

令和 5 年 5 月 10 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2022

課題番号：20K03589

研究課題名（和文）リーマン多様体の局所等長埋め込み問題に現れる可積分条件と不変式

研究課題名（英文）Integrability conditions and invariants that appear in local isometric problem of Riemannian manifolds

研究代表者

阿賀岡 芳夫 (Agaoka, Yoshio)

広島大学・先進理工系科学研究科（理）・名誉教授

研究者番号：50192894

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：リーマン多様体の局所等長埋め込み問題を中心に研究をすすめた。特に空間が左不変計量をもった3次元リー群の場合について、4次元定曲率空間に局所等長に埋め込み可能なものをすべて分類した。更に、3次元多様体が5次元ユークリッド空間に局所等長に埋め込めるための条件、4次元多様体が6次元ユークリッド空間に埋め込めるための条件について、表現論的立場からの研究をすすめた。これに関連する課題として、plethysmの分解公式の研究、各種の幾何構造の定める不変量の研究も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ユークリッド空間の超曲面として局所等長に埋め込めるリーマン多様体の特徴付けの問題は3次元の場合が最も難しかったのだが、その問題が解決できたおかげで、埋め込み先の空間がユークリッド空間以外の場合にも理論を構築することができた。またローレンツ多様体で同様の問題を考える研究者も現れる等、長年に渡って手付かずの状態が続いていたこの分野への関心が高まりつつある。幾何学・偏微分方程式の問題を代数的・表現論的に考察する手法を確立した意義も大きい。

研究成果の概要（英文）：We study the problem of local isometric imbeddings of Riemannian manifolds. Especially, we completely classify left invariant Riemannian metrics on 3-dimensional Lie groups that can be locally isometrically imbedded into 4-dimensional spaces of constant curvature. In addition, we study the case of 3-dimensional Riemannian manifolds in 5-dimensional Euclidean space and 4-dimensional subspace in 6-dimensional Euclidean space, from the standpoint of representation theory. Concerning these problems, we also study the decomposition formula of plethysm, and invariants of several geometric structures.

研究分野：微分幾何学

キーワード：局所等長埋め込み リーマン多様体 ガウス方程式 可積分条件 不変式 plethysm

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

本研究は、2020年度に終了した研究代表者による研究「等質リーマン多様体の局所等長埋め込みと可積分条件」(2016年～2020年、課題番号：16K05132)を実質的に継続するものとして行われたため、研究開始時の背景については前研究の研究成果報告書で述べた内容と重複するところが多くあることをあらかじめお断りしておく。

任意のリーマン多様体は十分高い次元のユークリッド空間に等長に埋め込み可能である。(局所的には Janet-Cartan(1926,1927)、大域的には Nash(1956)、Gromov(1986)、Gunther (1991) 等による結果。) またどの程度の次元があれば埋め込み可能であるか、その次元の上からの評価に関しても埋め込み写像の微分可能性(実解析的・無限回微分可能・1回連続微分可能など)に応じた結果がそれぞれ得られている。このような一般論が確立している一方で、対称空間や等質空間・左不変計量をもったリー群など微分幾何学においてなじみの深い空間に対する埋め込み可能な次元の評価に関しては、局所的な場合についても、大域的な場合についても未だ部分的な結果しか得られていなかった。

研究代表者は長年にわたって兼田英二氏(大阪大学名誉教授)と対称空間の局所等長埋め込みに関して研究を積み重ね、多くの空間について局所的に等長埋め込み可能な最小次元のユークリッド空間を確定し、またその最小次元において局所的な剛性(事実上の一意性)の成り立つことを一連の論文において示した。しかしそこで用いられた手法は、多様体の次元を n としたとき、埋め込みの余次元が $n-2$ 次元以下の場合にしか通用しないものであり、一般の n 次元リーマン多様体を局所的に埋め込むためには $n(n+1)/2$ 次元のユークリッド空間が必要とされる事実と合わせて考えると、余次元が $n-2$ よりも高い場合にも適用可能な「新たな判定方法」を編み出す必要があった。

また一方で、等質リーマン多様体でユークリッド空間への(局所)等長埋め込みが構成されている具体的な例としては、小林による対称 R 空間の標準埋め込み(これらはコンパクト型対称空間の一部を成す)また非コンパクト型のものについては双曲空間しか知られていなかった。また、埋め込み先がユークリッド空間以外の定曲率空間の場合については、高橋恒郎氏、高木亮一氏等による大域的な場合の分類結果が知られているが、局所的な場合については部分的な結果しか得られていなかった。

以上のように、局所等長埋め込み問題に関しては解決すべき課題が多く残されている一方で、従来の方でこれらを解決するには限界があることも広く認識されていた。このような状況の下、本研究に先行する橋永貴弘氏との共同研究において、3次元リーマン多様体を4次元ユークリッド空間に局所等長的に埋め込むケースについて、表現論的な手法等を用いることにより十分に満足できる成果に至ることができた。またその具体的な応用についても多くの成果を得ることができた。これにより、ユークリッド空間への局所等長埋め込み問題は、余次元が1の場合は理論が完成したとよい。しかし埋め込み先を他の空間に置き換えた場合や、余次元が1より大きな場合についてはまだ多くの課題が残されている。本研究は、橋永貴弘氏との共同研究による成果を更に展開し、表現論的方面を駆使しつつ、これらの問題へのアプローチを試みるものである。

2. 研究の目的

本研究は、リーマン多様体の局所等長埋め込み問題に現れる様々な可積分条件を解析し、それによって与えられたリーマン多様体が局所等長埋め込み可能となる最小次元のユークリッド空間を確定することを一つの大きな目標とする。そのために、等長埋め込み条件を表す1階偏微分方程式系の高次の可積分条件から導かれる様々な条件式(曲率及びその共変微分の満たす関係式、これは局所等長埋め込みの obstruction と言ってもよい)を表現論的立場から解析し、その具体的な形を古典的不変式論における「記号的方法」を用いて簡潔な形に表示する。更にその応用として局所等質なリーマン多様体を含む様々な空間に対して、この条件式を満たすか否かを計算により判定する。ただ、この条件式は一般には膨大な長さの式になるために、その計算には様々な工夫をこらす必要があり、そのための新たな手法を考案することも重要な研究課題の一つである。

同じように長い式が必然的に現れる状況は、幾何学における他の様々な問題(例えば、幾何構造に依存しない内在的微分の存在問題、第二基本形式が定める部分多様体の概念を求める問題、リッチ曲率となりうる2次対称テンソルの特徴付け問題、リー代数の成す既約代数多様体の定義方程式及び不変量を求める問題、曲率の満たすべき微分方程式を求める問題、多重テンソル空間上の多項式環の生成元の表示問題、平面多角形の形を特徴付ける不変量を求める問題等々)においても同様に現れ、単に局所等長埋め込み問題に限らず、広い視野の下でこの課題に取り組む必要があることが示唆される。この問題の根底には、表現論における未解決問題である「plethysmの分解公式」を求める問題が横たわっており、この問題の解決に向けた糸口をつか

むことも本研究の視野に含まれている。

3. 研究の方法

本研究自体は微分幾何学に属するものであるが、これを遂行するためには一つの分野にとどまらず、下記の4つの方面からの知識が必要となる。研究分担者の方々からは、コロナ禍の悪条件の下ではあったが、必要に応じてそれぞれの専門分野からのアドバイスを頂くことができ、本研究をすすめるうえで大きな援助となった。

(1) 部分多様体論的側面

研究の出発点は、誰もが知っているガウス方程式・コダッチ方程式・リッチ方程式であるが、その上に積み上げられた部分多様体論の成果には膨大なものがあり、その中から本研究に有用な事実を探し求めなければならない。話を等質空間の部分多様体論に限定したとしても一研究者がその全貌を把握するには無理がある。幸いなことに、田丸氏・橋永氏といったリー群上の左不変計量の本質空間に関する造詣が深い方々に協力して頂くことができ、等質空間における部分多様体論・左不変計量の分類結果に関して様々な情報をご教示頂いた。そこで得られた知識のおかげで、3次元リー群上のすべての左不変計量について具体的な計算を実行することができた。また本研究で得られた成果の部分多様体論における歴史的な位置づけについても、適切に判断することができた。

(2) 表現論的側面

定曲率空間への(局所)等長埋め込みの構成法の一つに、表現論を用いた同変埋め込みを利用する方法がある。これを実行するためにはリー群・リー代数の表現に関する具体的な知識が不可欠である。この方面からも研究分担者から有用なアドバイスを頂けた。

(3) 微分方程式的側面

等長埋め込みを表す微分方程式から出発して、その方程式の延長(prolongation)を求め、そのテンソル式からある種の代数的な obstruction を直接・間接的な方法で見出すことにより、問題解決に迫る、というのが本研究の柱となる枠組みであるが、その出発点となる幾何学的微分方程式系の理論に関してはこの方面の専門家である澁谷氏にご協力頂くことができた。更に研究分担者ではないが、兼田英二氏には延長だけでなく、obstruction より生じる簡約化(reduction)の必要性についても具体的な例を交えてご教示頂くことができ、研究の方向性を見定めるに際して非常に役に立った。

(4) 組合せ論的側面

plethysmの研究にはSchur関数・Young図形・対称群の既約指標等の組合せ論的表現論に関する幅広い知識が必要となる。これに関して、奥田氏からは微分幾何学の方面のみならず、表現論・組合せ論の方面からも様々な知識を提供して頂くことができた。

これら多様な方面からのアドイス・知識の提供を基礎に据えた上で、研究代表者である阿賀岡が主体となって本研究を遂行した。

4. 研究成果

研究期間中にすべての課題を解決するには至らなかったが、下記のような成果をあげることができた。

(1) 研究分担者の一人である橋永貴弘氏との共同研究により、3次元リーマン多様体が4次元ユークリッド空間へ局所等長に埋め込めるための必要十分条件が generic な場合に既に得られている。その手法を拡張することにより、同じく3次元リーマン多様体が4次元定曲率空間へ局所等長埋め込み可能となるための必要十分条件を内在的不変量を用いて表示することができた。

その応用として、左不変計量をもった3次元リー群から4次元定曲率空間への局所等長埋め込みについて、埋め込み可能な左不変計量をすべて決定した。リー群がコンパクト単純の場合、定曲率の球面から定曲率空間への局所等長埋め込みの存在はよく知られているが、それ以外にも3次元球面上には等径超曲面として埋め込み可能な左不変計量の存在することが再確認できた。この等径超曲面は $S^0(3)$ の5次元既約表現を使って構成され、E.Cartanが1930年代に見つけていたものである。それをリー群の左不変計量の立場から再構築したものとなっており、埋め込み可能な計量を連続的に変形させると、それに連動して大域的な埋め込みも連続的に変形してゆく様子が明確に捉えられた。特に曲率が退化する瞬間に、これは極小部分多様体を与えていることが分かった。

ただし、曲率が退化している場合、つまり generic でない場合には上記の必要十分条件を使って存在・非存在性を判定することができないので、別の方法で分類を完成させる必要がある。今

の場合、計量が左不変であることにより、特異性を示す条件式が恒等的に 0 になる性質を利用し、これを微分して得られる式とコダッチ方程式を連立させて解くという新たな方法を用いることにより分類を完成させることができた。これによりリー群上の左不変計量に関しては全面的に問題が解決したことになるが、今後更に話を拡張して、一般の 3 次元等質空間の場合について局所等長埋め込み可能な空間を全て求める予定でいる。これにより、1970 年代に高橋恒郎氏、高木亮一氏らによって完成されていた大域的な場合の分類問題の局所版が完成することになる。この項は研究分担者の橋永氏との共同研究である。

(2) 4 次元リーマン多様体を 6 次元ユークリッド空間に局所等長に埋め込む問題に関して、私の過去の研究(学位論文、1985 年)により曲率からなるある種の不変式が消滅しなくてはならないことが分かっていたが、その後この問題に関しては何も進展がなかった。この問題に関して、ノルウェー理工科大学のリベルツ氏が独自の考察を行い、ガウス方程式の逆公式に相当するものを求めるある種のアルゴリズムを見出したが、その手法を表現論的に再解釈することにより、問題の状況を代数的に整備することに成功した。

4 次元リーマン多様体を 5 次元ユークリッド空間に局所等長に埋め込む場合のガウス方程式には一般に解の一意性が成り立つが、その逆公式に関する理論を再検討することにより、リベルツ氏との結果と合わせて余次元が 2 の場合の問題解決への道筋を与えることができた。特に曲率がある特別な形をしている 4 次元リーマン多様体に対してこの結果を適用することが可能で、具体的な成果を上げるべく、この課題に関して引き続き研究をすすめる予定でいる。この項はリベルツ氏と研究分担者である橋永氏との共同研究である。

(3) 3 次元リーマン多様体を余次元が 2 である 5 次元ユークリッド空間へ局所等長に埋め込むための条件については、兼田英二氏の深い先行研究がある。その兼田氏の研究手法を更に展開することにより、このケースの obstruction は少なくとも曲率の 3 階微分まで考察しなくては求められないことが判明した。3 次元リーマン多様体を 4 次元ユークリッド空間へ埋め込む問題の場合は曲率の 1 階共変微分を調べることにより必要十分条件が記述できたことに比べると、余次元が 2 の場合の問題の難しさが浮き彫りになったといえよう。しかし逆に、曲率の 3 階共変微分を解析すると実際に埋め込みの obstruction が捕まえられる可能性も高く、これについても引き続き研究を進める予定でいる。実解析的 3 次元リーマン多様体は局所的には 6 次元ユークリッド空間に等長に埋め込み可能なので、この研究が完成すれば、余次元が 1 の場合の結果も含めて、3 次元リーマン多様体の局所等長埋め込み理論が完成することになる。

(4) 等長埋め込み問題に直結する課題には見えないかもしれないが、表現論において plethysm と呼ばれているある種の合成積の分解公式を知ることが、本研究を側面から支える重要な研究課題である。

この特別な場合である、対称 m 次形式上の 3 次多項式空間の既約分解に関して、その分解状況を示す母関数を具体的に求めることに成功した。このケースに関しては I.G. Macdonald の有名な本 Symmetric Functions and Hall Polynomials に紹介されているように、ある閉じた形の公式が既に知られているが、残念ながらそれは公式として更に一般化するには適さない形のものである。その点、今回得られた公式は更なる展望が開ける可能性を秘めた形をしていて、今後の研究に期待がもてる。

また、空間の次元が 2 次元の場合の $\{m\} \times \{n\}$ について(この場合は、Cayley-Sylvester の公式により問題は解決済)この結果を m, n に関する無限和をとった母関数の形に表示し直したところ、その母関数が綺麗に整った形に因数分解されることを発見した。同様の公式は空間が 3 次元以上の場合にも存在していると予想され、その母関数の分解公式を見出すことが次の重要な課題となる。この課題に関してはまだまだ解決には時間を要することであろうが、今回の研究により重要な一歩を踏み出すことが出来た。

plethysm の話は私の学位論文(1985)に端を発する、私にとっては長期戦を強いられた課題である。この成果が等長埋め込み問題にたちどころに応用できるという保証はないが、長期的な視野をもって、研究期間終了後もこの課題に取り組み続けてゆきたい。

(5) 幾何構造の不変量を調べることは、等長埋め込み問題だけでなく、幾何学全般にわたる重要な研究課題である。その最も簡単なモデルケースとして、射影平面の generic な 4 点配置が生み出す幾何学的状況に関する研究を行った。これは不変量が発生する以前のいわゆる平坦なモデル空間の研究に相当するもので、4 点配置の生み出す交点・交線の配置に関して、その幾何構造を記述する不変式・恒等式の存在を確認した。

またこれはアウトリーチ活動のスピンオフとして得られた結果であるが、数学セミナーのエレガントな解答をもとむのコーナー(2022 年 9 月号)に出題した問題について考察を重ねるうちに、四角形(あるいは一般の多角形)の心及びそれのもつ不変量を座標表示するための方法に思い至ることができた。これについてはまだ萌芽段階の状況ではあるが、いずれ時間をかけて更に考察を深め、一つの理論に仕上げる予定でいる。

この研究期間中に、3次元リーマン多様体が4次元ユークリッド空間に局所等長に埋め込めるための必要十分条件を示した論文

Y.Agaoka, T.Hashinaga, Intrinsic characterization of 3-dimensional Riemannian submanifolds of R^4 (2022) pp.1--59

を完成することができた。この論文は現在投稿中であり、arXiv:2206.03634 として一般に公開されている。また、3次元等質空間の4次元定曲率空間への局所等長埋め込み問題については、橋永氏との共著論文

Y.Agaoka, T.Hashinaga, Local isometric embeddings of three-dimensional homogeneous spaces into four-dimensional space forms

を現在執筆中であり、これは近日中に完成予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計15件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Hiroshi Tamaru	4. 巻 -
2. 論文標題 可解岩澤群内の余次元1リッチソリトン部分群	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 研究集会「部分多様体幾何とリー群作用2020」記録集	6. 最初と最後の頁 21-34
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Miguel Dominguez-Vazquez Miguel, Victor Sanmartin-Lopez, Hiroshi Tamaru	4. 巻 152
2. 論文標題 Codimension one Ricci soliton subgroups of solvable Iwasawa groups	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal de Mathematiques Pures et Appliquees	6. 最初と最後の頁 69-93
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.matpur.2021.05.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Akira Kubo, Takayuki Okuda, Hiroshi Tamaru	4. 巻 23
2. 論文標題 Remarks on totally geodesic complex curves in Hermitian symmetric spaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of the 23rd International Differential Geometry Workshop on Submanifolds in Homogeneous Spaces & Related Topics	6. 最初と最後の頁 129-139
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hiroshi Tamaru	4. 巻 9
2. 論文標題 Quandles from the viewpoint of symmetric space --- a survey	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 OCAMI Reports	6. 最初と最後の頁 100-113
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.24544/ocu.20220209-001	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Hiroshi Tamaru	4. 巻 2210
2. 論文標題 対称空間論の離散化とカンドル代数 Part V	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 57-65
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takahiro Hashinaga, Akira Kubo, Yuichiro Taketomi, Hiroshi Tamaru	4. 巻 -
2. 論文標題 A Lie theoretic interpretation of realizations of some contact metric manifolds	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 New Horizons in Differential Geometry and its Related Fields	6. 最初と最後の頁 71-90
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/9789811248108_0005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiro Kawamata, Kazuhiro Shibuya	4. 巻 -
2. 論文標題 On a generalization of Monge-Ampere equations and Monge-Ampere systems	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Tokyo Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takahiro Hashinaga, Toru Kajigaya	4. 巻 300
2. 論文標題 Equivariant realizations of Hermitian symmetric space of noncompact type	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 2363-2411
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H.Kajiura, M.Matsumoto, T.Okuda	4. 巻 37
2. 論文標題 Non-existence and construction of pre-difference sets, and equi-distributed subsets in association schemes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Graphs and Combinatorics	6. 最初と最後の頁 1531-1544
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Akira Kubo, Mika Nagashiki, Takayuki Okuda, Hiroshi Tamaru	4. 巻 777
2. 論文標題 A commutativity condition for subsets in quandles -- a generalization of antipodal subsets	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Contemporary Mathematics	6. 最初と最後の頁 103-125
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/conm/777/15631	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yuji Kondo, Hiroshi Tamaru	4. 巻 75
2. 論文標題 A classification of left-invariant Lorentzian metrics on some nilpotent Lie groups	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Tohoku Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 89-117
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2748/tmj.20211122	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Noda, T., Shibuya, K. and Yoshimoto, T.	4. 巻 70
2. 論文標題 Explicit Description of Contact Transformations of Second Order	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Bulletin of the Kyushu Institute of Technology. Pure and applied mathematics	6. 最初と最後の頁 1-24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Eiichi Bannai, Yoshifumi Nakata, Takayuki Okuda, Da Zhao	4. 巻 405
2. 論文標題 Explicit construction of exact unitary designs	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2022.108457	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Sebastian M. Cioab, Jack H. Koolen, Masato Mimura, Hiroshi Nozaki, Takayuki Okuda	4. 巻 104
2. 論文標題 On the spectrum and linear programming bound for hypergraphs	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 European Journal of Combinatorics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ejc.2022.103535	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jose Carlos Diaz-Ramos, Miguel Dominguez Vazquez, Takahiro Hashinaga	4. 巻 151
2. 論文標題 Homogeneous Lagrangian foliations on complex space forms	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proc. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 823-833
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/16144	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計31件 (うち招待講演 27件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 阿賀岡 芳夫、橋永 貴弘
2. 発表標題 3次元warped product計量の局所等長埋め込みとMonge-Ampere方程式
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 阿賀岡 芳夫
2. 発表標題 局所等長埋め込みのobstructionの見つけ方入門
3. 学会等名 Workshop: 擬リーマン多様体の幾何の諸相 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 阿賀岡 芳夫
2. 発表標題 4点配置の幾何 - 点と線と2次曲線 -
3. 学会等名 研究会 直観幾何学2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 A commutativity condition for subsets in symmetric spaces and quandles
3. 学会等名 部分多様体論と関連する幾何構造研究の深化と融合 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Totally geodesic surfaces in symmetric spaces and applications
3. 学会等名 The 23rd International Differential Geometry Workshop on Submanifolds in Homogeneous Spaces and Related Topics - The 19th RIRCM-OCAMI Joint Differential Geometry Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Codimension one Ricci soliton subgroups of solvable Iwasawa groups
3. 学会等名 対称空間と群作用の幾何学 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Introduction to quandles from the viewpoint of symmetric spaces
3. 学会等名 北海道大学幾何学コロキウム (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Quandles from the viewpoint of symmetric spaces - a survey
3. 学会等名 カントルと対称空間 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Milnor-type theorem for left-invariant pseudo-Riemannian metrics
3. 学会等名 Workshop: 擬リーマン多様体の幾何の諸相 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Codimension one Ricci soliton subgroups of solvable Iwasawa groups
3. 学会等名 The 6th China-Japan Geometry Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hroshi Tamaru
2. 発表標題 Introduction to quandles and discrete symmetric spaces
3. 学会等名 Geometry of Symmetric Spaces and Group Actions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋永 貴弘
2. 発表標題 非コンパクト型エルミート対称空間内の等質ラグランジュ部分多様体
3. 学会等名 部分多様体幾何とリー群作用2021 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋永 貴弘
2. 発表標題 3次元リー群の局所等長埋め込み
3. 学会等名 Workshop: 擬リーマン多様体の幾何の諸相 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋永 貴弘
2. 発表標題 Homogeneous Lagrangian foliations on complex hyperbolic spaces
3. 学会等名 対称空間と群作用の幾何学 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 田丸 博士
2. 発表標題 A commutativity condition for subsets in quandles --- a generalization of antipodal subsets
3. 学会等名 筑波大学微分幾何学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 橋永 貴弘、梶ヶ谷 徹
2. 発表標題 非コンパクト型エルミート対称空間の同変実現
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 阿賀岡 芳夫
2. 発表標題 正方形に内接する四角形
3. 学会等名 直観幾何学 2023 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 阿賀岡 芳夫
2. 発表標題 正多角形に内接する多角形
3. 学会等名 第 28 回沼津改め静岡研究会 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 阿賀岡 芳夫
2. 発表標題 A 型ルート多面体 --- 4 次元の場合
3. 学会等名 第 28 回沼津改め静岡研究会 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Geometry of some nilpotent Lie groups with left-invariant metrics
3. 学会等名 東京理科大学理工学部数学科談話会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 Lie groups whose moduli spaces of left-invariant Riemannian metrics are one-dimensional
3. 学会等名 部分多様体幾何とリー群作用 2022 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Hiroshi Tamaru
2. 発表標題 On the moduli spaces of left-invariant Riemannian metrics on Lie groups
3. 学会等名 Mini-Workshop: Global Analysis and Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kazuhiro Shibuya
2. 発表標題 Rank 4 distributions and higher order partial differential equations
3. 学会等名 Correspondences of various geometries (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 澁谷 一博
2. 発表標題 2階の接触変換の局所表示とその応用
3. 学会等名 接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 奥田 隆幸
2. 発表標題 等質空間上の固有な作用について
3. 学会等名 広島・岡山 代数学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 梶浦 大起、松本 眞、小川 健翔、奥田 隆幸
2. 発表標題 (t,m,s)-nets and profinite association schemes
3. 学会等名 トポロジーとコンピュータ 2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 奥田 隆幸
2. 発表標題 Split Dynkin indices for homomorphisms between real simple Lie algebras
3. 学会等名 表現論とその周辺分野における諸問題
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋永 貴弘、栗原 大武
2. 発表標題 根付き木を用いた等質ラグランジュ部分代数の構成
3. 学会等名 日本数学会2023年度年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 橋永 貴弘
2. 発表標題 3次元リーマン多様体の4次元定曲率空間への局所等長埋め込み
3. 学会等名 多様体上の微分方程式 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋永 貴弘
2. 発表標題 非コンパクト型エルミート対称空間内の等質ラグランジュ部分多様体
3. 学会等名 第69回幾何学シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋永 貴弘
2. 発表標題 3次元リーマン多様体の4次元定曲率空間への局所等長埋め込み
3. 学会等名 部分多様体論と幾何解析の新展開（招待講演）
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>プレプリント Y.Agaoka, T.Hashinaga, Intrinsic characterization of 3-dimensional Riemannian submanifolds of R^4, arXiv:2206.03634 (2022) 59pp.</p> <p>アウトリーチ活動 (1) 数学セミナー、エレガントな解答をもとむ、2020年9月号出題、12月号解答 (2) 数学セミナー、エレガントな解答をもとむ、2021年9月号出題、12月号解答 (3) 数学セミナー、エレガントな解答をもとむ、2022年9月号出題、12月号解答</p>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	澁谷 一博 (Shibuya Kazuhiro) (00569832)	広島大学・先進理工系科学研究科(理)・准教授 (15401)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	奥田 隆幸 (Okuda Takayuki) (40725131)	広島大学・先進理工系科学研究科(理)・准教授 (15401)	
研究分担者	田丸 博士 (Tamaru Hiroshi) (50306982)	大阪公立大学・大学院理学研究科・教授 (24405)	
研究分担者	橋永 貴弘 (Hashinaga Takahiro) (40772132)	佐賀大学・教育学部・准教授 (17201)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ノルウェー	Norwegian Univ. of Sci. and Tech.			