

令和 6 年 6 月 14 日現在

機関番号：11401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K03268

研究課題名（和文）数学活用のための概念の複層的理解を支援するウェブ教材のデザイン

研究課題名（英文）The design of interactive web contents for multi-faced understandings of mathematical concepts

研究代表者

小林 真人（Kobayashi, Mahito）

秋田大学・理工学研究科・准教授

研究者番号：10261645

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,900,000円

研究成果の概要（和文）：理系大学生が、将来のキャリアや学習において、柔軟な発想に基づき数学を活用する力を養うことを目標に、それに適した教材をデザインし、微積分の基本概念を複層的に理解することを支援するウェブ教材を試作し実装した。数学上の概念と数学内外の事象との関連を繰り返し観察し、定義の自然性や必要性、性質の具体化やその不思議さあるいは妥当性に自ら気づくことを目的として開発したインタラクティブなコンテンツを要所に配した。

教材開発と評価に役立てるために、大学基礎教育で養うべき数学力と評価項目についての分析と、初学者を想定した高校生に対する概念理解型の教材の受容状況の分析を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究でデザインし、試作、実装したウェブ教材は、活用を目的とした概念理解を支援する希少な教材として社会的な意義をもつ。検証と分析を加え、この目的の達成する上での困難や効果的な方法を研究する上での試験素材として、学術的に重要である。これらの意義は、開発目的に加え、教材のつぎの特徴による。すなわち、他分野からの題材を使い概念を視覚的に具体化したこと、繰り返し体験することにより、概念の概略の多面的な会得を支援すること、大学基礎教育、高校生の先取り教育、社会人の再教育など多様な学びに応えること、及び、単発の教材の集成ではなくカリキュラムの流れの中で必要な教材を配置していること。

研究成果の概要（英文）：Aiming at supporting learning of science oriented university students to gain ability to apply mathematical concepts flexibly in their future careers and studies, we designed web-based learning materials, developed and implemented a prototype learning material for the first part of calculus. For this learning material, we have developed a series of interactive web-contents designed to enable students to repeatedly observe the relationship between mathematical concepts and events inside and outside mathematics.

In order to develop and evaluate the learning materials, we conducted an analysis of mathematical skills that should be cultivated in basic university education. Additionally, we conducted an analysis of the acceptance of concept-understanding learning by high school students, who were assumed to be the first learners.

研究分野：科学教育

キーワード：数学活用 ウェブ教材 複層的理解 大学基礎教育 接続教育 概念習得

1. 研究開始当初の背景

近年、新世代の社会を担う人材を育成するために数理・データサイエンス教育の強化が唱えられ、STEAM 教育の重要性が認識されつつある。その流れの中で、活用を見据えた数学基礎力の育成が求められている。米国におけるカリキュラスリフォーム（微積分教程の改革、1980年代後半から 2000 年代）はその先駆けの一つであり、それまで伝統的に行われてきた微積分の知識体系の獲得と計算を主眼とした教育を、活用に大切な、中心となる概念に的を絞った理解、数学教科外の話題へのアクセスを考慮した教育へと改める動きであった。米国ではカリキュラスリフォームに対応した教科書が標準となったが、日本でこの動きが広まることはなく、その結果、現在においても、高校生、大学初年次生、さらに社会一般における数学像は、解法を覚えて問題を解くこと、計算、知的トレーニングであり、そこで教わることの大部分は自然現象や実社会の活動・課題と掛け離れていると捉えられている。

一方で、近年、大学の基礎教育における数学的リテラシー教育の重要性が認識され、日本でも研究、実践が推進され、今後、学習者や社会の数学に対する認識を改め、幅広い学生に活用を見据えた数学基礎力を身につけさせる契機となることが期待されている。研究代表者は、数学上の基礎概念や教科内の素材を、自然現象、科学技術上の局面や、実社会の事象などと積極的に結びつけて理解させることを狙った、理系大学生の基礎教育用の教科書の作成を主導し、これまでに大学の授業や、高校における啓蒙授業において使用してきた。この教科書の作成思想は、カリキュラスリフォームや、STEAM 教育、数学リテラシー教育に共通する。

こうした活用を見据えた数学基礎力の養成で改めて問題となるのは、数学活用力の養成に適した教育方法、形態とは何かと言う点である。数学においても、国内外で様々な e-learning 教材が公開され、学習機会を増やし、限られた人的資源を有効に使う手段となっている。しかし、その多くは、反復練習により、数学教科内の知識を定着させ、数学上の処理能力を養う形態であり、活用力の育成は、教程を終えた学習者に委ねられるという色彩が強い。理系大学生は、他教科や専門の授業を理解するために、どうしても一定量の数学的素養が要求される一方で、数学志向がそれほど高くなく、数学に必要性は感じるものの、その学習に困難・困惑を感じる学生も多い。この方式では、このような多くの学生が活用力を養うことなく教程を終えることが懸念される。

もちろん、これらの問題点は、それぞれの教材でも十分に認識され、学習履歴管理や、教程の設定、題材、使用法などに工夫がこらされている。しかし、幅広い学習者が数学に関心を持ち、効率よく活用力を育むためには、他にも試すべき方法があるのではないかと考えられた。

2. 研究の目的

数学活用では、数学ユーザーが数学上の概念を単独で理解しているだけでなく、その概念について、数学内の他の概念や数学外の教科や実社会の事象と関連付けて、自分なりの感覚を形成していること、すなわち、複層的に理解していることが不可欠と思われる。この感覚を養うには、概念相互および、概念と外部の事象との関連を繰り返し観察することが有効と考える。そこで、本研究では、次のことを目的とする。

- 活用の基礎となる数学の中心的概念（大学の理系基礎教育レベル）を、学習者が、観察を繰り返して複層的に理解することを支援する双方向型ウェブ教材をデザインする
- 複数単元からなる教材を試作開発し、実用性を確認する
- 数学基礎科目における概念理解についての分析を行う
- 文系大学生、高校生や、社会人が自学に利用できるように配慮する

3. 研究の方法

次の方法で研究を行った。

- 本研究と同じく活用に資する概念形成を意識したテキスト「微積分練習帳」、「線形代数練習帳」から特に重要な題材をとり、教材を立案し実装する。
- 理系大学生による将来の活用を考えた場合に養うべき数学的能力、初学者の教程を通じた概念形成の実態、解法習熟や計算処理ではなく概念形成に重点を置いた授業に対する初学者の受容性について、実データを用いて分析を行い、教材の作成に反映させる。
- 試作教材を学習管理システム (moodle) に展開し、数学ソフトウェア (geogebra) を利用した体験型教材を要所に配置する。

4. 研究成果

以下の項目 (1), (2), (3) の研究を行った。(2), (3) は、(1) の教材デザインの設計及教材試作にその結果を反映させた。また、試作教材を用いた今後の教材デザインの評価や発展の

方向性の検討に援用される。項目（4）では今後の発展性を述べる。

(1) ウェブ教材のデザインと試作・実装

理系大学生が、将来のキャリアやこの先の学習において、柔軟な発想に基づき数学を活用する力を養うことを念頭におき、それに適う教材デザインを考察し、微積分の基本概念を数学内外の事象と関連付けて複層的に理解することを支援するウェブ教材を試作し、学習管理システム (moodle) 上に展開した。図 1 に教材の画面の例を示す。左上は各節をまとめた画面で、右下はその節の項目の画面である。

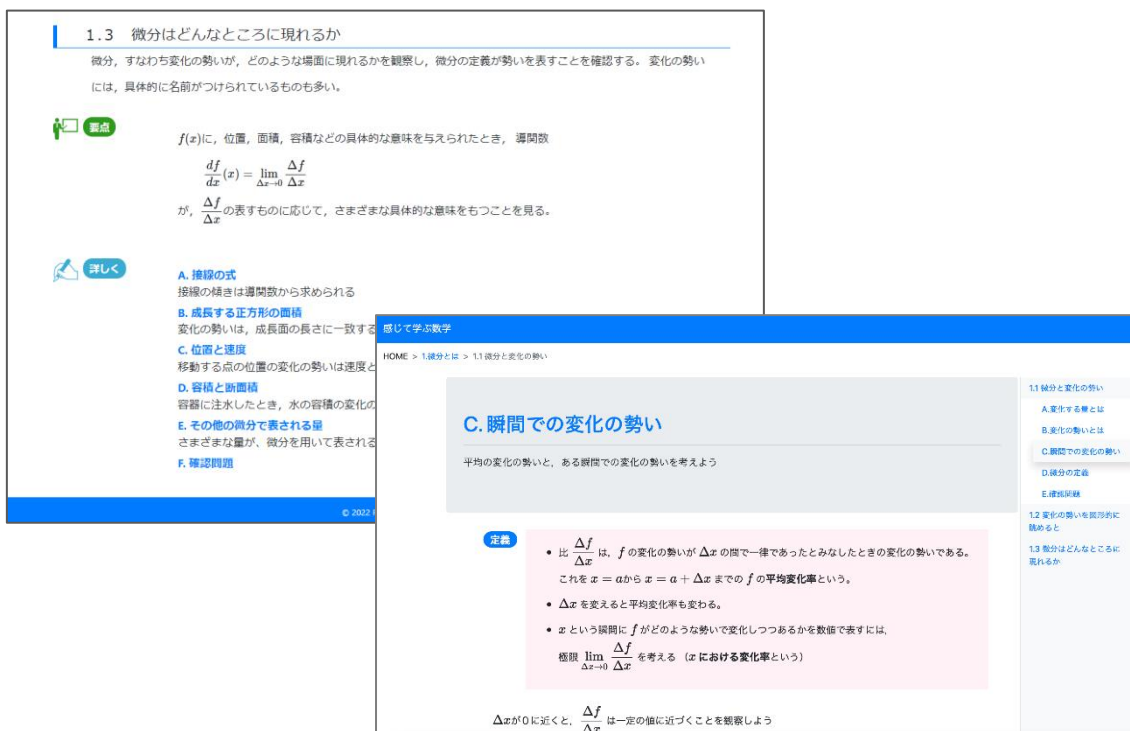


図 1 Web 教材 画面例

図 2 は、導関数関数の変化の「勢い」をあらわすこと、それはグラフの接線の傾きとして視覚化されることを会得するための教材の例である。図 3 は、最適化問題について、課題を理解し、結果を推測した上で計算処理を行い、最後にその結果を確認するという一連の流れを体験する教材の例である。これらの教材デザインについて[1]で報告した。

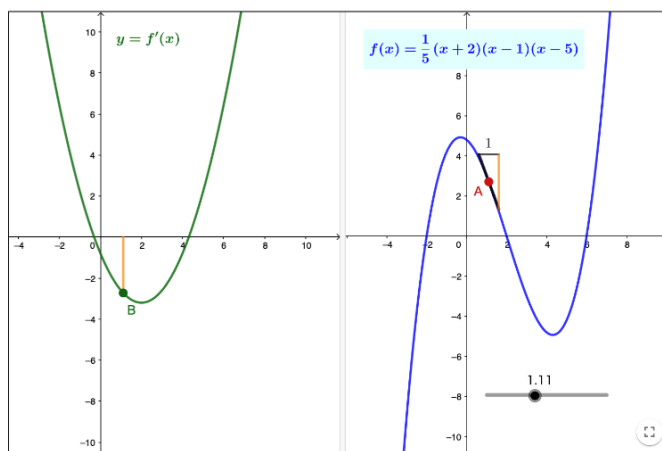


図 2 体験型教材例 1

教材のデザインにあたり、理系大学生が身につけるべき数学的「素養」について考察した。数学上の基本知識と技能の他に養うべき能力を、概念の把握、数学的過程、数学的表現の 3 分野に分け、概念の把握分野で求められる能力を、定式化・言語化の能力、イメージ化の能力 (図的理解力、具体化力、類推力) に整理した。数学的過程分野で求められる能力を、判断 (自己確認) 力、記号による論理展開力、類推・組織化力、状況理解力、計算実行力に整理

し、数学的表現分野では説明・例示力に整理した[2]。コンテンツにこれらの要素を盛り込むとともに、特に高い育成効果が望まれるイメージ化に対して、有用性を認識させ、日常的な学習動作となることを期待し、イメージ化による理解と定着に主眼をおいた教材のデザインを進めた。



図3 体験型教材例2

(2) 理系大学生の数学基礎教育における受講生の概念理解等に関する分析

理系大学生が、将来の活用に資する形で基礎概念を習得することに関し、同じポリシーに基づいた授業を実践しているA大学での授業データ（ウェブ入力式の各回の理解チェック問題）を分析し、概念獲得の実態を調査した（[3]）。

概念獲得のレベルを3段階（初期理解、概念の利用、総合的理解）に分け、1学期を通算した達成率（その分野の設問を8割以上正解した受講生の割合）を調べると、初期理解（定義や性質の理解を直接的に問う）はほぼ全員（約8割）の受講生が達成しているが、概念の利用（性質の確認などにおける定義や性質の利用）を達成しているのは受講生の過半（約6割）に留まり、概念の総合的理解（着想や統合を伴う利用）を達成している受講生は、3割弱であった（図4）。特に総合的理解は、受講生による達成率の差が激しく、数学（調査データでは微積分）に対する関心や適性に依拠していることが推察された。これらの分析から、活用に資する形での概念理解を促進するには、従来型の授業を改め、数学を活用する機会を増やし、学習者に適切な助言（コーチング）を行うなどの改善が有効と思われる。教員がこれらの役割を担うのは現実的でなく、(1)で開発した対話型教材は、有力な補助手段であると考えられる。

また、図的理解を問う設問に対する正答率の分布から、数式で与えられた概念を図的に理解することを得意とする、あるいは歓迎する受講生の一群がある一方で、困難を感じる一群があることも推察された。今後の教材デザインにおいて、後者に属する利用者に対するアプローチは検討課題の一つである。

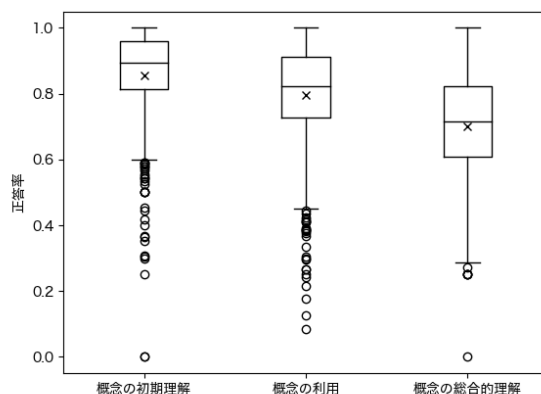


図4 段階別概念獲得状況

(3) 高大接続授業における概念理解、定理再発見型授業に関する分析

数学の活用を視野に入れたとき、定理や公式を覚えて使うのではなく、それらに関心を寄せ、自ら試す姿勢が求められる。類似の場面として、高校生に対して実施した、簡単な概念を

試し、理解を深めながら幾何学の定理（平面曲線に対する Cauchy-Crofton 定理や Fabricius-Bjerre 定理）を受講者が再発見するタイプの授業を取り上げ、本研究で指向した姿勢が受容されるかを検討した〔4〕。3年分の授業について、数学学習に対する姿勢を、「数学は自然・社会現象を記述するための言葉」と思うか否か、「解法を覚えて選択する教科」と思うか否かにより4群にタイプ分けした場合、どのタイプにおいても、興味の喚起、数学に対する印象の変化を認めることができた（図5）。これにより、高卒から大学初年時の利用を想定し、計算処理や解法習熟ではなく、試行を重ねて概念のイメージを掴むことを指向して開発したウェブ教材が、題材を適切に選択することにより、初学者に対して十分に受容される可能性があることを確認した。

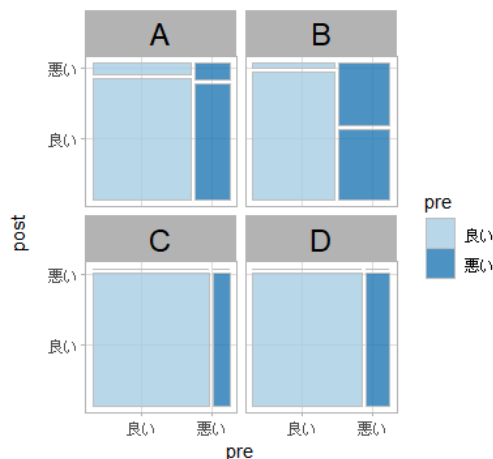


図5 授業前後での数学に対する好悪

(4) 今後の発展性

数学の基礎概念を将来の活用に資する形で理解する支援を目的としたウェブ教材のデザインに関連して、作成した教材を試験素材として用いて養うべき概念把握能力の各要素に関する効果の検証を行うこと、概念理解型の教育実践とその効果の分析の継続、それらで得られた知見をもとに、数学的能力を構成する各要素を養うのに適したインタラクティブな教材を開発しコース用教材を開発するなどの発展が考えられる。

引用文献

- [1] 小林弥生, 山本稔, 横山洋之, 小林真人, 基礎概念の習得を支援する数学 Web 教材の体験型コンテンツの試作, 聖霊女子短期大学紀要, 50号, 2022, 102-108
- [2] 小林真人, 小林弥生, 大学基礎教育で養うべき数学力とその評価項目の策定に向けた予備的考察, 秋田大学高等教育グローバルセンター紀要, 2023, 45-54
- [3] 小林真人, 小林弥生, ウェブチェック票による理系大学生の微積分の基礎概念に対する理解の観察, 日本科学教育学会研究会研究報告, Vol137, No2, 2022, 45-48
- [4] 小林真人, 小林弥生, 高校生に対する定理再発見型授業の試み, 日本科学教育学会研究会研究報告, Vol138, No2, 2023, 257-262

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 小林真人, 小林弥生	4. 巻 37巻2号
2. 論文標題 ウェブチェック票による理系大学生の微積分の基礎概念に対する理解の観察	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 日本科学教育学会研究会研究報告	6. 最初と最後の頁 45 - 48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14935/jsser.37.2_45	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 小林真人, 小林弥生	4. 巻 4
2. 論文標題 大学基礎教育で養うべき数学力とその評価項目の策定に向けた予備的考察	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 秋田大学高等教育グローバルセンター紀要	6. 最初と最後の頁 45 - 54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.20569/00006366	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 小林弥生 山本稔 横山洋之 小林真人	4. 巻 50
2. 論文標題 基礎概念の習得を支援する数学Web教材の体験型コンテンツの試作	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 聖霊女子短期大学紀要第50号	6. 最初と最後の頁 102,108
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.24571/swjch.50.0_102	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 小林真人, 小林弥生	4. 巻 38巻2号
2. 論文標題 高校生に対する定理再発見型授業の試み	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 日本科学教育学会研究会研究報告	6. 最初と最後の頁 257,262
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14935/jsser38.2_257	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 作って試そう！ 数学は身近にひそむ
3. 学会等名 秋田県立湯沢高校アドバンスト講義
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 見えない曲面を考える
3. 学会等名 高大接続アカデミック授業
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 オンライン質問教室による数学の自主学習支援
3. 学会等名 令和2年度 秋田大学高大接続教育フォーラム（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 大学における各教科のオンライン授業「数学」
3. 学会等名 令和2年度 秋田大学高大接続教育フォーラム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 ウェブチェック票による理系大学生の微積分の基礎概念に対する理解の観察
3. 学会等名 日本科学教育学会第2回研究会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 高校生に対する定理再発見型授業の試み
3. 学会等名 日本科学教育学会研究会第2回研究会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 ICTツールを使って円を描き曲線の曲がり方を観察しよう
3. 学会等名 高大接続アカデミック授業
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 小林真人
2. 発表標題 見えない曲面について考えよう
3. 学会等名 高大接続アカデミック授業
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計3件

〔産業財産権〕

〔その他〕

感じて学ぶ大学基礎数学
<http://els.gipc.akita-u.ac.jp/moodle/>
(1) 感じて学ぶ大学基礎数学
<http://els.gipc.akita-u.ac.jp/moodle/>
(2) 高大接続アカデミック授業(数学)を行いました
<https://www.akita-u.ac.jp/kdcenter/eventa/item.cgi?pro&65>
講演会「高等学校における数学教育のICT事情について」
<https://www.riko.akita-u.ac.jp/whatsnew/4397.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	小林 弥生 (Kobayashi Yayoi) (40837134)	聖霊女子短期大学・生活文化科・准教授 (41403)	
研究分担者	山本 稔 (Yamamoto Minoru) (40435475)	弘前大学・教育学部・准教授 (11101)	
研究分担者	横山 洋之 (Yokoyama Hiroshi) (80250900)	秋田大学・情報統括センター・准教授 (11401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------