研究成果報告書 科学研究費助成事業



今和 6 年 6 月 4 日現在

機関番号: 12613

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2020~2023

課題番号: 20K04960

研究課題名(和文)信用リスクの伝播メカニズムの理論的探究と機械学習手法を用いた実証分析

研究課題名(英文)Theoretical study of credit risk contagion mechanisms and empirical analysis using machine learning methods

研究代表者

中川 秀敏 (NAKAGAWA, Hidetoshi)

一橋大学・大学院経営管理研究科・教授

研究者番号:30361760

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2.800,000円

研究成果の概要(和文): 社債ポートフォリオやクレジット・デリバティブ投資における市場性信用リスク管理の向上に資するため、Brody et al. (2011)が提唱した「情報アプローチ」に「信用リスクの伝播構造」を付加したモデルを構築した。同モデル下での複数の割引社債の理論価格などのダイナミクスを表す確率微分方程式を具体的に導出し、デフォルトリスクの依存関係の動的な特徴について明示化に成功した。他にも、カウンターパーティー信用リスク管理で重要な当初証拠金評価の既存の実務モデルの課題を分析し、市場が不安定な局面ではカウンターパーティ信用リスクが顕在化する可能性を示唆することなどに成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義 本研究の成果を通じて、信用リスクの依存関係が想定される「複数の金融商品あるいはそれらのポートフォリオ を原資産とするクレジット・デリバティブの価格付け」および「デリバティブ取引におけるカウンターパーティ ーリスク管理」において、適切なモデルを導入することで、これまで明らかでなかった理論的な知見をいくつか 得ることができた。 本研究の成果は、実務においても社債やクレジットデリバティブ投資における戦略策定やリスク管理の向上につ

ながるものと期待される。

研究成果の概要(英文): In order to improve credit risk management in corporate bond portfolios and credit derivative investments, we constructed a model that adds "credit risk contagion structure" to the "information-based approach" proposed by Brody et al. (2011). Under the model, we achieved stochastic differential equations (SDEs) for the theoretical price of multiple corporate discount bonds so we manage to explicitly see some dynamic characteristsics of dependence of default risk. We also analyzed the problem of the existing practical model for initial margin valuation, which is important for counterparty credit risk management, and found that critical counterparty credit risk may appear while the financial market is volatile.

研究分野: 金融リスクのモデル化

キーワード: 信用リスク リスク伝播モデル 情報アプローチ カウンターパーティーリスク

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等に ついては、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1.研究開始当初の背景

- (1) 「信用リスク」は古くからファイナンスにおける最重要のテーマの一つであるが、中でも「信用リスクの伝播構造」に関する研究が理論面でも実証面でも最近のトレンドの一つとなっている。「信用リスクの伝播」とは、「ある企業の格下げや倒産といった信用イベントが引き金となり、残りの企業の信用リスクが、仮にその企業自体に問題が発生していなくても高く評価されるようになるといった、信用リスクが伝播するように観測される現象」を指す表現である。したがって「信用リスクの伝播」は、大多数への企業貸出や社債ポートフォリオ投資などを行う金融機関にとっては信用リスク管理において無視できない重要な課題である。これにより、「信用リスクの伝播はどのようなメカニズムで発生するか?」という学術的な問いが自然に設定され、本研究では、まず適切な理論モデルを構築することでその問いにアプローチすることを考えていた。
- (2) 一方で、理論モデルの妥当性の検証はデータを利用した実証研究を通じて議論する必要があり、「提案した理論モデルをどのようなデータと手法で検証するか?」という問いも当然設定される。本研究では、この問いに対して「説明可能性を重視する機械学習手法」を利用するという、最近の潮流でもあるアプローチの利用を考えていた。

2.研究の目的

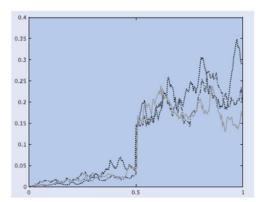
- (1) 金融機関等の市場性信用リスク管理の向上に資するため、特に社債ポートフォリオやクレジット・インデックス投資などの場面で懸念される「信用リスクの伝播現象」を説明するための新しいモデルを導入し、リスクの伝播性を考慮する必要のある金融商品価格の確率的特性を数学的に解明する。
- (2) デリバティブ相対取引を行う際に、取引相手デフォルトから実際の清算までの期間(Margin period of risk)に発生するカウンターパーティー信用リスクに備えるために必要となる当初証拠金(Initial Margin)の算出は、実務的には ISDA SIMM という業界標準の簡便的な方法で行われているが、理論的に整合した算出方法に比べて十分とは言えないのではないかという問題を理論的に定式化し、数値的に検証する。
- (3) 高頻度金融時系列データに対して、数値計算的手法での実証分析を通じて、データの特性を解明する。

3.研究の方法

- (1) Brody-Hughston-Macrina(2010) のよって提唱された「情報アプローチ」に「信用リスクの伝播構造」を付加したモデルを構築し、リスクの伝播性を考慮する必要のある金融商品価格(割引債やクレジット・デリバティブ)の確率的な動的特性を数学的に解明する。基本的な手法は確率解析に基づく数理ファイナンス手法に基づく数学的な議論を用いるが、シミュレーションによる数値的分析も併用して理論的な計算結果の妥当性を確認していく。
- (2)一般的な確率ボラティリティモデルの下で理論的に導出される当初証拠金理論式を確率解析手法を援用して導出し、特に金利モデルとしてよく利用される SABR モデルに基づくスワップション取引を事例に、ISDA SIMM で算出される当初証拠金と数値的に比較検証する。
- (3) イベントの自己励起/相互励起的な発生状況をとらえる際に状態も考慮して表現可能な Queue-Reactive Hawkes過程に基づいて、日本株式の高頻度取引データの注文反応分析を実施し、 どのような注文がその後のどのような株価板情報の変化を促すかを分析する。

4. 研究成果

(1) 研究代表者の中川と研究分担者の高田は、Brody et al.(2010)が単一企業に対して提唱した「情報アプローチ」モデルを、複数企業に適用できるよう拡張し、特に2企業の場合に、複雑な数式ながらもデフォルトリスクの依存関係が割引債価格の挙動にどのように影響するかを明示できる確率微分方程式系を導出することができた。導出した確率微分方程式のマルチンゲール視点での正当化および期待ドリフト項におけるデフォルトリスクの依存関係の意味付けといった理論的に新たな考察を与えるとともに、同モデルの数値的な分析にも取り組んだ。



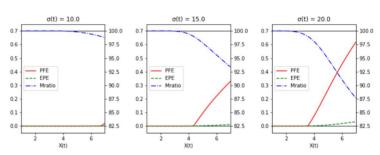
具体的には、割引債価格の確率微分方程式は、観測フィルトレーションに関するブラウン運動で駆動される項と、デフォルト指示過程を補正したジャンプ・マルチンゲールの項で記述される。特に、対となる企業が先にデフォルトした時点で残った企業の割引債価格も情報アプローチにおける重要な個々の企業の潜在信用力ファクター間の相関に応じてジャンプして低下するが、そのジャンプの大きさは、デフォルト企業の擬デフォルト損失率の割合分ジャンプする結果が得られた。ファイナンス的に自然な結果と解釈できる一方で、この部分を導出する際の数学的な式展開はテクニカルで新しいものと考える。(図は論文より転載。シミュレーションにより0.5時点で相手企業がデフォルトした際に生存企業のハザード率がジャンプする様子を描像したもの)

この成果は、2023年1月に数理ファイナンス分野では評価の高い Quantitative Finance 誌に"A default contagion model for pricing defaultable bonds from an information based perspective" というタイトルの論文として掲載(オープンアクセス)された。

- (2) 研究代表者の中川と研究分担者の高田は、(1) で発展させた「情報アプローチ」を、ファースト・トゥ・デフォルト(FtD) スワップと呼ばれる複数企業の債券ポートフォリオの中で最初にデフォルトが発生したときの損失を補填するクレジット・デリバティブの分析に応用し、FtD 理論プレミアムが従う確率微分方程式におけるドリフト項およびマルチンゲール項を具体的な形に書き下すことに成功し、デフォルト相関の観点から FtD 理論プレミアムのダイナミクスについてより理解を進めることができた。細かい課題が残るものの、英語論文作成には着手しており、早い段階でワーキングペーパーとしての公開は可能と考えている。
- (3) 研究代表者の中川は、「証拠金付きのデリバティブ取引におけるカウンターパーティーリスク評価」の研究を行った大学院修士課程の木谷亮介氏の研究指導を経て、木谷氏の修士論文を発展・昇華する形で、当初証拠金の既存の算出手法の妥当性検証に関する共同研究を実施した。

一般的な確率ボラティリティモデルの下での当初証拠金理論式を導出し、SABR モデルに基づくスワップション取引を事例に具体的な当初証拠金計算式を得て、ISDA SIMM で算出される当初証拠金と比較検証するために数値実験を実施した。結果的に通常の市場環境では ISDA SIMM 手法が十分に機能しているが、変動が大きい(ボラタイルな)市場環境では ISDA SIMM 手法による当初証拠金では Margin period of risk に発生する損失を十分にカバーできない可能性がある

ことを確認した。さらに CVA などのカウンターパーティのリスク価値調整(XVA)へのは用可能性も検討した。(図転載・対してはいいでは、 MM によりをするができない。 SIMM によるが高いほど ISDA SIMM によるが通いであることを示唆したもの)

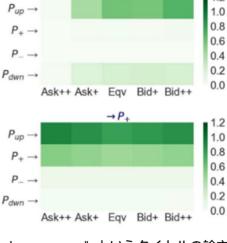


この成果は、英語の共著論文 "Discrepancy between Regulations and Practice in Initial Margin Calculation" としてまとめ、HUB FS ワーキングペーパーシリーズとして公開 (参照 URL https://www.fs.hub.hit-u.ac.jp/inc/files/staff-research/workingpaper/FS-2023-E-001.pdf)するとともに、学会英文誌に投稿している。1回目の査読結果は minor revisionであり、英文校正を行うとともに査読者のコメントに対応して内容を一部修正し、改訂版を再投稿した。現時点では採択の結果を受けていないが、近く採択されることが期待される。

(4) 研究代表者の中川は、研究協力者の野原眞氏との共同研究として、Queue-Reactive Hawkes過程に基づく日本株式の高頻度取引データの注文反応分析を実施した。単に売買注文が同種の注文を励起するだけでなく、その時点の取引板の状態が影響を与えることを、特定の銘柄の特定の期間での限定された高頻度取引データに対してではあるが、実証分析を通じて示すことに成功した。この研究については、国内の研究集会等で3件報告を行い、英語の共著論文にまとめた。

(図は論文より転載。例えば、仲値が上昇する注文が発生すると、引き続いて仲値が上昇したり買い注文が増加したりする傾向があることを表している)

この成果は、2021年1月に JSIAM Letters 誌に、"Analysis of order book dynamics in the



 $\rightarrow P_{UD}$

1.2

Japanese stock market using the Queue-Reactive Hawkes process" というタイトルの論文として掲載(オープンアクセス)された。

5 . 主な発表論文等

「雑誌論文 〕 計2件(うち査請付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件)

【雑誌論又】 計2件(つら宜読刊論又 2件/つら国際共者 0件/つらオーノンアクセス 2件)	
1.著者名	4 . 巻
Hidetoshi Nakagawa and Hideyuki Takada	23
2.論文標題	5 . 発行年
A default contagion model for pricing defaultable bonds from an information based perspective	2023年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Quantitative Finance	169-185
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.1080/14697688.2022.2138776	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-

1.著者名	4 . 巻
Nohara Makoto, Nakagawa Hidetoshi	13
2 . 論文標題	5 . 発行年
Analysis of order book dynamics in the Japanese stock market using the Queue-Reactive Hawkes	2021年
process	
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
JSIAM Letters	1 ~ 4
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子)	査読の有無
10.14495/jsiaml.13.1	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-

〔学会発表〕 計8件(うち招待講演 0件/うち国際学会 0件)

1.発表者名 木谷亮介

2 . 発表標題 証拠金完備デリバティブ取引のカウンターパーティリスク

- 3 . 学会等名 第58回(2022年度冬季)JAFEE大会
- 4 . 発表年 2023年
- 1.発表者名 木谷亮介
- 2 . 発表標題

証拠金完備デリバティブ取引のカウンターパーティリスク

3 . 学会等名

第19回(2023年度)日本応用数理学会研究部会連合発表会

4 . 発表年 2023年

1.発表者名 中川 秀敏・高田 英行
2 . 発表標題
A Default Contagion Model for Pricing Defaultable Bonds from an Information Based Perspective
3 . 学会等名 第55回(2021年度夏季)JAFEE大会
4 . 発表年 2021年
1.発表者名 高田 英行・中川 秀敏
2.発表標題
情報アプローチによるFirst-to-Default Swapプレミアムのダイナミクスについて
2 24 6 17 7
3 . 学会等名 日本応用数理学会 2021年度 年会
4.発表年
2021年
1 . 発表者名 野原 眞・中川 秀敏
2 . 発表標題
Queue-Reactive Hawkes過程を用いた注文発生と待ち注文数量がその後の注文発生強度に与える影響の分析
3 . 学会等名 第53回 (2020年度夏季) JAFEE大会
4 . 発表年
2020年
1. 発表者名
野原 眞・中川 秀敏
2. 茶素種類
2 . 発表標題 Queue-Reactive Hawkes過程を用いた注文発生と待ち注文数量がその後の注文発生強度に与える影響の分析
································
3.学会等名 日本応用数理学会 2020年度 年会
4 . 発表年 2020年

1 . 発表者名 中川 秀敏・高田 英行
2.発表標題 情報アプローチによる信用リスクの伝播
3. 学会等名 日本応用数理学会 2020年度 年会
4 . 発表年 2020年
1.発表者名中川 秀敏
2 . 発表標題 Hawkes 過程モデルによる金融リスク計量入門
3.学会等名 AI・データ利活用研究会 第16回
4 . 発表年 2021年
〔図書〕 計0件
〔産業財産権〕

6 . 研究組織

〔その他〕

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
	高田 英行	東邦大学・理学部・教授	
研究分担者	(TAKADA Hideyuki)		
	(00637423)	(32661)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	木谷 亮介 (KITANI Ryosuke)		
研究協力者	野原 眞 (NOHARA Makoto)		

7.科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------