

令和 6 年 6 月 24 日現在

機関番号：62603
研究種目：基盤研究(C) (一般)
研究期間：2020～2023
課題番号：20K03759
研究課題名(和文) 方向の観測を含むデータのための回帰モデル

研究課題名(英文) Regression models for directional data

研究代表者

加藤 昇吾 (Kato, Shogo)

統計数理研究所・統計基盤数理研究系・准教授

研究者番号：60468535

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、方向の観測を含むデータのための回帰モデルおよび関連する確率分布について、大きく3つのテーマで研究した。具体的には、「被説明変数が方向、説明変数が実数値となる回帰モデル」、「多次元トーラス上の確率分布(複数の2次元方向のための確率分布)および関連する回帰モデル」、「各座標軸に対して尺度を調整可能な回帰曲線を持つ方向データのための回帰モデル」を研究した。これらの統計モデルを提案し、パラメータの解釈や推定が可能であること等の多くの統計的性質を明らかにした。また、回帰モデルについて回帰曲線に適度な柔軟性があることや、確率分布について周辺分布と条件付き分布が既存の分布になることなどを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

方向の観測を含むデータの統計解析においては、実数値データのための統計モデルをそのまま応用すると、不自然な解析結果となる問題が知られている。本研究では、方向の観測を含むデータの統計解析のために、新たなアプローチから回帰モデルと確率分布を提案した。提案された統計モデルは、実用性と統計的な扱いやすさを兼ね備えており、統計学における学術的意義は大きいと考えている。また、従来は理論的な難しさから統計解析に組み込むのが困難であった方向の情報を、提案された統計モデルは統計解析に活用することを可能としている。提案された統計モデルは幅広く応用されることが期待され、十分な社会的意義を持つ研究成果と考えられる。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we considered three topics related to regression models and associated probability distributions for data that include directional observations. Specifically, the three topics are: "regression models in which the response is directional and the covariates are real-valued," "probability distributions on the multivariate torus (probability distributions for multiple two-dimensional directions) and related regression models," and "regression models for directional data that allow for scale adjustment for each coordinate axis." We proposed these statistical models and obtained various statistical properties, including the interpretation and estimation of the parameters of the proposed models. In addition, it is shown that the proposed regression models have adequate flexibility in their regression curves and that the proposed probability distributions have marginal and conditional distributions that belong to existing families of distributions.

研究分野：統計数学

キーワード：統計数学 回帰分析 方向統計学

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

様々な学問分野において、「方向」として表される観測値が得られることがある。例えば、2次元平面における方向としては、気象学における風向や、生物学における地上動物の移動方向などが挙げられる。また、アナログ時計の短針からイメージを広げて、24時間で一周する時計の針のようなものを想像すれば、医学における心臓発作が起こる時刻も2次元平面における方向として表現可能であることがわかる。3次元ユークリッド空間における方向としては、化学にあらわれる分子のねじれ角や、地震学で扱う断層の動く方向、天文学で観測される星の方角などが挙げられる。多次元ユークリッド空間における方向の観測も、言語処理や人口統計学などで議論されている。このように、方向として表される観測は多様であり、様々な学術分野にあらわれている。

方向の観測を含むデータ(以下、方向データ)には、統計解析をする上で大きな問題がある。それは、このようなデータを解析する上では、統計学が主に対象としている実数値データのための解析手法をそのまま使うことができないという問題である。例えば、統計学における最も基本的な統計量に平均や分散があるが、実数値データの平均や分散の定義をそのまま方向データに用いると、不自然な定義となってしまう。また、確率分布や回帰モデルなど、実数値データのためのほとんどの統計モデルが、方向データにそのまま応用することができない。このような背景のもとに、方向データを解析するための統計手法の発展が統計学における重要な研究課題となっている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、方向データのための新たな回帰モデルおよび確率分布を提案し、それらの統計的性質を調べることである。これらのモデルの提案により、方向の情報を統計解析に有効に活用できるようにすることを目指している。具体的には、以下の3つの研究テーマで、新たな回帰モデルと確率分布を提案した：

- (1) 被説明変数が方向、説明変数が実数値となる回帰モデル、
- (2) 多次元トーラス上の確率分布(複数の2次元方向のための確率分布)および関連する回帰モデル、
- (3) 各座標軸に対して尺度を調整可能な回帰曲線を持つ方向データのための回帰モデル。

これらの統計モデルの提案にあたっては、実用性と統計的な扱いやすさを兼ね備えたモデルを目指した。

3. 研究の方法

「2. 研究の目的」で挙げた3つの研究テーマについて、以下の方法で研究を行った：

- (1) 1つ目の研究テーマの「被説明変数が方向、説明変数が実数値となる回帰モデル」の提案にあたっては、回帰曲線としてメビウス変換を拡張した写像を、誤差分布として球面上のコーシー分布を用いた。球面上のコーシー分布は、Kato and McCullagh (2020)により提案され、メビウス変換に関して閉じているなどの統計的に扱いやすい性質を持つ。また、同論文では、球面をそれ自身に写すメビウス変換の性質についても考察されており、そのメビウス変換に線形変換を合成した写像を、回帰モデルの回帰曲線として提案した。
- (2) 2つ目の研究テーマである「多次元トーラス上の確率分布および関連する回帰モデル」においては、Wehrly and Johnson (1980)による2次元トーラス上の確率分布の確率密度関数の形を一般化することにより、彼らの確率分布を多次元に拡張した。Wehrly and Johnson (1980)の確率分布はしばしばデータ解析で応用されることから、その多次元拡張は実用的な新たな多次元トーラス上の確率分布を考える上で、自然な研究対象であると考えられる。また、Wehrly and Johnson (1980)は、一般の円周上の確率密度関数を応用することで2次元トーラス上の確率分布を与えたが、本研究の多次元拡張においては、統計的な扱いやすさの観点から、wrapped Cauchy 分布の確率密度関数を応用した多次元トーラス上の確率分布について特に詳しく性質を調べた。さらに、関連する回帰モデルは、

提案した多次元トーラス上の分布の条件付き分布を計算することにより導出した。

- (3) 3つ目の研究テーマ「各座標軸に対して尺度を調整可能な回帰曲線を持つ方向データのための回帰モデル」では、被説明変数と説明変数が(一般に次元が異なる)方向となる回帰モデルを提案した。回帰曲線は、立体射影・尺度変換・立体射影の逆写像から成る合成変換として定義され、一般に次元の異なる2つの単位球面間の写像となっている。また、誤差分布としては、球面上の確率分布である von Mises-Fisher 分布とその拡張である scaled von Mises-Fisher 分布 (Scealy and Wood, 2019) を仮定した。さらに、被説明変数が方向、説明変数が多次元ユークリッド空間(複数の実数)に値をとる回帰モデルも提案し、誤差分布は von Mises-Fisher 分布と scaled von Mises-Fisher 分布を用い、回帰曲線には尺度変換と立体射影の合成写像を用いた。

4. 研究成果

以下、本研究の研究成果を、「2. 研究の目的」で挙げた3つの研究テーマごとに述べる。

- (1) 「被説明変数が方向、説明変数が実数値となる回帰モデル」の研究では、被説明変数が方向、説明変数が実数値となる新たな回帰モデルを提案し、その統計的性質を得た。そして、提案した回帰曲線はパラメータの解釈が容易であり、適度な柔軟性を持つことを明らかにした。また、回帰曲線において用いた変換は、ある条件において写像の合成に関して群を成すことを示した。さらに、最尤推定に関しては、誤差分布として用いる球面上のコーシー分布の確率密度関数が簡潔に表されることから、回帰モデルの最尤推定を行うために必要な尤度関数は容易に計算することができることがわかった。この結果を用いることにより、回帰モデルの最尤推定値を数値的に効率良く求めることが可能であることを明らかにした。
- (2) 「多次元トーラス上の確率分布(複数の2次元方向のための確率分布)および関連する回帰モデル」の研究では、はじめに、(3つの2次元方向を変数とする)3次元トーラス上の確率分布および関連する回帰モデルについて研究した。これらのモデルを提案し、統計的性質に関する結果を得た。具体的には、提案した確率分布は、それぞれの方向の周辺分布が円周上の一様分布となる性質を持ち、コピュラとなることを明らかにした。また、2つの方向の周辺分布は Wehrly and Johnson (1980) の分布の特別な場合となること、2つの変数を与えたときの条件付き分布は円周上のコーシー分布となること、1つの変数を与えたときの2つの方向の条件付き分布は Kato and Pewsey (2015) の分布となることを示した。トーラス上の確率分布を実際にタンパク質データと気象データに応用し、良好な当てはめ結果を得た。また、パラメータの推定値からそれぞれのデータの特徴および関連する知見を議論した。さらに、提案した確率分布の条件付き分布から着想を得て、被説明変数と説明変数が共に方向の観測となる回帰モデルを提案した。条件付き分布が扱いやすい性質を持つことから、回帰モデルについてもパラメータの解釈や推定が容易であることを明らかにした。また、一般次元トーラス上の確率分布および関連する回帰モデルへと拡張した。
- (3) 「各座標軸に対して尺度を調整可能な回帰曲線を持つ方向データのための回帰モデル」の研究では、被説明変数と説明変数が(一般に次元が異なる)方向となる回帰モデルを提案した。この回帰モデルの性質を調べ、回帰曲線が陽に表されることや、それぞれのパラメータの解釈が容易であることを明らかにした。また、回帰曲線は、説明変数をそれぞれの座標軸について尺度を調整することが可能な柔軟な変換となっている。さらに、回帰曲線は、特別な場合として、球面上のよく知られた変換であるメビウス変換 (Downs and Mardia, 2002; Kato and McCullagh, 2020) および回転を特別な場合として含むことも明らかにした。また、誤差分布として von Mises-Fisher 分布を用いたときの最尤推定値を数値的に求めるアルゴリズムを与えた。提案したアルゴリズムは、数値実験で良好なパフォーマンスを示した。また、誤差分布として、scaled von Mises-Fisher 分布を用いた場合についても考察した。

本研究で提案した統計モデルは、いずれも実用性と統計的な扱いやすさを兼ね備えており、統計学におけるインパクトは大きいと考えている。今後、方向の観測を含むデータの統計解析において、幅広く活用されることを期待している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Toshinao Yoshiba, Takaaki Koike and Shogo Kato	4. 巻 15
2. 論文標題 On a measure of tail asymmetry for the bivariate skew-normal copula	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Symmetry	6. 最初と最後の頁 1410-1410
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/sym15071410	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 加藤 昇吾	4. 巻 75
2. 論文標題 方向統計学における確率分布 既存研究の概説と球面上のコーシー分布の詳解	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 数学	6. 最初と最後の頁 246-270
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Shogo Kato, Arthur Pewsey and M.C. Jones	4. 巻 31
2. 論文標題 Tractable circula densities from Fourier series	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 TEST	6. 最初と最後の頁 595-618
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11749-021-00790-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Shogo Kato, Toshinao Yoshiba and Shinto Eguchi	4. 巻 63
2. 論文標題 Copula-based measures of asymmetry between the lower and upper tail probabilities	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Statistical Papers	6. 最初と最後の頁 1907-1929
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00362-022-01297-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Hisashi Noma, Kengo Nagashima, Shogo Kato, Satoshi Teramukai and Toshi A. Furukawa	4. 巻 32
2. 論文標題 Meta-analysis using flexible random-effects distribution models	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Epidemiology	6. 最初と最後の頁 441-448
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2188/jea.JE20200376	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takaaki Koike, Shogo Kato and Marius Hofert	4. 巻 53
2. 論文標題 Measuring non-exchangeable tail dependence using tail copulas	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA	6. 最初と最後の頁 466-487
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/asb.2023.4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shogo Kato and Peter McCullagh	4. 巻 26
2. 論文標題 Some properties of a Cauchy family on the sphere derived from the Mobius transformations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Bernoulli	6. 最初と最後の頁 3224-3248
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3150/20-BEJ1222	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Masanobu Taniguchi, Shogo Kato, Hiroaki Ogata and Arthur Pewsey	4. 巻 41
2. 論文標題 Models for circular data from time series spectra	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Time Series Analysis	6. 最初と最後の頁 808-829
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1111/jtsa.12549	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計26件（うち招待講演 15件 / うち国際学会 14件）

1. 発表者名 Shogo Kato
2. 発表標題 A tractable and interpretable family of distributions on the circle, and its mixture model for traffic count data analysis
3. 学会等名 Statistics Seminar, Research School of Finance, Actuarial Studies and Statistics, Australian National University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shogo Kato, Christophe Ley and Sophia Loizidou
2. 発表標題 A copula model for trivariate circular data
3. 学会等名 2023 IMS International Conference on Statistics and Data Science (ICS DS) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shogo Kato, Shinto Eguchi and Toshinao Yoshida
2. 発表標題 Weighted estimation with copula-based divergence
3. 学会等名 ISI-ISM-ISSAS Joint Conference 2023 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Tsubasa Ito and Shogo Kato
2. 発表標題 A mixed effects model for cylindrical data with application to small area estimation
3. 学会等名 The 15th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2023) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Toshinao Yoshiba, Takaaki Koike and Shogo Kato
2. 発表標題 On a measure of tail asymmetry for the bivariate skew-normal copula
3. 学会等名 The 15th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 加藤 昇吾
2. 発表標題 Weighted estimation with copula-based divergence
3. 学会等名 共同研究会2023：接合関数（コピュラ）理論の新展開（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 加藤 昇吾
2. 発表標題 Weighted estimation with copula-based divergence
3. 学会等名 統計数理セミナー
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 吉羽 要直, 小池 孝明, 加藤 昇吾
2. 発表標題 On a measure of tail asymmetry for the bivariate skew-normal copula
3. 学会等名 2023年度 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 伊藤 翼, 加藤 昇吾
2. 発表標題 シリンダー上のデータに対する混合効果モデルについて
3. 学会等名 2023年度 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shogo Kato, Christophe Ley, Sophia Loizidou and Kanti V. Mardia
2. 発表標題 The trivariate wrapped Cauchy copula - a multi-purpose model for angular data
3. 学会等名 ISM Symposium on Environmental Statistics 2024 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Shogo Kato and Christophe Ley
2. 発表標題 A copula model for trivariate circular data
3. 学会等名 International Workshop "Advances in Directional Statistics" (ADISTA22) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Shogo Kato, Toshinao Yoshiba and Shinto Eguchi
2. 発表標題 A copula-based measure of asymmetry between the lower and upper tail probabilities of bivariate distributions
3. 学会等名 The 24th International Conference on Computational Statistics (COMPSTAT 2022) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 長崎 滉大, 加藤 昇吾, 中西 航, M.C. Jones
2. 発表標題 円周上の非対称分布からなる混合分布モデルと交通量データへの応用
3. 学会等名 2022年度 統計関連学会連合大会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 加藤 昇吾
2. 発表標題 A copula-based measure of asymmetry between the lower and upper tail probabilities of bivariate distributions
3. 学会等名 共同研究集会2022: 接合関数 (コピュラ) 理論の新展開
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 加藤 昇吾
2. 発表標題 多次元トーラス上のデータのためのコピュラモデル
3. 学会等名 統計数理セミナー
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Shogo Kato and Arthur Pewsey
2. 発表標題 A Cauchy-type model for cylindrical data
3. 学会等名 The 15th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2022) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Shogo Kato
2. 発表標題 A copula model for trivariate circular data
3. 学会等名 Luxembourg-Waseda Conference on Modelling and Inference for Complex Data (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shogo Kato, Kota Nagasaki and Wataru Nakanishi
2. 発表標題 Mixtures of Kato-Jones distributions on the circle, with an application to traffic count data
3. 学会等名 The 13th Scientific Meeting of the Classification and Data Analysis Group (CLADAG 2021) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kota Nagasaki, Shogo Kato and Wataru Nakanishi
2. 発表標題 Mixtures of Kato-Jones distributions on the circle with an application to traffic count data
3. 学会等名 The 14th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2021) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 加藤 昇吾
2. 発表標題 円周上の混合分布モデルと交通量データへの応用
3. 学会等名 統計数理セミナー
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Takaaki Koike, Shogo Kato and Marius Hofert
2. 発表標題 Tail concordance measures: A fair assessment of tail dependence
3. 学会等名 2021年度 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 吉羽 要直、加藤 昇吾
2. 発表標題 非対称正規コピュラの裾非対称性尺度
3. 学会等名 2021年度 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Shogo Kato and Peter McCullagh
2. 発表標題 Parameter estimation for a Cauchy family of distributions on the sphere
3. 学会等名 The 13rd International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2020) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 加藤 昇吾
2. 発表標題 方向データのための統計的手法
3. 学会等名 応用統計ワークショップ (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 加藤 昇吾
2. 発表標題 球面上のコーシー分布のパラメータ推定
3. 学会等名 統計数理セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Shogo Kato
2. 発表標題 Parameter estimation for a Cauchy family of distributions on the sphere
3. 学会等名 ANU-ISM Workshop on Data Science (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

加藤昇吾 Personal HP http://www.ism.ac.jp/~skato/researchmap (加藤昇吾、日本語) http://researchmap.jp/read0138993/?lang=japanese http://researchmap.jp/read0138993/?lang=english (加藤昇吾、英語)
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
英国	The Open University	University of Leeds		
オーストラリア	Australian National University			
スペイン	University of Extremadura			
ルクセンブルク	University of Luxembourg			
米国	The University of Chicago			