

令和 6 年 5 月 14 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K03953

研究課題名（和文）ラグランジュ描写における相対論的回転星の進化

研究課題名（英文）General relativistic rotating stars for evolution in the Lagrangian description

研究代表者

大川 博督（Okawa, Hirotada）

早稲田大学・高等研究所・准教授（任期付）

研究者番号：40633285

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,100,000円

研究成果の概要（和文）：本研究により、星の進化に適した形で一般相対論的に回転している星の構造を求めることができるようになった。星の構造解析とは、非線形偏微分方程式を数値的に解くことであり、それは非線形連立方程式を解く問題に帰着される。非線形連立方程式の解法はこれまでニュートン・ラフソン法がほとんど唯一であったが、この手法を使うにはあらかじめ答えに近い解を用意する必要があった。本研究の成果の1つであるW4法によって、ニュートン・ラフソン法で収束しない近似解でも答えを見つけることができることを示した。W4法を用いて星の構造を計算し、星の進化を解析することに成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

まず本研究成果により、これまでのような角運動量や状態方程式への仮定なしでは追うことが不可能とわれてきた回転星の進化が計算できるようになった。50年ほどの相対論的回転星構築の歴史に新たな一歩を示すことができたと考えている。また、本研究は一般相対論的か否かによらず応用可能な手法となっており、白色矮星や大質量星など多くの応用が考えられる。さらに、本研究の過程で提案した非線形連立方程式の解法であるW4法は、これまで唯一と思われてきたニュートン・ラフソン法で解けないような問題に適用可能であると考えられるため、その波及効果は極めて大きいと考えられる。

研究成果の概要（英文）：By this project, we can now solve the structure of a rotating star in general relativity in the Lagrangian formulation. It is equivalent to solve nonlinear partial differential equations numerically, which leads to solving a set of nonlinear equations. One uses the Newton-Raphson method to find the solution of a set of nonlinear equations, but needs an initial guess close to the solution. By the W4 method we proposed in this project, we show that it is possible to find the solution from the initial guess with which the Newton-Raphson method fails. We analyze the evolution of relativistic rotating stars.

研究分野：宇宙物理学

キーワード：相対論的回転星 非線形連立方程式 星の進化

1. 研究開始当初の背景

2015年にブラックホール連星からの重力波、そして2017年に中性子星連星からの重力波および電磁波放射が観測されたことによって、重力波という新たな波数帯を用いた観測が天文学的にも極めて重要となった。おく小さなさなみである重力波を捉えるためには、前もってどのような波源からどのような波形が得られるかを理論的に予想し、ノイズに埋もれたデータから真のシグナルを取り出す必要がある。連星の合体による重力波の検出には「数値相対論」というアインシュタイン方程式を数値的に解く手法や合体前の波形を近似のもとで解析的に予想する「E O B法」が多大な貢献をした。また、超新星研究の文脈においては、大質量星の重力崩壊によって発生する重力波放射やニュートリノ放射について数十年に渡った研究がなされているものの、系の強い非線形性とニュートリノの輻射輸送や反応など複雑な物理過程によって全容の解明が極めて難しく、すべての研究者が納得する答えが得られていないのが現状である。

連星合体や大質量星の重力崩壊によって誕生すると考えられている高速回転中性子星は、重力波放出やニュートリノ放出によりそのエネルギーや角運動量を失いそれぞれ終状態に到達する(中性子星またはブラックホール)。連星を担う中性子星の状態が合体前のインスパイラル段階の重力波から実際に制限され、核物理の状態方程式を調べる実験場としても重要であることが認識されている。ところが、極限的な状態である合体後の高速回転中性子星については、現在の重力波検出器の観測精度と理論波形の不定性によってほとんどよくわかっていない。また、超新星爆発後に誕生する原始中性子星の進化のタイムスケールは10s程度であるのに対し、系のダイナミカルタイムスケールが1ms程度であり、冷却の過程において、角運動量やエントロピー分布が及ぼす影響を第一原理的なダイナミカルシミュレーションを用いて調べることは現状到底不可能であり、平衡形状を用いた準静的進化が重要な手法の一つとなる。

一方、一般相対論的な回転星を理論的に構築する研究は欧米と日本それぞれで脈々と受け継がれている。多少流儀の違いはあれど、軸対称を仮定した場合、基本的に(i)星を記述する完全流体の密度に関して動径方向の静水圧平衡の式および計量に関して定常アインシュタイン方程式を解くことと(ii)角度方向の静水圧平衡の式を積分できる形に変形して解くことは共通である。ここで、従来方法(図2参照)において、密度や星の全質量などの物理量は解いた結果得られることになる。また、(ii)が星の角運動量分布に強い仮定を課す点も強調しておきたい。相対論的な星の“初期条件”を与える上では非常に強力な手法であるが、局所的な物理状態(角運動量、エントロピー、物質の割合)の変化に伴う星の進化を追うためには莫大な計算量を必要とし現実的でない。

2. 研究の目的

本研究の目的は、超新星爆発や連星合体で誕生する自転を持つ中性子星の進化を精確に追い、重力波やニュートリノなど観測可能なシグナルから中性子星内部の物理を明らかにすることである。

星の進化のタイムスケールは長く、その目的として微視的な物理や磁場、対流などを取り入れた数値シミュレーションを用いることは現実的でない。一方これは各時刻において系を平衡形状として扱い、準静的進化として発展が追えることを意味する。従来の回転星の平衡形状構築方法に対し本研究では、質量や角運動量などのマクロな物理量を固定し、組成の変化などミクロな過程を考慮する進化計算に適した手法を提案する。

3. 研究の方法

以下の二つの点に着目し研究を行なう。1つは「進化に適した形式で、自転する中性子星の平衡形状を記述する非線形偏微分方程式を解くことができるか」という点である。もう1つは「回転する中性子星の進化を用いて中性子星の内部構造を理解できるか」という点である。まず、一般相対論的回転星の平衡形状を求めることは、計量に関する定常アインシュタイン方程式と流体に関する静水圧平衡の非線形偏微分方程式に対し、物理的な境界条件を満足する解を見つけ

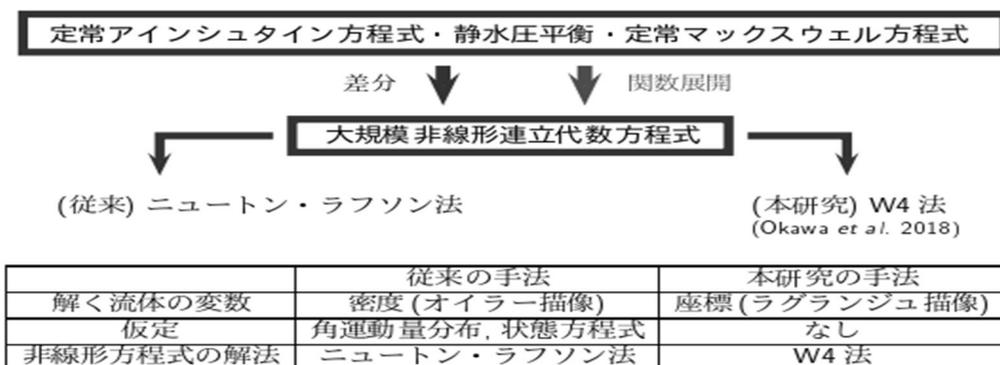


図1: 平衡形状構築の流れと先行研究との違い

ることと等しい(図1)。前述のように従来の手法では、角運動量分布など物理的に強い制限を課さなければ方程式が解けなかった。非線形偏微分方程式は、関数展開や差分化によって非線形連立代数方程式に帰着させ、多次元ニュートン・ラフソン法など連立方程式のソルバーを用いて解を探していく。多次元ニュートン・ラフソン法は反復法の一つであり、局所収束性を持ち、さらに収束速度に秀でている。ここで注意すべき多次元ニュートン・ラフソン法の特徴は、欲しい解に近い初期推量を与えた時にのみ解が求まるということである。平衡形状に関する今までの研究では、解くべき方程式の変形と変数の選択および物理的な状況について注意深く設定し、それらのもとで解に近い初期推量を与えることに成功していた。本研究では、進化に適した形の一般相対論的回転星の平衡形状を求めるために、今までの研究で用いられてきた仮定や変数を用いずに最近新しく開発したニュートン法の大域収束性を改善した非線形連立代数方程式の数値的

解法、W4法を適用することで平衡形状を求める。平衡形状の構築手法が確立した後は、ニュートリノによる冷却によって星内部の構造が変化する「星の進化」計算に取り組むことができる。

4. 研究成果

(1) W4法の確立と球対称星の平衡形状への応用

まず、応用数学の論文として、非線形連立方程式を解くニュートン・ラフソン法と新たに提案したW4法との構造上の相違点について述べ(図2)、宇宙物理学における球対称性を課した星の平衡形状を求める問題に応用することに成功した。

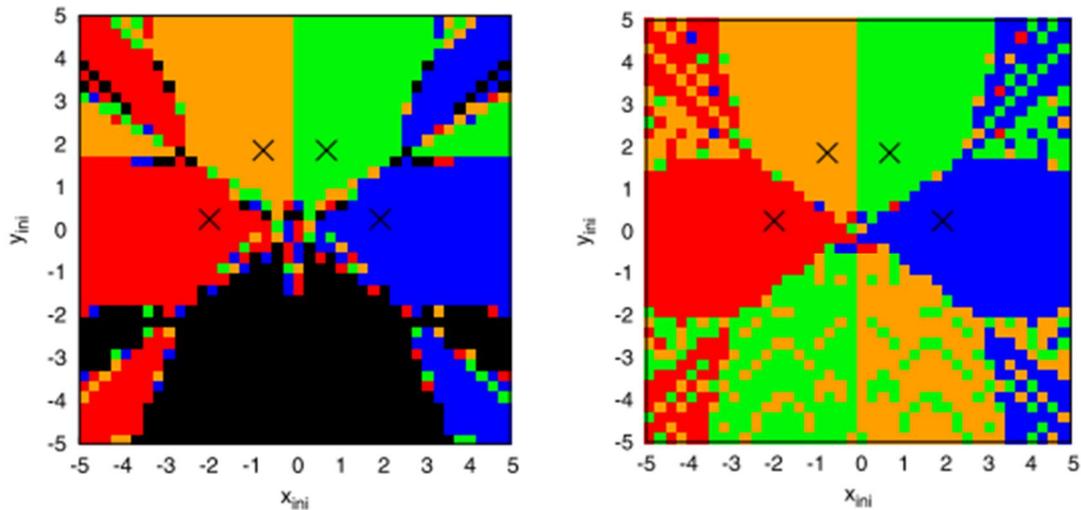


図2：ニュートン・ラフソン法(左図)とW4法(右図)で、ある2変数連立方程式を解いたときに4つの解(x)へ収束する様子を示す。赤、オレンジ、黄緑、青の領域は解へ収束する反復法の初期値を意味し、黒い領域からは解が得られないことを表す。

(2) 角運動量や状態方程式を仮定しない平衡形状の構築

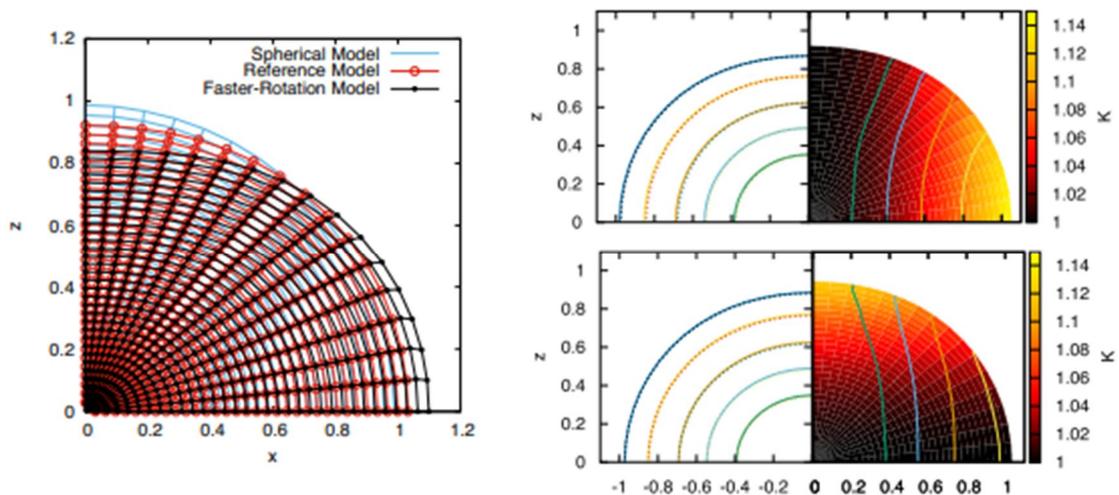


図3：角運動量による星の歪み(左図)と温度分布と回転による星の歪み(右図)

ラグランジュ的にアインシュタイン方程式とオイラー方程式を解くことでグローバルな物理量を固定し相対論的回転星を構築することに成功した。図3のように角運動量や状態方程式をあらかじめ仮定することなく、回転により星が歪む様子を計算することができるようになった。

(3) 星風や降着による質量増減による進化とニュートリノ冷却による進化

星風による質量損失もしくは降着による質量増加に伴い、星は新たな平衡形状に至る。その様子は図4左のようになることが本研究によって初めて明らかとなった。また、ニュートリノ放射による冷却によって星が縮み中心密度が増加する様子について、角運動量分布をあらかじめ仮定せずラグランジュ的に初めて示すことに成功した(図4右)。

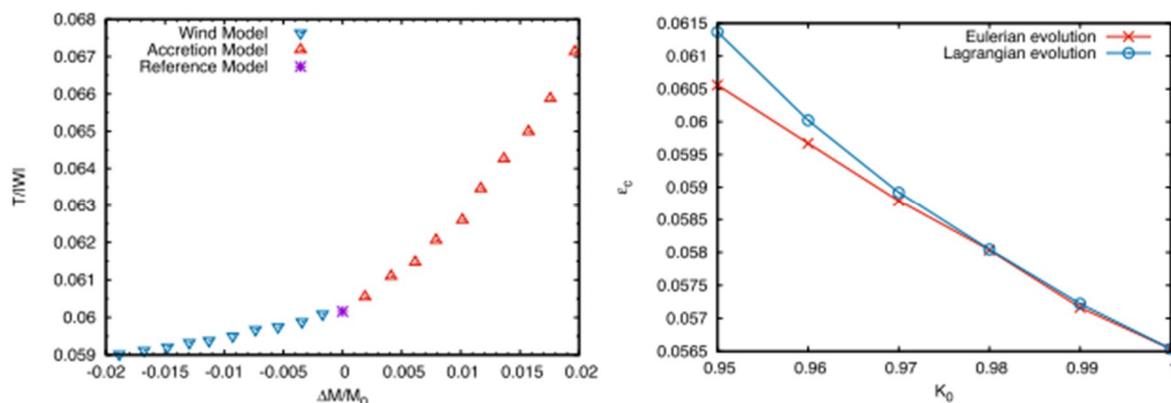


図4 : (左) 星の質量の増減によってたどり着いた別の平衡形状を持つ回転エネルギー、(右) 冷却によってたどり着いた別の平衡形状による中心密度

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Okawa Hirotada, Fujisawa Kotaro, Yasutake Nobutoshi, Ogata Misa, Yamamoto Yu, Yamada Shoichi	4. 巻 520
2. 論文標題 A novel Lagrangian formulation to construct relativistic rotating stars: towards its application to their evolution calculations	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Monthly Notices of the Royal Astronomical Society	6. 最初と最後の頁 24 ~ 43
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/mnras/stad075	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Okawa Hirotada, Fujisawa Kotaro, Yamamoto Yu, Hirai Ryosuke, Yasutake Nobutoshi, Nagakura Hiroki, Yamada Shoichi	4. 巻 183
2. 論文標題 The W4 method: A new multi-dimensional root-finding scheme for nonlinear systems of equations	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Applied Numerical Mathematics	6. 最初と最後の頁 157 ~ 172
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.apnum.2022.08.019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ogata Misa, Okawa Hirotada, Fujisawa Kotaro, Yasutake Nobutoshi, Yamamoto Yu, Yamada Shoichi	4. 巻 521
2. 論文標題 A Lagrangian construction of rotating star models	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Monthly Notices of the Royal Astronomical Society	6. 最初と最後の頁 2561 ~ 2576
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/mnras/stad647	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Okawa Hirotada	4. 巻 151
2. 論文標題 W4 - a multi-dimensional root-finding method for nonlinear equations	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Research Features	6. 最初と最後の頁 142 ~ 145
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.26904/RF-151-6090260628	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 Hirotada Okawa, Kotaro Fujisawa, Nobutoshi Yasutake, Misa Ogata, Yu Yamamoto, Shoichi Yamada
2. 発表標題 A novel formulation for the evolution of relativistic rotating stars
3. 学会等名 23rd International Conference on General Relativity and Gravitation (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 大川博督
2. 発表標題 W4法を用いたラグランジュ座標における相対論的回転星の構造解析
3. 学会等名 日本物理学会2023年春季大会「中性子星クラストの理論研究：原子核物理と宇宙物理の交差点」(招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Hirotada Okawa
2. 発表標題 Relativistic rotating stars in the Lagrangian formulation by the W4 method
3. 学会等名 iTHEMS seminar (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 大川博督
2. 発表標題 新たな非線形連立方程式の解法 - ニュートン・ラフソン法とW4法 -
3. 学会等名 電子情報通信学会 非線形問題研究会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 大川博督
2. 発表標題 新しい非線形連立方程式の解法(W4法)を用いた非線形楕円型方程式の解析手法の確立
3. 学会等名 WIAS Research Debriefing Session
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大川博督、藤澤幸太郎、安武伸俊、小形美沙、山本佑、山田章一
2. 発表標題 ラグランジュ描像における相対論的回転星の進化
3. 学会等名 日本物理学会2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hirotada Okawa, Kotaro Fujisawa, Nobutoshi Yasutake, Misa Ogata, Yu Yamamoto, Shoichi Yamada
2. 発表標題 A novel formulation for the evolution of relativistic rotating stars
3. 学会等名 23rd International Conference on General Relativity and Gravitation (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hirotada Okawa
2. 発表標題 Baroclinic Instability
3. 学会等名 Waseda Astrophysics Group Colloquium
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Nonlinear Solver Lab (WEB)
<https://hir0ok.github.io/w4/index.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------