

令和 6 年 6 月 23 日現在

機関番号：34315

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K03620

研究課題名（和文）葉の大域的幾何に基づく葉層構造の剛性の研究

研究課題名（英文）Study of rigidity of foliations based on global geometry of leaves

研究代表者

野澤 啓 (Nozawa, Hiraku)

立命館大学・理工学部・准教授

研究者番号：80706557

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：葉層構造の剛性について様々な視点から研究を行った。まず、曲面群の円周への作用について研究し、サー斯顿の接続を用いてその懸垂葉層の調和測度が持つ剛性を明らかにした。その応用として、ミルナー・ウッドの不等式や松元の剛性定理のカusp付き曲面へのバーガー・イオツツィ・ヴァインハルトらによる一般化といったよく知られた剛性定理の別証明を与えた。また、非コンパクト型対称空間上のデローネ集合（一様に散らばった点集合）の新たな例を切断射影法の一般化により構成した。これらに加え、カントール集合への同程度連続な群作用の新たな例の構成を行い、彩色グラフのカオス的性質を位相的な観点から調べた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

葉層構造は群作用、偏微分方程式などの自然現象をとらえるための理論において現れる幾何学的対象である。本研究では、葉層構造の中でも特に対称性の高いものやカオス的な性質を持つものに注目し、様々な研究を行った。これらの葉層構造はリーマン面の幾何学などの古典的数学にも現れ、幾何学、代数学、複素解析や物理学などにおいて研究されている。本研究の結果はこれらの関連分野の研究を深めるために意義があると考えられる。

研究成果の概要（英文）：I conducted research on the rigidity of foliations from various viewpoints. We studied the surface group actions on the circle to obtain rigidity results of the harmonic measures of their suspension foliations using Thurston's connection. As an application, we provided alternative proofs for well-known rigidity theorems, such as the Milnor-Wood inequality and the Matsumoto rigidity theorem generalized by Burger-Iozzi-Wienhard to surfaces with cusps. Additionally, I constructed new examples of Delone sets (uniformly scattered point sets) in symmetric spaces of non-compact type by generalizing the cut-and-project method. Furthermore, we constructed new examples of equicontinuous group actions on the Cantor set and investigated the chaotic properties of colored graphs from a topological viewpoint.

研究分野：幾何学

キーワード：葉層構造 力学系 カオス タイル張り トポロジー 群作用 情報幾何 剛性

### 1. 研究開始当初の背景

本研究の主題は葉層構造という空間上の幾何構造である。葉層構造の研究は曲面上の流れ・偏微分方程式の研究から生まれた。ダンジョウ、ジーゲルの二次元トーラス上の流れ(1次元葉層構造)についての構造定理を契機とし、本格的な研究が始まった。本研究のテーマに関わる極小集合とは、葉の和集合であるような非空な閉集合であって、葉の和集合であるような非空な閉真部分集合を含まないもののことである。一般に、葉層構造の葉は自己や他の葉に巻きつくため、ある種の周期的な性質を持つ。極小集合は他の葉に巻きつかれる集合の中でも最も重要であり、その性質が理解できれば他の葉の位相的・幾何的性質を理解する上で重要な役割を果たす。ダンジョウ、ジーゲルの二次元トーラス上の流れに関する定理は、 $C^2$ 級のトーラス上の葉層構造の極小集合は、閉葉またはトーラス全体である、とも言い換えられる。最近、葉の実現問題と呼ばれる関連する問題において、アルバレス・ロペスとバラル・リホによるグラフの彩色を用いた手法による応用による大きな進展があった。近年、葉層構造の一般化である葉層付き空間に対する研究が進み、タイル貼りについても様々なことが分かっている。以下、3つのテーマについて述べる。

#### (1) 3次元多様体上の余次元1の葉層構造の剛性

3次元双曲多様体上の余次元1の葉層構造の分類には接触幾何・接触トポロジーと関連した有限性が現れることがクロンハイマー・ムロフカ、ガバイらの研究により知られている。しかし、その幾何学的な関係については未知のことが多い。葉層構造の分類が得られている場合の例として、以下の二つが挙げられる。

(ジス・セルジエスク) $M$ を円周上のトーラス束であって、そのモノドロミー写像  $f$  が双曲的であるものとする。このとき、 $M$ 上のコンパクト葉のない葉層構造は  $f$  の懸垂から得られるアノソフ流の安定葉層および不安定葉層のいずれかにアイソトピックである。

(サーストン、レヴィット、ジス、松元) $M$ を曲面の接束に付随する円周束とする。このとき、 $M$ 上のコンパクト葉のない葉層構造は  $M$ 上の測地流の安定葉層または不安定葉層のいずれかにアイソトピックである。

この文脈において、3次元多様体上の葉層構造についての剛性の新たな現象を見つけることは重要であると考えられる。

#### (2) リーマン葉層構造の剛性

一般に余次元が2以上の葉層構造の大域的構造の研究は難しく、これまでに得られていることは少ない。しかし、リーマン葉層構造と呼ばれる横断的な計量を持つ葉層構造については、その固い幾何構造から良い構造定理が成り立ち、微分幾何などとの関わりの中で様々なことが調べられている。リーマン葉層構造については、キャロン・キャリエ、松元・土屋らによる葉が低次元の場合の剛性定理に加え、ジマーによる次の剛性定理が良く知られている。

定理.  $F$ を閉多様体  $M$ 上の極小なリーマン葉層構造であって、その葉が実階数2の対称空間に計量同型となるような計量を持つとする。このとき、 $F$ は等質な葉層構造を引き戻して得られる。

この文脈では、葉が等質空間であるようなリーマン葉層構造の分類問題が本研究の指針となると考えられる。等質空間への群作用の剛性に関わる幾何学が現れ、この分類問題は一般的には難解な問いである。研究代表者とガエル・メニエの以前の研究により、重心写像の理論が有効であることが分かっている。

#### (3) 葉の実現問題とタイル空間の幾何

一般に、コンパクト多様体上の葉層構造の葉は有界な幾何を持つ。逆に、有界な幾何を持つ非コンパクトなリーマン多様体をとったとき、それがコンパクトな多様体上のある葉層構造の葉として実現できるか、というのが、葉の実現問題である。現在までに基本群、曲率、エントロピーなど、様々な不変量を用いて、葉として実現できないような例が構成されてきている。一方で、アルバレス・ロペスとバラル・リホはグラフの彩色を研究することで、次のような注目すべき肯定的結果を示した。

定理. 任意の有界な幾何を持つ非コンパクトなリーマン多様体はある極小なコンパクトな葉層付き空間の葉に計量同型である。

ここで、 $n$ 次元葉層付き空間とは、葉層付き多様体の一般化である。局所的に  $D^n \times Z$  (ただし

$D^n$

は  $n$  次元円板であって  $Z$  は局所コンパクト距離空間) となるような空間であって, 典型例はソレノイドなどの横断的にカントール集合の構造を持つ. 極小とは, 全ての葉が稠密であることを意味する. ポナッティは本結果に関する講演の後に, 与えられたリーマン多様体がカオス的な葉層構造の葉となる条件に関する問いを述べた. このような基本的問いは本研究の指針となる.

ユークリッド空間  $R^n$  のデローネ集合は,  $R^n$  の中で一様に広がった点達からなる集合であり,  $R^n$  のデローネ集合は準結晶やタイル張りのモデルとして研究されてきている. ユークリッド空間  $R^n$  の部分集合  $D$  がデローネ集合であるとは, ある正数  $\delta$  が存在して  $R^n$  の任意の点  $x$  に対して  $D$  のある点  $y$  が存在して  $d(x,y) < \delta$  を満たし,  $R^n$  の任意の異なる 2 点  $y, z$  に対して  $d(y,z) > \delta$  を満たすときに言う. 定数  $\delta$  を固定したとき,  $(R^n, \delta)$  デローネ集合全体はコンパクトな距離空間となることが良く知られている. デローネ集合が一つ与えられたとき, その平行移動として得られるデローネ集合全体の閉包 (平行移動包) は  $R^n$  が葉を保って作用するような葉層付き空間となる. 準結晶を一つ与えたとき, その分子配置を  $R^n$  内の一つのデローネ集合と考え, そのデローネ集合から得られる葉層付き空間の位相的性質は準結晶の定量的な性質を反映している. 本研究では, タイル張り空間と関連して, カオス的な平行移動包を持つデローネ集合について研究を行う.

## 2. 研究の目的

本研究の目的は, 以下の 4 つの問いについて多様な角度から考察し, 一定の条件下で解答を与えることである.

問題 1. 3 次元多様体上の葉層構造の新しい剛性の現象を見つけよ.

問題 2. 葉が糖質空間であるようなリーマン葉層構造を分類せよ.

問題 3. 与えられたリーマン多様体が位相的にカオス的であるようなコンパクトな葉層付き空間の葉になるのはいつか?

問題 4. 付随した葉層付き空間が位相的にカオスとなるようなタイル張りやデローネ集合を研究せよ

## 3. 研究の方法

- (1) 問題 1 について, 曲面群の円周への作用について, 懸垂束上の調和測度およびサーストーンが未発表論文で構成した懸垂束上の接続を用いてその剛性を研究する. サーストンによってすでに指摘されている通り, 曲面の場合, この接続は曲率の絶対値が 1 を超えないなどの剛性的な性質を持つ. 曲率がほぼ至るところ 1 になる場合にサーストンの接続および調和測度がどのような条件を満たすかを調べる.
- (2) 問題 2 について, ガエル・メニエ (マルセイユ大学) との共同研究により得られている局所的に対称な葉をもつリーマン葉層構造の剛性定理について, さらに重心写像の理論により良い形で適用し, 見通しの良い照明を与える.
- (3) 問題 3 については, リーマン多様体の他, 取り扱いがより易しい彩色グラフについても, カオス的な葉層付き空間の葉となる条件を考察する.
- (4) 問題 4 について, ヘスス・アルバレス・ロペス氏 (サンティアゴ・デ・コンポステラ大学), ラモン・バラル・リホ氏 (当時: 立命館大学, 現在: マドリード工科大学), ジョン・ハントン氏 (ダラム大学), ジョン・パーカー氏 (ダラム大学) との以前の共同研究で考察した, 切断射影法の一般化を用いて新たな例の構成について考える.

## 4. 研究成果

(1) 足立真訓氏 (静岡大学), 松田能文氏 (青山学院大学) と共同で双曲面の基本群の円周への作用から得られる葉層構造の剛性について調和測度に基づく研究を行った. 足立氏の修士論文における懸垂束上のサーストンの接続の厳密な構成とそのミルナー・ウッド不等式の証明への応用の議論を深めることで, 曲面がカスプを持つ場合も含め, オイラー数が極大となる円周への曲面群作用の懸垂葉層の調和測度の持つ剛性を示すことができた. 具体的には, 懸垂葉層の普遍被覆上の各葉の上の調和関数を用いて調和測度を具体的に記述し, ポワソン核と深く関係していることを示した. 応用として, ミルナー・ウッドの不等式およびオイラー数が極大になる円周への曲面群作用はフクスの作用に半共役になるという松元の剛性定理のバーガー・イオツィ・ヴァインハルトによるカスプ付き曲面への一般化に対して別証明を与えた. これらの結

果は論文 Harmonic measure and rigidity for surface group actions on the circle にまとめ、査読付き学術雑誌 Algebraic & Geometric Topology から出版のために受理済みである。この結果の証明の第一のキーポイントは、懸垂束の普遍被覆の各葉の上の調和関数に対するハルナックの不等式、特に不等式がある点において等号成立する場合の調和関数の記述であった。さらに、第二のキーポイントとして、カスプ付きの曲面の基本群の円周への群作用の懸垂葉層構造を考えたとき、懸垂葉層の平坦接続を調和測度で平均して得られる接続に対して、そのカスプ周りのホロノミーを計算し、ガウス・ボネの公式が成り立つことを示した。

さらに、これらの結果をポアンカレ円板の計量同型群の一般の格子について一般化した。この場合には捩れ元が存在するが、その円周への作用の回転数がアイゼンバッド・ハーシュ・ノイマンの証明した不等式を通して、ミルナー・ウッドの不等式の等号成立に関わることを観察した。この結果の応用として完備なザイフェルト多様体の極大なオイラー類を持つ横断的葉層の剛性を得た。これらの結果は現在論文にまとめている。

(2) ヘスス・アルバレス・ロペス氏(サンティアゴ・デ・コンポステラ大学), ラモン・バラル・リホ氏(当時:立命館大学, 現在:マドリッド工科大学), ジョン・ハントン氏(ダラム大学), ジョン・パーカー氏(ダラム大学)と共同で、空間内に様に散らばった点からなる集合であるデローネ集合とその対称性について研究を行った。準周期的なデローネ集合からその平行移動包を考えることで得られる葉層付き空間はタイル張りの理論ではタイル張り空間と呼ばれる重要な対象となっている。以前行った研究において、ユークリッド空間のジェネリックなデローネ集合はカオス的であること、ユークリッド空間の場合のよく知られた切断射影法をポアンカレ円板に一般化し、曲面群の格子としての作用の軌道を測地線に直交射影して得られる測地線上の点集合がカオス的なデローネ集合になるための条件を求めた。これらの研究結果を論文 "Chaotic Delone sets" として査読付き学術雑誌 Discrete and Continuous Dynamical Systems において発表した。また、この方法の高次元への一般化として非コンパクト型対称空間内のデローネ集合の研究を行い、ある半単純リー群の数論的な格子を切断し部分リー群に射影することで、新たなデローネ集合の例を構成した。上記のポアンカレ円板への切断射影法の一般化と合わせ、準周期性を持つ新しい点集合の例を構成することができた。

また、ラモン・バラル・リホ氏と共同で、ポアンカレ円板内の格子の軌道に対する切断射影法から得られる直線状のデローネ集合について研究を行った。その平行移動包のエントロピーの計算を行うため、平行移動包の閉軌道と対応する双曲曲面の閉測地線の間に対応関係を調べた。

(3) リー葉層構造の剛性についてガエル・メニエ氏(マルセイユ大学)と共同研究を行った。以前証明した局所的に対称な葉を持つリー葉層構造が等質的な葉層構造に微分同相になる、という剛性定理の別証明をベッソン・クルトワ・ガロの重心写像を用いて与えた。この結果は論文にまとめている。

(4) ラモン・バラル・リホ氏(当時:立命館大学, 現在:マドリッド工科大学)と共同で彩色無限グラフから得られる葉層付き空間のカオス的な性質について研究を行った。彩色グラフがカオス的であることの定義にはいくつかのバリエーションがありうる。ここでは、彩色グラフのモジュライ空間において与えられた彩色グラフの閉包に基づく定義と、彩色グラフに付随する半群作用に基づく定義が同値であることを証明した。これらの内容を彩色グラフから得られる葉層付き空間に関する以前の研究結果とまとめ、論文 "Genericity of chaos for colored graphs" にまとめ、査読付き学術雑誌 Topological Algebra and its Applications において発表した。

(5) ヘスス・アントニオ・アルバレス・ロペス氏(サンティアゴ・デ・コンポステラ大学) ラモン・バラル・リホ氏(当時:立命館大学, 現在:マドリッド工科大学), オルガ・ルキーナ氏(当時:ウィーン大学, 現在:ライデン大学)とカントール集合上への同程度連続な群作用について研究し、有限群の無限リース積を用いて、ワイルドな群作用の新たな例を構成した。この結果は論文 "Wild Cantor actions" にまとめ、査読付き学術雑誌 Journal of the Mathematical Society of Japan において発表した。

(6) ヘスス・アントニオ・アルバレス・ロペス氏(サンティアゴ・デ・コンポステラ大学) ラモン・バラル・リホ氏(当時:立命館大学, 現在:マドリッド工科大学), カルロス・メニーニョ・コトン(ヴィーゴ大学)と共同で、カオス的な葉層構造について研究し、グラフによる例の構成や、与えられたリーマン多様体がカオス的な葉層構造の葉として実現されるための必要条件を求めた。

(7) 野本統一氏(立命館大学)と共同で、4次元ユークリッド空間上の正則曲線の標構について研究し、フルネ標構とピシヨップ標構を一般化することで一般化ピシヨップ標構を導入した。4次元ユークリッド空間上の正則曲線については本質的に4種類の一般化ピシヨップ標構があ

り,それらの間に階層性が存在することを示した.この結果は論文 "Generalized Bishop frames on curves on  $E^4$ " にまとめ,査読付き学術雑誌 Hokkaido Mathematical Journal において発表した.

(8) サーストンの接続は情報幾何における接続の構成に類似している.山口夏穂里氏(立命館大学)と共同で,情報幾何における剛性の現象について研究を行った.情報理論および統計学において基本的な概念である十分統計量を定量的に弱めた概十分統計量を導入した.十分統計量は,統計モデルのパラメータについて推定を行うための情報を漏れなく全て含むような統計量である.ここで,カルバックの定理により,与えられた統計モデル上の統計量が十分であるということは,その統計量の誘導モデルのフィッシャー計量が元の統計モデルのフィッシャー計量と一致することと同値である.また,単調性定理により,パラメータ空間の任意の接ベクトルについて,その誘導モデルのフィッシャー計量に関するノルムは,元の統計モデルのフィッシャー計量に関するノルムを超えない.アイ・レ・ヨスト・シュヴァッハヘフェルは近年,統計量の十分性を誘導モデルのフィッシャー計量が元の統計モデルのフィッシャー計量と等しい,という条件により再定義した.本研究においては,統計量が概十分であるとは,それが引き起こす統計モデルのフィッシャー計量が元のモデルのフィッシャー計量と双リプシッツ同値であるとき,と定義した.アイ・レ・ヨスト・シュヴァッハヘフェルおよびフィッシャー・ネイマンによる条件付き確率を用いた十分統計量の特徴づけと平行な形で,概十分統計量の条件付き確率による特徴づけを得た. $n$  回コイン投げを行う事象全体の統計モデルについて,様々な統計量の例について考察し,特に値が2値になるものについて,いつ誘導モデルのフィッシャー計量が元のモデルのフィッシャー計量とリプシッツ同値になるかどうか,分布関数を用いて特徴づけた.これらの結果は論文 "On statistics which are almost sufficient from the viewpoint of the Fisher metric" にまとめた.

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Subaru Nomoto, Hiraku Nozawa	4. 巻 53(1)
2. 論文標題 Generalized Bishop frames of regular curves in $E^4$	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Hokkaido Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 71-89
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14492/hokmj/2022-611	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jesus Alvarez Lopez, Ramon Barral Lijo, Olga Lukina, Hiraku Nozawa	4. 巻 74
2. 論文標題 Wild Cantor actions	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 447-472
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/jmsj/85748574	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jesus Antonio Alvarez Lopez, Ramon Barral Lijo, Hiraku Nozawa	4. 巻 21
2. 論文標題 Coarse distinguishability of graphs with symmetric growth	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Ars Mathematica Contemporanea	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.26493/1855-3974.2354.616	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jesus Antonio Alvarez Lopez, Ramon Barral Lijo, John Hunton, Hiraku Nozawa, John R. Parker	4. 巻 41(8)
2. 論文標題 Chaotic Delone sets	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems Series A	6. 最初と最後の頁 3781-3796
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/dcds.2021016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Masanori Adachi, Yoshifumi Matsuda, Hiraku Nozawa	4. 巻 -
2. 論文標題 Harmonic measure and rigidity for surface group actions on the circle	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Algebraic & Geometric Topology	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計11件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 Masanori Adachi, Yoshifumi Matsuda, Hiraku Nozawa
2. 発表標題 Harmonic measures and rigidity for surface group actions on the circle
3. 学会等名 Foliated Spaces, Tilings and Group Actions 2024 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Masanori Adachi, Yoshifumi Matsuda, Hiraku Nozawa
2. 発表標題 Harmonic measures and rigidity for the Fuchsian actions of surface groups on the circle
3. 学会等名 Low dimensional topology and number theory XV (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 足立 正訓、松田能文、野澤 啓
2. 発表標題 曲面群の円周への作用の剛性と調和測度について (足立真訓 (静岡 大), 松田能文 (青山学院大) と の共同研究)
3. 学会等名 第70回トポロジーシンポジウム (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Masanori Adachi, Yoshifumi Matsuda, Hiraku Nozawa
2. 発表標題 Harmonic measures and rigidity for surface group actions on the circle
3. 学会等名 the Fourth International Workshop "Differential Geometric Structures and Applications" (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Jesus Antonio Alvarez Lopez, Ramon Barral Lijo, John Hunton, Hiraku Nozawa, John Parker
2. 発表標題 タイル張りやグラフに現れるカオスについて
3. 学会等名 筑波大学談話会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 足立 真訓, 松田 能文, 野澤 啓
2. 発表標題 Rigidity for transverse foliations of Seifert 3-manifolds
3. 学会等名 葉層構造の幾何学とその応用 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 足立 真訓, 松田 能文, 野澤 啓
2. 発表標題 Harmonic measures and rigidity for surface group actions on the circle
3. 学会等名 日本数学会2023年度年会
4. 発表年 2023年



1. 発表者名 ラモン バラル リホ, 野澤 啓
2. 発表標題 Chaotic colored graphs and foliated spaces
3. 学会等名 葉層構造論シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Jesus Alvarez Lopez, Ramon Barral Lijo, Olga Lukina, Hiraku Nozawa
2. 発表標題 カントール空間への同程度連続な群作用
3. 学会等名 接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Gael Meigniez, Hiraku Nozawa
2. 発表標題 Rigidity of Lie foliations with locally symmetric leaves
3. 学会等名 Topological Methods in Dynamics and Related Topics - 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Gael Meigniez, Hiraku Nozawa
2. 発表標題 重心写像とリー葉層構造
3. 学会等名 接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺 (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	アルパレス・ロベス ヘスス (Alvarez Lopez Jesus)		
研究協力者	バラル・リホ ラモン (Barral Lijo Ramon)		
研究協力者	ルキーナ オルガ (Lukina Olga)		
研究協力者	ハントン ジョン (Hunton John)		
研究協力者	パーカー ジョン (Parker John)		
研究協力者	メニーニョ・コトン カルロス (Menino Coton Carlos)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Foliated spaces, Tilings and Group actions 2022	開催年 2022年～2022年
---	--------------------

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
スペイン	サンティアゴ・デ・コンポステラ大学	マドリッド工科大学	ヴィーゴ大学	
英国	ダラム大学			
フランス	マルセイユ大学	南部ブルターニュ大学		
オーストリア	ウィーン大学			
オランダ	ライデン大学			