

令和 5 年 6 月 23 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2020～2022

課題番号：20K03955

研究課題名(和文) 行列模型およびAdS/CFT対応はM理論の膜の量子論的性質を正しく捉えているか？

研究課題名(英文) Do matrix model and AdS/CFT correctly capture quantum properties of membranes in M-theory?

研究代表者

島田 英彦 (Shimada, Hidehiko)

京都大学・基礎物理学研究所・特定研究員

研究者番号：10625221

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,400,000円

研究成果の概要(和文)：ABJM理論はM理論と双対なAdS/CFT対応を与える。M理論の膜自由度はABJM理論のモノポール演算子と対応する。膜自由度に対応する重い演算子(H)と重力場に対応する軽い演算子(L)を含むHHL相関関数を調べた。結果は超幾何級数による簡明な表式となる。ゲージ理論側では全ての演算子がBPSな場合の局所化の方法と大角運動量近似のみによる方法がある。またM理論の膜自由度を記述する世界面上の理論について、新たな異方的スケール対称性があることを見出した。これは膜の拡がりの有無に応じて自発的に破れるのだが、同様の異方的スケール対称性及びその破れを示す厳密に解ける理論を見出しその性質を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

統一理論の有力候補である弦理論の最大の課題は非摂動効果の理解である。非摂動効果で中心的役割を果たすM理論の量子効果を理解するのはそのために重要である。定式化の2つの候補「行列模型」および「ABJM理論」のそれぞれで物理量を独立に計算する枠組みを推し進め、特にHHL相関関数と呼ばれる量を計算した。さらにM理論の膜自由度の理論を規定する新しい異方的スケール対称性を見出しその対称性を持つ理論の雛形として厳密に解ける模型を見出した。M理論の量子効果の理解に向けての進展であると共に、幅広い応用を持つ異方的スケール不変理論の性質の理解に向けての進展も得られた。

研究成果の概要(英文)：ABJM theory provides a (AdS/CFT)dual to M-theory. The membrane degrees of freedom in M-theory correspond to the monopole operators in ABJM theory. We investigated the HHL correlation function containing heavy operators (H) corresponding to membrane degrees of freedom and light operators (L) corresponding to gravity fields. The result is a concise expression by hypergeometric series. In the gauge theory side, there are methods of localization applicable when all operators are BPS, and the large angular momentum approximation. We also found that there is a new anisotropic scale symmetry on the worldvolume theory describing the membrane degrees of freedom in M-theory. This can be spontaneously broken depending on whether the membrane is extended or not. We have found a theory that can be solved exactly showing similar anisotropic scale symmetry and its breaking.

研究分野：素粒子論

キーワード：超弦理論 M理論 行列模型 AdS/CFT対応

1. 研究開始当初の背景

宇宙の起源や所謂ブラックホールの情報問題など時空の基本的性質を考える際、重力の量子化は避けて通れない問題である。弦理論は統一理論の最有力候補だが、摂動的にしか定義されていないという大きな欠陥を抱えている。

私は、非摂動的性質と定式化を理解するための突破口を得るには、M理論を量子論レベルで理解することが重要だと考えている。M理論とは弦理論のある強結合極限が、弦ではなく膜を自由度とする理論に化けるという予想である。M理論の量子的性質を調べることは—BPS状態(対称性による制約が強く計算しやすい一方で動的な情報に乏しい)以外は—難しい。M理論をどのような自由度・作用によって定式化すべきかが未確立だからである。特にM理論を特徴づける膜自由度に関する物理量を何らかの定式化で計算したときその結果が正しくM理論の物理を捉えていることを実証するのは難しい。例外は低エネルギーで膜が点粒子につぶれる極限(重力理論の予言と比較できる)だが、それでは膜の本質である「拡がり」の効果を捉えられない。

2. 研究の目的

「M理論の膜の物理の量子効果はどのようなものか」「量子効果の計算を信頼性を担保しつつ実行するにはどうすればよいか」という問いに答えることが目的である。特に、M理論における最も基本的な膜の量子論的な物理量である「(a) 膜の振動スペクトルの量子補正」「(b) 膜自由度の分裂(合体)による相互作用」を(後述する近似の下で) 実証可能な形で計算する枠組みを構築すること、すなわちM理論の定式化をこのレベルで確立すること、そしてそれにより実際にM理論の膜の量子効果を計算し、その性質を理解することである。

3. 研究の方法

行列模型(M理論が特定の行列自由度の量子力学と等価であるという予想)とAdS/CFT対応(AdS空間とよばれる背景上のM理論がABJM理論と呼ばれる特定の3次元ゲージ理論と等価であるという予想)の2つのM理論の定式化の候補を用いる。本研究ではM理論の物理量を行列模型とABJM理論の2つの理論で独立に計算して比較する。結果が一致すれば「行列模型がM理論を正しく記述する」および「ABJM理論が(AdS/CFT対応を通じて)M理論を正しく記述する」ことの強い証拠が得られる。

4. 研究成果

既にM理論で重要な膜の自由度がABJM理論での磁気モノポールのな自由度を生み出すモノポール演算子と対応することを示している。(S. Kovacs, Y. Sato, and H. Shimada, “Membranes from monopole operators in ABJM theory: large angular momentum and M-theoretic AdS₄/CFT₃”, arxiv:1310.0016 [hep-th], Progress of Theoretical and Experimental Physics, (2014) 093B01, S. Kovacs, Y. Sato, and H. Shimada, “On membrane interactions and a three-dimensional analog of Riemann surfaces”, arxiv:1508.03367 [hep-th], JHEP **02** (2016) 050.)

(1) 本研究では膜自由度に対応する「重い演算子」と通常の重力場(AdS背景のまわりの11次元超重力理論の場のゆらぎ)に対応する「軽い演算子」を含む、「重い演算子」2つと「軽い演算子」1つからなる三点関数、いわゆる「heavy-heavy-light 相関関数」を調べた。

重力側の計算は、M理論の行列模型を用いる。具体的にはAdS空間中の膜自由度の運動方程式の特定の解を同定し、その解に特定の摂動を加えたとき、作用関数がどのように変化するかを計算した。結果は超幾何級数による非自明ながらも簡明な表式となることを見出した。この計算は膜のいわゆるDirac-Nambu-Goto型の作用に基くものである。結果は超幾何級数によって表わされる非自明でありながらも簡明な表式となる。現在論文準備中である。(CERN 小松尚太氏との共同研究。)

ゲージ理論側の計算は、2通りの方法があり、双方を追及した。一つは全ての演算子がBPSな場合につかえる局所化の方法である。もう一つはBPS条件を用いずに大角運動量近似のみによる方法である。前者は大角運動量近似に依存しない厳密な結果が得られる一方でBPS演算子に限られてしまう。後者は大角

運動量近似に依存する一方で BPS に限らないという長所があり、相補的になっている。

また、同様な計算が、膜の「双対」である M 理論のもう一つの重要な自由度、M5 プレーン、についても可能であることを見出した。

(2) M 理論の膜自由度を記述する世界面上の理論について、今まで着目されていなかった一種の異方的スケール変換についての対称性があることを見出した。具体的には世界面上の理論の時間座標 τ 、空間座標 $\sigma^i (i = 1, 2)$ を $\tau \rightarrow \alpha^2 \tau, \sigma^i \rightarrow \alpha \sigma^i$ と変換する、いわゆる異方的スケール指数 $z = 2$ のスケール変換を発見した。このスケール不変性は膜自由度の物理的性質を規定する強力な対称性である可能性がある。興味深いのはこのスケール不変性は膜の拡がりの有無に応じて自発的に破れ、低エネルギーでは $z = 1$ のスケール対称性が実現されることである。

私は全く同じ同様の異方的スケール対称性及びその破れを示す厳密に解ける理論 (いわゆる Calogero 模型を第二量子化し場の量子論と捉えなおしたもの) を見出しその性質を明らかにした (津山高専島田悠彦氏との共同研究. Hidehiko Shimada and Hirohiko Shimada, “Exact four-point function and OPE for an interacting quantum field theory with space/time anisotropic scale invariance”, arxiv:2107.07770 [hep-th], JHEP 10 (2021) 030.) この模型でも理論は $z = 2$ の異方的スケール不変性を持つのだが、理論のある演算子に真空期待値をもたせると $z = 2$ スケール不変性は破れ、低エネルギーでは $z = 1$ スケール不変性が実現するのである。

このような異方的スケール対称性を持つ場の理論は、非平衡統計力学、原子核理論、物性理論、量子相転移など広範な応用を持ちそれ自体として興味深い。しかし、このような場の理論の理解は等方的スケール不変性を持つ理論 (特にいわゆる共形対称性を持つ理論) に比べて理解が不十分である。特に等方的な場合は共形ブートストラップとよばれる演算子積展開 (OPE) の無矛盾性 (結合律) に基づく手法があるが、異方的の場合 OPE の性質は殆ど分っていない。この論文で私は OPE まで厳密に計算できる異方的理論を見出し、実際に OPE が結合律を満すことを異方的理論について初めて示し、OPE がチャンネルによって漸近級数になったり収束級数になったりするという興味深い数理現象も発見した。

(3) 膜上の場の理論が境界を持つ場合は膜の物理と AdS/CFT 対応について本質的な進展を与える可能性がある。実際、最も標準的な AdS/CFT 対応 (AdS 空間上の弦理論と 4 次元の最大超共形対称性を持つゲージ理論の対応) に大きな進展をもたらしたいわゆる integrability の手法では、弦の世界体積に境界を導入し、それによって得られる対称性の拡大に着目することが進展の大きな鍵であった。このような境界をもつ場の理論ではいわゆる量子アノマリーが理論の性質を調べる鍵となる。量子アノマリーはある演算子の複素行列式の回転数と関係することが知られているが、その回転数よりも詳細な情報を持つ固有値スペクトルの集団的回転数の概念を見出した。特に、集団的回転数が通常的回転数とは本質的に異なる例 (複数の固有値が協力して回転数 1 をつくりだす場合) も見出した。現在論文準備中である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Hidehiko Shimada, Hirohiko Shimada	4. 巻 2021
2. 論文標題 Exact four-point function and OPE for an interacting quantum field theory with space/time anisotropic scale invariance	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP10(2021)030	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Hidehiko Shimada
2. 発表標題 "Exact computation of operator product expansion for an interacting model with space/time anisotropic scaling symmetry"
3. 学会等名 研究会 "YITP Workshop Strings and Fields 2020"（国際学会）
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Hidehiko Shimada
2. 発表標題 "Bose-Einstein Condensation and large-N colour confinement"
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会
4. 発表年 2020年～2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------