

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 18 日現在

機関番号：34416

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K04294

研究課題名（和文）球面クエット乱流遷移の数値モデル拡張と実験的検証

研究課題名（英文）Numerical modelling and experimental study of transitions in spherical Couette flow

研究代表者

板野 智昭 (Itano, Tomoaki)

関西大学・システム理工学部・教授

研究者番号：30335187

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：先行研究を参照して実験装置を設計し組み立てた上で、装置全体が回転できるような拡張を施すとともに、装置下部に窓を開けそこから流れの観察が可能となるよう装置の改良も行った。フレークを注入し流れの可視化を行うことにより、軸対称流れとそこから遷移で現れるスパイラル状態を観察できるようにした。高精度トルクメーターを購入し、レイノルズ数とトルクの関係から遷移レイノルズ数を特定し、過去の研究成果との比較を行った。また、ナビエ=ストークス方程式に基づき、二重球面間の粘性流体の流れのシミュレーションコードを、スペクトル法をベースに開発した。計算結果と実験を比較することで、相補的に各々の妥当性を定量的に検証した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

極と赤道付近で発生源が異なる不安定性が競合し、半径比に依存して不安定化因子の優越が変化し複雑な遷移を示すクエット流に対して、遷移レイノルズ数を理論的にも実験的にも検証することができた。先行研究において古典的な流れの可視化により遷移が同定できていた謎が、流れの中を並進・回転するフレークを運動を数値的に解析することで明らかになった。また熱的因子が加わった場合、スパイラル状態が球殻内熱対流に連続的に接続することが数値計算から明らかになった。

研究成果の概要（英文）：Designing and assembling the experimental apparatus under reference to previous studies, the experimental setup was extended to allow the rotation of the entire system and the observation of the flow through a window at the bottom of the apparatus. By injecting flakes to visualise the flow, the axisymmetric flow and the spiral state can be confirmed in the transition. A high-precision torque meter was employed to measure the transition Reynolds number, which was compared with previous research. A simulation code for viscous fluid flow between double concentric spheres based on the Navier-Stokes equations was also developed on the basis of the spectral method. The complementary validity of numerical and experimental results was quantitatively verified.

研究分野：流体物理学

キーワード：球面クエット流 数値計算 可視化

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

回転二重球面間の流体運動は、惑星の核ダイナモ領域や大気循環、恒星の対流放射層等、天体に偏在する流れである。乱流化の因子は、コリオリ力の下での熱的・磁気対流不安定性に加えて、差動回転する二球面間の剪断が挙げられる。地球であれば、マントル以深に液体領域(外核)が存在し、外核よりさらに深部には球形の固体領域(内核)が存在することが地震波観測から明らかにされていたが、その後、外核を挟んで内核とマントルの間に東西方向に僅かな自転角速度差が観測され、外核は剪断性乱流状態にある可能性が指摘されるようになった。また、恒星においても放射層を挟む上下層の剪断が乱流混合を促進し、層間物質輸送や生成磁場の従来推定量を覆す可能性が議論されている。これらの発見を背景として、1970年代から、差動回転する二重球面間乱流、いわゆる球面クエット乱流の遷移が注目されてきた。

先行研究の室内実験で得られた球面クエット流の相図によれば、レイノルズ数の増加にともなう流れの遷移は、二球面の半径比(アスペクト比)によって大きく異なる。比が大きい場合は、(差動回転二平板間流で近似しうる極付近の流れの不安定性により)レイノルズ数の増加にしたがい層流からスパイラル状の二次流へと段階を経て乱流に至る。一方で、比が小さい(球面間距離が内球スケールに比べ狭い)場合には、二重円筒間流(テイラークエット流)のように最初赤道付近に軸対称なテイラー渦が生まれる。球面クエット流では、極と赤道付近で発生源が異なる不安定性が競合し、半径比に依存してこれら因子の優越が変化し複雑な遷移を示す。遷移の多様性のみならず、低レイノルズ数での基本解さえ解析的に表現できない点、レイノルズ数増減のヒステリシスにより異なる状態が生まれる点など、球面クエット流は天体の核の周りに生まれる普遍的な流れであるにもかかわらず、複合的な不安定性因子を持ち乱流遷移に不明な点が多く残されたままである。

### 2. 研究の目的

このように不明な点が残されている球面クエット流に対し、本研究では、数値流体力学と実験流体力学を相補的に用いることにより、流れの乱流遷移を再考し、とくにアスペクト比が小さい場合に対し臨界レイノルズ数を求めることを研究の主な目的とした。従来の研究では導入されなかったことがない球形から楕円体への拡張や、流体を挟む内外楕円体面の重心位置が時間とともに異なる位置へふらつく自由度もモデルに盛り込み、将来的に球面クエット流の相図を拡張することも目論んでいる。

### 3. 研究の方法

先行研究を参照して右概略図に示すような設備を初年度に考案し、部品などを入手の上、研究室にて組み立てた。2年目以降は外部球面が回転できるような拡張を装置下部に施した。また、装置下部に窓を開け、下から流れの観察が可能となるよう装置の改良も行った。アルミニウムフレークを注入し流れの可視化を行うことにより、軸対称流れとそこから遷移で現れるスパイラル状態を観察できるようにした。高精度トルクメーターを購入し、レイノルズ数とトルクの関係から遷移レイノルズ数を特定し、過去の研究成果との比較を行った。また、ナビエ=ストークス方程式に基づき、二重球面間の粘性流体の流れのシミュレーションコードを、スペクトル法をベースに開発した。計算結果と実験を比較することで、相補的に各々の妥当性を定量的に検証した。

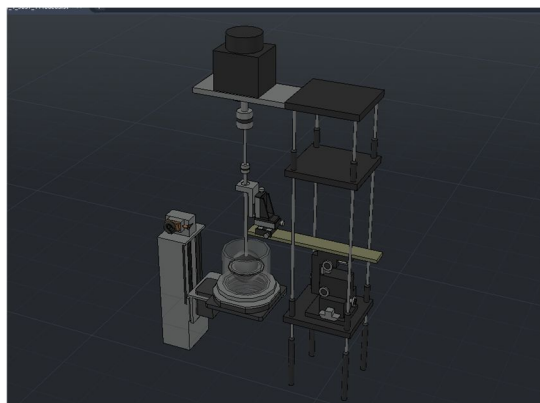


図1 装置概略図

### 4. 研究成果

#### A) ニュートン法によるスパイラル状態の分岐解析

球面間に充填された粘性流体の流れは非圧縮ナビエ=ストークス方程式に従う。ガラキンス=スペクトル法をベースにして一定の角速度で進行する流れの定常回転波解を求めるニュートン=ラプソン法のコードを開発した。このコードを用いて解を接続していくと、ワイドギャップ球面クエット流(SCF)の代表的なケースである半径比  $=1/2$  において、4-fold スパイラル状態(図2(a)と(b))が軸対称状態からレイノルズ数  $Re=489$  で最初に分岐することが確認できた。これよりもわずかに高い  $Re=491$  で軸対称状態から分岐する3-fold スパイラル状態(図2(c)と(d))は、相空間内でレイノルズ数の増加とともに急速にその吸引域を拡大することが、状態空間における不安定な周期解と両スパイラル状態との距離を測定することで判明した。状態空間における吸引域の急速の拡大は、後から分岐した3-fold スパイラル状態が実験的に比較的良好に実現することを説明づけている。

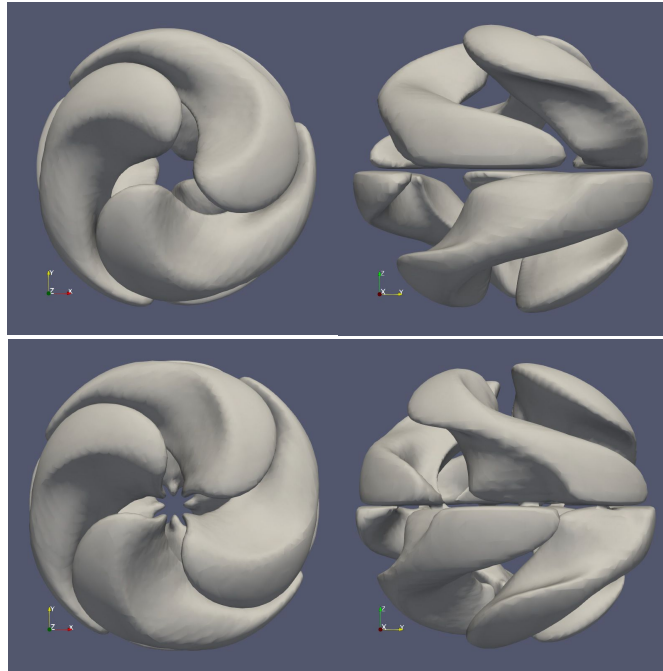


図2 (上) 4-fold スパイラル状態 (下) 3-fold スパイラル状態

掲載: “Bifurcation aspect of polygonal coherence over transitional Reynolds numbers in wide-gap spherical Couette flow”, Fumitoshi Goto, Tomoaki Itano, Masako Sugihara-Seki, Takahiro Adachi, Physical Review Fluids, Vol. 6, p.113903, 2021年11月

#### B) スパイラル状態の可視化実験と数値可視化シミュレーションの比較

球面クーエット流の実験は1970年ごろから盛んに行われるようになり、レイノルズ数の増加に伴い流れが段階的に乱流へ遷移することが示唆されてきたが、特にワイドギャップの場合にはEgbers and Rath [Acta Mech. 111 pp. 125-140 (1995)]の研究によって、最初の遷移で現れる流れがスパイラル状の流れであることが明らかにされた。彼らの実験で得られた臨界レイノルズ数は、当時の数値的な予測とも一致していたが、なぜ少量のアルミニウムフレークを作動流体に混合するような古典的な流れの可視化手法によってスパイラル状態が可視化できたのかという根本的な疑問は残されたままであった。我々は、水平にレーザーシートを球面間流れに照射し、シート光上を漂うアルミニウムフレークからの反射光によりスパイラル状態を可視化した。流れの可視化原理は先行研究とほぼ同等のものと考えられるが、実験から得られた位相速度と数値的に推論された位相速度の比較から、流れが3-fold スパイラル状態であることを同定することができた。また、数値的に得られたスパイラル状態の流れの中を移流する無限小平面粒子の並進と回転の運動方程式を解くことにより、反射光の視覚的分布を仮想的に再現し、実験的に得られた像とよく一致することを確認できた(図3)。

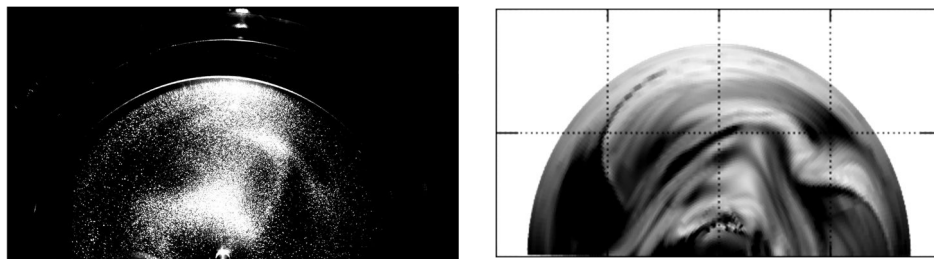


図3 (左)アルミニウムフレークを混入することで可視化された  $Re=600$  における 3-fold スパイラル状態と(右) 数値的に得られた 3-fold スパイラル状態の中を漂う無限小平面粒子からの反射光による可視化結果

掲載: “Numerical reproduction of the spiral wave visualized experimentally in a wide-gap spherical Couette Flow”, Kazuki Yoshikawa, Tomoaki Itano, Masako Sugihara-Seki, Physics of Fluids Vol.35, p.034110, 2023年3月

- C) 熱的不安定性因子を加えた球面クエット流れのシミュレーション  
 層流状態から遷移直後の流れが持つ対称性は、その力学的不安定性と形状によって規定されることが多い。本研究では、その一例として、球面クエット流に熱成層効果をもたせることで、天体核内の剪断性熱対流を模擬した。半径比 1/2 の場合、熱的な効果が小さい状態で剪断だけを増やしていくと、系は球状クエット流において生まれるスパイラル状態に達する。この状態が熱成層系にスムーズに接続することの証明はこれまでなされてこなかった。ホモトピーによる手法から、球面クエット流で求められた 3-fold スパイラル状態が、球面間熱対流では球面調和モード  $Y_{l=4}^{m=3}$  からなる熱対流状態に連続的に接続することが分かった。

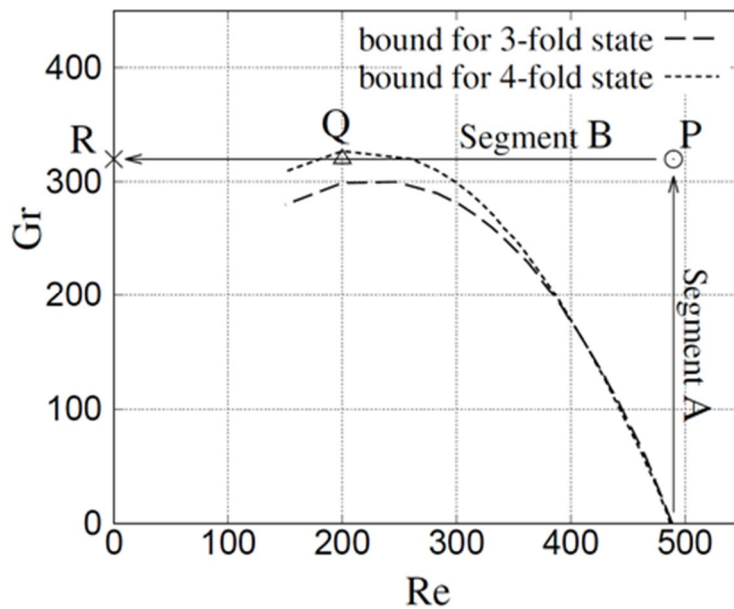


図4 横軸  $Re$  は球面間の速度差に比例しており剪断流の度合いを表す。一方、縦軸  $Gr$  は球面間の温度差に比例しており熱対流の度合いを表す。 $(Re, Gr) = (490, 0)$  から線分 A に沿ってスパイラル状態を連続的に接続し、P に達した後、線分 B に沿って点  $R(Re, Gr) = (0, 320)$  まで接続することで、球面調和モード  $Y_{l=4}^{m=3}$  からなる熱対流状態を作ることができる。

掲載：“A thermal convection limit of spiral state in wide-gap spherical Couette flow”, Tomoaki Itano, Fumitoshi Goto, Kazuki Yoshikawa, Masako Sugihara-Seki, Physics of Fluids, Vol. 34, Issue 6, p.064111 2022年6月

- D) 外球面の回転によるスパイラル状態の不安定化  
 先行研究を参考にして組み立てた装置で球面クエット流のスパイラル状態を実験で再現することができ、また、それと同一の流れ場を数値計算によっても実現することができた。しかしながら、これらの状態は外球面を静止させた時にのみ実現された状態であり、天体核のように系全体が回転した状態で実現されたものではなかった。研究期間後半に行った装置の拡張により装置全体が回転できるようになったことから、現在、系全体の回転を摂動ととらえて、摂動に対するスパイラル状態の存在範囲を調査している。系全体の回転が正回転・逆回転いずれの場合においても、スパイラル状態の存在範囲が狭まることが実験および数値計算両面から分かってきた（今後発表予定）。
- E) 楕円体の回転  
 内球を楕円体とした場合の実験を現在進めている。楕円体の短径と長径を各々  $a, b$  に対してレイノルズ数を  $Re = ab\Omega/\nu$  とすることで、内球が真球の場合に得られた先行研究との対比を行うことができる。楕円体を用いた場合も軸対称状態からスパイラル状態への遷移を観測することができ、その遷移レイノルズ数は  $Re_a = a^2\Omega/\nu$  と  $Re_b = b^2\Omega/\nu$  の間にあることを実験的に確認することができた（今後発表予定）。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kazuki Yoshikawa, Kazuyuki Nakagawa, Isshin Arai, Kazuki Sakakibara, Tomoaki Itano	4. 巻 66
2. 論文標題 Visualization and Analysis of viscous fluid flow in spherical Couette System	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Science and Technology Reports of Kansai University	6. 最初と最後の頁 17-23
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuki Yoshikawa; Tomoaki Itano; Masako Sugihara-Seki	4. 巻 35
2. 論文標題 Numerical reproduction of the spiral wave visualized experimentally in a wide-gap spherical Couette flow	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physics of Fluids	6. 最初と最後の頁 34110
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1063/5.0144365	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kaito Kashi, Shoya Kurata, Zehan Gong, Tomoaki Itano	4. 巻 65
2. 論文標題 Comparison between Experimental and Theoretical Visualization of Thermal Convection Using the Photoelastic Effect	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Science and Technology Reports of Kansa University	6. 最初と最後の頁 45--48
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Goto Fumitoshi、Itano Tomoaki、Sugihara-Seki Masako、Adachi Takahiro	4. 巻 6
2. 論文標題 Bifurcation aspect of polygonal coherence over transitional Reynolds numbers in wide-gap spherical Couette flow	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review Fluids	6. 最初と最後の頁 113903
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevFluids.6.113903	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tomoaki Itano, Fumitoshi Goto, Kazuki Yoshikawa, Masako Sugihara-Seki	4. 巻 34
2. 論文標題 A thermal convection limit of spiral state in wide-gap spherical Couette flow	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physics of Fluids	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0091287	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fumitoshi Gotoh, Tomoaki Itano, Sotos C. Generalis	4. 巻 63
2. 論文標題 Numerical exploration of the spiral state in the pattern formation of the Swift-Hohenberg equation on a sphere	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Science and Technology Reports of Kansai University	6. 最初と最後の頁 13-20
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tomoaki Itano	4. 巻 90
2. 論文標題 A Simple Dynamical Model of a Freely Falling Train of Rigid Segments	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 1-7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7566/JPSJ.90.044401	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Akinaga, T.M. Harvey-Ball, T. Itano, S.C. Generalis, E.C. Aifantis	4. 巻 42
2. 論文標題 On the Problem of Resonant Incompressible Flow in Ventilated Double Glazing	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Lobachevskii Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 吉川和希, 荒井一心, 榊原和樹, 板野智昭, 関眞佐子
2. 発表標題 同心二重球面間における剪断流れの可視化と解析
3. 学会等名 日本物理学会 第79回年次大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 荒井一心, 吉川和希, 榊原和樹, 板野智昭, 関眞佐子
2. 発表標題 球面クエット流の実験におけるスパイラル状態の可視化のメカニズム
3. 学会等名 日本物理学会 第79回年次大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 板野智昭, 吉川和希, 中川和幸, 荒井一心, 榊原和樹, 関眞佐子
2. 発表標題 アスペクト比の大きな同心球面間剪断流における流れの可視化と数値計算
3. 学会等名 京大 数理解析研究所 RIMS共同研究（公開型）「乱流の素過程」
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 吉川和希, 中川和幸, 板野智昭, 関眞佐子
2. 発表標題 球面クエット流れにおけるスパイラル状態の角速度の測定
3. 学会等名 日本物理学会 2022年秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 板野智昭、吉川和希、関眞佐子
2. 発表標題 球面クエット流れにおけるスパイラル状態の可視化
3. 学会等名 日本流体力学会 年会2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 賀集海斗、蔵田翔也、ゴンゼハン、板野智昭、関眞佐子
2. 発表標題 光弾性を用いた平行平板間熱対流の可視化
3. 学会等名 日本物理学会 2022年秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 後藤史利、板野智昭、関眞佐子、足立高弘
2. 発表標題 球面間クエット流れのスパイラル解の探索
3. 学会等名 日本流体力学会年会2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Fumitoshi Goto, Tomoaki Itano, Masako Sugihara-Seki
2. 発表標題 Bifurcation of polygonal spiral patterns in wide-gap spherical Couette flow
3. 学会等名 74th Annual Meeting of the American Physical Society 's Division of Fluid Dynamics
4. 発表年 2021年



1. 発表者名 Tomoaki Itano, Fumitoshi Goto, Masako Sugihara-Seki
2. 発表標題 Flake alignment in the secondary wave in a wide spherical Couette flow
3. 学会等名 74th Annual Meeting of the American Physical Society's Division of Fluid Dynamics
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

ATM2BT <a href="https://eu-atm2bt-project.org/">https://eu-atm2bt-project.org/</a>
---

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------