 Memorization Weights for Instance Reweighting in Adversarial Training
3. 学会等名 AAAI (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 T. Yokota
2. 発表標題 Tutorial Talk: Advanced Topics of Prior-based Image Restoration: Tensors and Neural Networks
3. 学会等名 APSIPA ASC 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 R. Yamamoto, T. Yokota, A. Imakura, H. Hontani
2. 発表標題 FAST ALGORITHM FOR LOW-RANK TENSOR COMPLETION IN DELAY EMBEDDED SPACE
3. 学会等名 APSIPA ASC (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤田和真, 本谷秀堅, 横田達也
2. 発表標題 Neural Tangent KernelによるDeep Image Priorの解析
3. 学会等名 信号処理シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 T. Yokota
2. 発表標題 Tutorial Talk: Tensor Representations in Signal Processing and Machine Learning
3. 学会等名 APSIPA ASC 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 横田達也
2. 発表標題 信号処理と機械学習による画像復元
3. 学会等名 第5回統計・機械学習若手シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Yokota
2. 発表標題 Non-negative Matrix Factorization in Application to Dynamic PET Image Reconstruction
3. 学会等名 RIKEN-AIP Open Seminar Series (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 横田達也
2. 発表標題 画像復元のための高階埋め込み多様体モデルの研究
3. 学会等名 MI研究会 / FIT2020 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 横田達也
2. 発表標題 Dynamic PET Image Reconstruction Using Nonnegative Matrix Factorization Incorporated With Deep Image Prior
3. 学会等名 MIRU (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山本龍宣, 横田達也, 今倉暁, 本谷秀堅
2. 発表標題 高階埋め込み空間における低ランクテンソル補完の高速アルゴリズム
3. 学会等名 PRMU研究会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Yipeng Liu	4. 発行年 2021年
2. 出版社 Elsevier	5. 総ページ数 596
3. 書名 Tensors for Data Processing	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	Z H A O Q I B I N (Zhao Qibin) (30599618)	国立研究開発法人理化学研究所・革新知能統合研究センター・チームリーダー (82401)	
研究分担者	本谷 秀堅 (Hontani Hidekata) (60282688)	名古屋工業大学・工学(系)研究科(研究院)・教授 (13903)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
アルゼンチン	CONICET			
ロシア連邦	Skol tech			
中国	Huawe i			
中国	Huawe i			