1版

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　５ 年　 ５ 月 １５ 日現在

機関番号：１５４０１

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2022

課題番号：２０Ｋ０４５３５

研究課題名（和文）閉ループ同定アルゴリズムの開発及び統計的な方法に基づくシステム同定の展開

研究課題名（英文）Development of closed-loop identification algorithms and system identification based on statistical methods

研究代表者

田中　秀幸（Hideyuki, Tanaka）

広島大学・人間社会科学研究科（教）・教授

研究者番号：９０３０３８８３

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　1,800,000円

研究成果の概要（和文）：不安定系や本質的にフィードバックが必要なシステムに対し，閉ループ同定は重要である。本研究では，不安定な線形時不変系に対し，モデル低次元化を行うことなく，同定対象の最小実現を求める二つの閉ループ部分空間同定法を開発した。一つは安定プロパーな実有理伝達関数の集合上の左右既約分解とブロック下三角テプリッツ行列に基づく方法であり，もう一つは同定対象と補償器のイノベーションの直交分解に基づく方法である。また，部分空間同定法による知見を活かし，線形パラメータ変化システムの同定のための閉ループ同定を研究した。カーネル最小二乗法とカーネル正準相関分析を用いて，一段先の予測誤差に基づく状態推定を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義
　制御系の設計解析には正確なモデルが必要である。従来，不安定な線形時不変系の閉ループ同定では，ARMAXモデルのように同定対象と雑音モデルの分母が共通のモデルで同定を行っていた。このため雑音を含んだモデルで同定する必要があった。本研究では，Box-Jenkins モデルのように異なる分母を持つモデルを考え，低次元化せず同定対象の最小実現を求める部分空間同定法を開発した。
　線形パラメータ変化システムは，線形系の直観を保ちながら非線形な制御問題への枠組みを与える有力な方法である。非線形問題を凸問題へと帰着する強力な方法であるカーネル法を用い，線形パラメータ変化システムの同定に関する研究を行った。

研究成果の概要（英文）：Closed-loop identification is important for unstable systems and systems that inherently require feedback. In this research project, we developed two closed-loop subspace identification methods for an unstable linear time-invariant system to find the minimal realization of the plant without a model reduction step: One is based on the left-right coprime factor decomposition over the set of stable proper real rational transfer functions and on the block-lower-triangular Toeplitz matrices, and the other is based on the orthogonal decomposition of the plant and controller innovations. In addition, we studied closed-loop identification for a linear-parameter-varying system based on the knowledge of subspace identification methods. We obtained the state estimation based on the one-step-ahead prediction error using the kernel least squares method and kernel canonical correlation analysis.

研究分野：システム同定

キーワード：閉ループ同定　部分空間同定法　不安定系の同定　最小実現　確率実現　LPVシステムの同定　カーネル法

１．研究開始当初の背景

１．１．閉ループ同定について

不安定システムや本質的にフィードバックをはずすことができないシステムの同定において，閉ループ同定法は重要である。閉ループ同定は部分空間同定法 (たとえば [1] を参照) と相性が良く，これまでに SSARX[2] や PBSID[3] のような高次 ARX モデルに基づく閉ループ部分空間同定法が開発されている。部分空間同定法は，動的システムから観測される入出力データからデータ行列を構成し，状態空間モデルを求める同定法である。

システム同定においてモデル構造やモデルの次数の選定は重要な問題であり，伝達関数法では ARMAX モデルや Box-Jenkins モデル等を用いながら同定が行われてきた [4]。ARMAX モデルと Box-Jenkins モデルは同定対象と雑音モデルの分母が共通かそうでないかの違いがあるが，状態空間表現においては，不安定な同定対象に対しそのような観点から十分に研究されたとは言い難かった。

離散時間の線形時不変系の同定対象の入力を u_t, 出力を y_t とし，つぎのモデルを考える。

$$y_t = P_u(z)u_t + P_e(z)e_t$$

ただし，z^{-1} は遅れを表す演算子であり，$P_u(z)$ は同定対象，$P_e(z)$ は雑音モデルの伝達関数とし，e_t は白色雑音である。$P_u(z)$ は不安定であるとし，補償器により安定化されているとする。同定対象を内部安定化する補償器は次式であるとする。

$$u_t = C_y(z)y_t + C_f(z)f_t$$

f_t は白色雑音であり，e_t と f_t は無相関であるとする。以下のように伝達関数行列を記述する。

$$P(z) := [\ P_e(z) \quad P_u(z)\ ]$$
$$C(z) := [\ C_y(z) \quad C_f(z)\ ]$$

このとき，閉ループ系は図１のように表される。

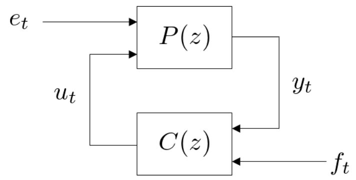


図 1: 閉ループ系

同定対象の入出力データ u_t と y_t が観測されるとする。PBSID や SSARX では次のイノベーションモデルとよばれる状態空間表現を用いる ($A - KC$ は安定)。

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + Ke_t \tag{1a}$$
$$y_t = Cx_t + e_t \tag{1b}$$

(1) 式で，同定対象 $P_u(z)$ と雑音モデル $P_e(z)$ の A 行列は共通である。したがって，このモデルで同定する場合は雑音を含んだモデルで次数を決定する必要があり，同定対象だけの最小実現を求める場合には低次元化が必要であった。そこで，以下のモデルを用いることが考えられる。

$$\left\{\begin{array}{rcl}\hat{x}_{t+1} &=& A_u\hat{x}_t + B_u u_t \\ \hat{y}_t &=& C_u\hat{x}_t\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcl}\tilde{x}_{t+1} &=& A_e\tilde{x}_t + K_e e_t \\ \tilde{y}_t &=& C_e\tilde{x}_t + e_t\end{array}\right. \qquad y_t = \hat{y}_t + \tilde{y}_t \tag{2}$$

(1) 式を伝達関数形式で表すとすれば，以下のような ARMAX モデルの形式となる。

$$P_u(z) = \frac{G(z)}{F(z)}, \quad P_e(z) = \frac{D(z)}{F(z)}$$

一方，(2) 式を伝達関数形式で表すとすれば，以下の Box-Jenkins モデルの形式となる。

$$P_u(z) = \frac{G(z)}{F(z)}, \quad P_e(z) = \frac{D(z)}{H(z)}$$

不安定な同定対象に対し，いわゆるモデル低次元化 (たとえば [5]) をすることなく，(2) 式の同定対象 $P_u(z) = C_u(zI - A_u)^{-1}B_u$ の最小実現を求める部分空間同定法はなかった。ORT 法 [6] は直交分解により (2) 式の実現を求める方法であるが，開ループ同定に対する方法であった。

１．２． LPV システムの同定について

線形時不変系に対する同定から線形パラメータ変化 (LPV: Linear Parameter Varying) システムへの拡張が試みられている。LPV システムは，係数がスケジューリングパラメータ ρ_t によって表される線形システムであり，以下のシステムがよく用いられる。

$$x_{t+1} = A(\rho_t)x_t + B(\rho_t)u_t + K(\rho_t)e_t \tag{3a}$$

$$y_t = C(\rho_t) + e_t \tag{3b}$$

LPV システムの同定には，パラメータを動かして同定する大域的方法と，パラメータを固定して局所的なモデルから全体モデルを求めるを求める局所的方法が存在するが，局所的な方法は一般的に非凸最適化問題となる。そこで，本研究代表者は統計的学習理論の分野で用いられるカーネル法を用いながらインパルス応答を求めることで，補間によるパラメータ依存システムの同定に関する研究を行った (SICE 2019 で発表)。しかし，本研究代表者がそれ以上の研究を進めるためには，線形時不変系に立ち戻って部分空間同定法の知見を利用することが必要であると考えられた。

以上により，不安定系な線形時不変系の同定について部分空間同定法に関する知見を蓄積しながら，カーネル法により LPV システムの同定へとアプローチすることにより，システム同定に対する新たな可能性が出てくる可能性が考えられることから，本研究の申請に至った。

２．研究の目的

本研究の目的は，部分空間同定法に関する知見に基づき，以下を行うことである。

- 閉ループ下にある不安定な線形時不変な同定対象に対し，同定対象のみの最小実現を求める同定法を開発すること。
- 統計的手法や機械学習を用いパラメータ依存システムの同定を行なうこと。具体的には，閉ループ下にある LPV システムに対し，精度の良い対象モデルを求める方法を考察する。
- 部分空間同定法に関することで新たなシステム同定の展開をはかる。

３．研究の方法

線形時不変系において，低次元化することなく閉ループ下にある同定対象の最小実現を求める方法の一つとして，航空宇宙分野の状態空間法に対する同定法である OKID[7] がある。しかし，この方法は同定対象が安定系のものを対象としており，不安定系を対象としたものではなかった。本研究では，制御系解析設計で用いられる安定プロパーな有理関数行列集合上の左右既約分解 (たとえば [5]) を用い，それらのインパルス応答から不安定系に対するシステム同定法を導出する。

本研究を行うにあたって，線形時不変系の部分空間同定法で代表的な N4SID 法 [8] や PBSID 法 [3] を参考に，以下の部分空間同定法の概略に基づいて考察する。

線形時不変系の部分空間同定法の概略:

Step 1: 拡大可観測行列 $\mathcal{O}_\tau$ と状態 x_t の積からなる，<u>状態の項 $\mathcal{O}_\tau x_t$</u>を推定する。

Step 2: 正順相関解析 (CCA: Canonical Correlation Analysis) あるいは特異値分解より，$\mathcal{O}_\tau x_t$ の推定値から<u>状態 x_t</u>を求める。

Step 3: 推定した状態 x_t より，<u>係数行列 (A, B, C, K)</u>を求める。

Step 1 は，雑音の影響を消去したり補償器の状態を消したりする上で重要なステップである。このことに着目し，線形時不変系の同定と LPV システムの同定法について，新たな同定アルゴリズムを導出する方法を考える。

４．研究成果

４．１．不安定系の同定について

不安定な線形時不変系に対する同定法について本研究では 2 つの方法を提案した。1 つ目は左右既約分解およびブロックテプリッツ行列に基づく方法であり，これはインパルス応答から同定対象の実現を求める方法である。2 つ目は同定対象と補償器のイノベーション e_t と f_t の推定を行い，それらに基づいて，入出力を補償器のイノベーション f_t の空間へ直交分解する方法である。同定対象の $P_u(z)$ の最小実現に対応する状態の項 $\hat{\mathcal{O}}_\tau \hat{x}_\tau$ から同定対象を推定する。

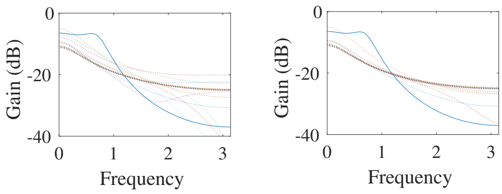
1 つ目の方法について，2020 年の第 63 回自動制御連合講演会，2021 年の 19th IFAC Symposium on System Identification (IFAC PaperOnline として採録)，第 8 回計測自動制御学

会制御部門マルチシンポジウム (MSCS2021) で発表した。2 つ目の方法について，2021 年の第 64 回自動制御連合講演会で発表した。

2021 年の第 64 回自動制御連合講演会での数値例を示す。以下の $P_u(z)$ と $P_e(z)$ を考える。

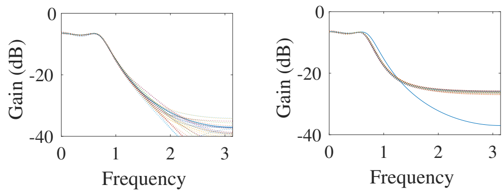
$$P_u(z) = \frac{0.1(z-0.01)}{(z-1.5)(z^2-1.224z+0.64)}, \quad P_e(z) = \frac{(z-0.8)(z-0.7)}{z^2-0.08488z+0.36}$$

補償器等の詳細は，第 64 回自動制御連合講演会の文献を参照のこと。$P_u(z)$ は不安定である。(1) 式で推定した場合と (2) 式で推定した場合の $P_u(z)$ の最小実現はそれぞれ 5 次と 3 次となる。30 回の数値シミュレーションにより比較した $P_u(z)$ の推定値のゲイン線図を示す。実線と点線は，それぞれ真値と推定値を表す。図 2 に OKID で推定した結果を示す。3 次でも 5 次でも適切に推定できていないことが分かる。図 3 に PBSID で推定した結果を示す。5 次で $P_u(z)$ を精度良く推定しているが，3 次ではできていない。図 4(第 8 回制御部門マルチシンポジウム，提案法 1), 図 5(第 64 回自動制御連合講演会，提案法 2) により推定した結果を示す。どちらの提案法においても，5 次の場合は多少結果が乱れているが，$P_u(z)$ の最小実現の次数の 3 次で精度良く推定できている。



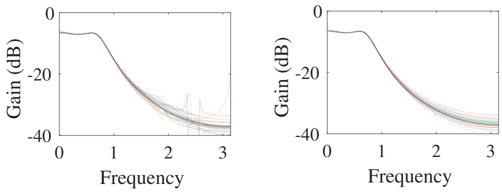
(a) 5 次で推定　(b) 3 次で推定

図 2: $P_u(z)$ のゲイン線図 (OKID)



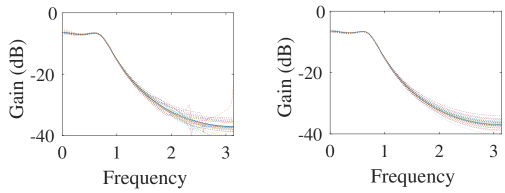
(a) 5 次で推定　(b) 3 次で推定

図 3: $P_u(z)$ のゲイン線図 (PBSID)



(a) 5 次で推定　(b) 3 次で推定

図 4: $P_u(z)$ のゲイン線図 (提案法 1)



(a) 5 次で推定　(b) 3 次で推定

図 5: $P_u(z)$ のゲイン線図 (提案法 2)

４．２．LPV システムの同定について

本研究では (3) 式の LPV システムに対し，つぎの補償器により安定化されているとする。また，入出力 u_t, y_t とスケジューリングパラメータ ρ_t が観測されるとする。

$$x^{\mathrm{c}}_{t+1} = A^{\mathrm{c}}(\rho^{\mathrm{c}}_t)x^{\mathrm{c}}_t + B^{\mathrm{c}}(\rho^{\mathrm{c}}_t)y_t + K^{\mathrm{c}}(\rho^{\mathrm{c}}_t)f_t, \tag{4a}$$

$$u_t = C^{\mathrm{c}}(\rho^{\mathrm{c}}_t)x^{\mathrm{c}}_t + f_t, \tag{4b}$$

結合入出力を $z_t := \begin{bmatrix} y_t^\top & u_t^\top \end{bmatrix}^\top$ のように記述し，$\rho_{i:j} := \begin{bmatrix} \rho_i^\top & \rho_{i+1}^\top & \cdots & \rho_j^\top \end{bmatrix}^\top$ のような記述を用いる $(i < j)$。

2020 年以前の LPV システムの閉ループ同定に関する有力な従来法としては，同定対象 (3) の $A(\rho_t)$ 等の係数行列がスケジューリングパラメータ ρ_t にアファインに依存するものがあった [9]。一方，パラメータ ρ_t の基底関数を見つけることの難しさから，ρ_t が係数行列に対しノンパラメトリックである場合に，カーネル法による LPV システムの同定が研究されており，2020 年時点で最も有力なものの一つとして Rizvi らによる多入多出力系に対する方法 [10] があった。彼らの方法は開ループ同定での設定で，過去 $(\rho_{0:\tau-1}, z_{0:\tau-1})$ と未来 $(\rho_{\tau:2\tau-1}, z_{\tau:2\tau-1})$ のカーネル正順相関解析 (KCCA: Kernel Canonical Correlation) により，状態 x_t を推定する方法を提案していた。この方法を線形時不変系の部分空間同定法の概略と比較すると，Step 1 の状態の項を推定することなく，いきなり Step 2 の状態 x_t を推定していることに相当している。このため，彼らの方法は雑音に弱い可能性があり，閉ループ系へ適用した場合に補償器の状態を含む可能性がある。そこで，部分空間同定法の Step 1 に相当する手順を行ってから，状態 x_t を推定する方法について研究を行った。

本研究では，カーネル最小二乗法により状態の項 $\mathcal{O}_{\tau:2\tau-1}x_\tau$ を推定した上でカーネル正順相関解析により状態 x_t を求める方法を提案した。ただし，$\mathcal{O}_{\tau:2\tau-1}$ は，$\rho_{\tau:2\tau-1}$ に基づく (F_t, C_t) の拡大可観測行列であり，$F_t := A(\rho_t) - K(\rho_t)C(\rho_t)$, $C_t := C(\rho_t)$ である。以上により，Step 1 で補償器の状態を消去しかつ雑音の影響を減らした上で，Step 2 でカーネル正順相関解析を行い状態 x_τ を推定することを提案している。Step 3 は従来と同じ方法を用いる。

カーネル正順相関解析を行う際，グラム行列のサイズが $N \times N$ とすると $O(N^3)$ の計算量があるため，Incomplete Cholesky Decomposition を用いて計算量を低減する方法も考察した。なお，Rizvi らの方法 [10] は開ループ同定として開発されたものであるが，(4) 式の ρ_t^{c} が固定されている場合，閉ループと同じ次数であれば彼らの方法を閉ループ同定に適用できることが分かった。(4) 式の ρ_t^{c} が固定されている場合の数値シミュレーションで Rizvi らの方法 [10] と比較したところ，彼らの方法より低い次数で同定できることや散らばりが小さいといった結果が得られた。

LPV システムの同定に関して，2022 年の第 9 回制御部門マルチシンポジウム (MSCS2022)，2023 年の第 10 回制御部門マルチシンポジウム (MSCS2023) で発表した。また，2023 年 7 月に開催予定の IFAC World Congress 2023 に採択された。

４．３．システムの同定に関する新たな展開について

閉ループ部分空間同定法で状態の項を推定する際に，高次 ARX モデルによる同定が行われる。非線形 ARX モデルに対し，乱択化フーリエ特徴関数によるカーネル法を用いる方法について考察した。得られた結果について，2022 年の第 65 回自動制御連合講演会で発表した。

部分空間同定法を用いた新たな理論や応用の展開を行った。人の動きをモーションキャプチャーでとらえ，難易度に応じて人に教示する方法を考察した。具体的に考察するために，人の手の動きを安定な線形時不変系にステップ入力を加えるモデルで同定する問題設定を行った。これに対し，各時刻における差分を取ることでインパルス応答と確定実現により同定する方法を示した。また，N4SID を用いモデリングする方法も考察した。この場合，PE 条件をみたしていないので，入出力の時刻をずらすことで同定する方法を考えた。これらにより，次数に応じて人の手の動きを簡略化し教示するためのモデルについて考察した。この内容を Journal of Robotics, Networking and Artificial Life に投稿し採択された (第 9 巻)。

この他，研究協力者と部分空間同定法に関して研究を行った。

参考文献

[1] T. Katayama. Subspace Methods for System Identification. Springer-Verlag London (2005)

[2] M. Jansson. Subspace identification and ARX modeling. IFAC Proceedings Volumes, Vol. 36, No. 16, pp. 1585–1590 (2003)

[3] A. Chiuso and G. Picci. Consistency analysis of some closed-loop subspace identification methods. Automatica, Vol. 41, No. 3, pp. 377–391 (2005)

[4] L. Ljung. System Identification: Theory for the User, Second Edition. Prentice Hall PTR (1999)

[5] K. Zhou with J. C. Doyle and K. Glover. Robust and optimal contrl. Prentice Hall (1996)

[6] G. Picci and T. Katayama. Stochastic realization with exogenous inputs and 'subspace-methods' identification, Signal Processing, Vol. 52, No. 2, pp. 145-160 (1996)

[7] J.-N. Juang, L. G. Horta M. Phan, and R. W. Longman. Identification of observer/Kalman filter Markov parameters: Theory and experiments. Journal Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 16, No. 2, pp. 320–329 (1993)

[8] P. Van Overschee and B. De Moor. N4SID: subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. Automatica, Vol. 30, No. 1, pp. 75–93 (1994)

[9] J. W. van Wingerden and M. Verhaegen. Subspace identification of bilinear and LPV systems for open- and closed-loop data. Automatica, Vol. 45, No. 2, pp. 372–381 (2009).

[10] S. Z. Rizvi, J. M. Velni, F. Abbasi, R. Tóth, and N. Meskin. State-space LPV model identification using kernelized machine learning, Automatica, Vol. 88, No. 2, pp. 38-47 (2018)

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計3件（うち査読付論文　3件／うち国際共著　0件／うちオープンアクセス　3件）

１．著者名 Ryuichi Usami and Hideyuki Tanaka	４．巻 9
２．論文標題 Modeling of Finger Motions Measured by Leap Motion Controller Using State-Space Model with Step Input	５．発行年 2023年
３．雑誌名 Journal of Robotics, Networking and Artificial Life	６．最初と最後の頁 309-315
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Hideyuki Tanaka and Kenji Ikeda	４．巻 54
２．論文標題 Minimal realization of an unstable plant under feedback	５．発行年 2021年
３．雑誌名 IFAC-PapersOnLine	６．最初と最後の頁 773-778
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.ifacol.2021.08.455	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Kenji Ikeda and Hideyuki Tanaka	４．巻 54
２．論文標題 An Introduction of a CCA Weighting Matrix to a Closed-Loop Subspace Identification Method	５．発行年 2021年
３．雑誌名 IFAC-PapersOnLine	６．最初と最後の頁 761-766
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.ifacol.2021.08.453	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

〔学会発表〕　計12件（うち招待講演　0件／うち国際学会　2件）

１．発表者名 Hideyuki Tanaka and Kenji Ikeda
２．発表標題 State Estimation for Closed-Loop LPV System Identification via Kernel Methods (accepted)
３．学会等名 IFAC World Congress 2023, Yokohama, JAPAN（国際学会）
４．発表年 2023年

１．発表者名 田中 秀幸，池田 建司
２．発表標題 乱択化フーリエ特徴関数によるカーネル法を用いた非線形ARXモデルの同定
３．学会等名 第65回 自動制御連合講演会
４．発表年 2022年

１．発表者名 田中 秀幸，池田 建司
２．発表標題 閉ループLPV同定における状態項の推定に関する数値的解析
３．学会等名 第10回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム(MSCS2023)
４．発表年 2023年

１．発表者名 Kenji Ikeda and Hideyuki Tanaka
２．発表標題 Consistent estimate of a residuals covariance for the estimation of noise covariance
３．学会等名 The 54th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications（国際学会）
４．発表年 2022年

１．発表者名 田中 秀幸，池田 建司
２．発表標題 カーネル法による閉ループ下にあるLPVシステムの状態推定について
３．学会等名 第9回 制御部門マルチシンポジウム (MSCS2022)
４．発表年 2022年

１．発表者名 田中 秀幸，池田 建司
２．発表標題 フィードバック下にある同定対象の最小実現の同定－状態推定によるアプローチ－
３．学会等名 第64回自動制御連合講演会
４．発表年 2021年

１．発表者名 田中秀幸，池田建司
２．発表標題 不安定系の閉ループ同定に関する一考察
３．学会等名 第63回自動制御連合講演会
４．発表年 2020年

１．発表者名 田中秀幸，池田建司
２．発表標題 閉ループ下にある不安定系の最小実現－数値的に安定な計算法の導出－
３．学会等名 第8回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム(MSCS2021)
４．発表年 2021年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	池田　建司 (Ikeda Kenji) (80232180)	徳島大学 (16101)	

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計0件

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関