

令和 5 年 6 月 16 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2022

課題番号：20K11694

研究課題名（和文）SAT/SMTソルバを用いたパーフェクトサンプリング手法の開発

研究課題名（英文）A Development of Perfect Sampling with SAT/SMT Solvers

研究代表者

岡村 寛之（Okamura, Hiroyuki）

広島大学・先進理工系科学研究科（工）・教授

研究者番号：10311812

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、SAT/SMTソルバを利用した汎用性の高いパーフェクトサンプリングアルゴリズムの開発を行った。パーフェクトサンプリングとはマルコフ連鎖の定常分布に従うサンプルを厳密にサンプリングする手法であり、CFTP (Coupling from the past) 法が知られている。本研究では、確率ペトリネットあるいは一般化確率ペトリネットで記述されるマルコフ連鎖モデルに対して、自動的にSAT/SMTソルバで解くべき式の抽出を行い、定常分布に厳密に従うサンプルを生成するアルゴリズムの提案を行った。また従来の汎用的なパーフェクトサンプリングアルゴリズムと比較して10000倍近い高速化を実現した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

パーフェクトサンプリングアルゴリズムは無限時間を有限時間で厳密にシミュレートするための手法であり、その応用範囲はシミュレーションによるシステム性能評価だけでなく、機械学習に対する学習アルゴリズム等への利用など多岐にわたる。これまでのアルゴリズムは実用面については特殊な構造を持つ確率過程にしか適用できなかったが、本研究ではモデルの数理的な構造を自動的に抽出することで、かなり多くのモデルに対して汎用的に利用できるアルゴリズムを開発した。

研究成果の概要（英文）：In this research, we developed a highly versatile perfect sampling algorithm using SAT/SMT solvers. Perfect sampling is a method drawing samples from the stationary distribution of a Markov chain exactly. The coupling from the Past (CFTP) method is known as one of the representative method of perfect sampling. Perfect sampling is mathematically interesting because it provides a framework for simulating an infinite-time Markov chain in finite time. In this research, we proposed an algorithm to automatically extract formulas to be solved by SAT/SMT solvers for Markov chain models described by stochastic Petri nets or generalized stochastic Petri nets, and generate samples that exactly follow the stationary distribution. Furthermore, we also proposed a method to enhance the computational time, which is a weakness of conventional perfect sampling algorithms, and achieved a speedup of nearly 10,000 times in practice.

研究分野：情報学

キーワード：シミュレーション パーフェクトサンプリング マルコフ過程 SAT/SMTソルバ

## 1. 研究開始当初の背景

### 背景と課題

IoT (Internet of Things) や AI (Artificial Intelligence) を利用したシステムは、これまでに経験したことのないような複雑な処理を行うようになってきており、AI/IoT システムの信頼性や安全性の確保が大きな問題となっている。信頼性や安全性の確保には、設計段階でシステムのふるまいをモデル化し、システムが正しく動作することを定性的・定量的に検証することが重要となる。一般に、モデルによるシステム動作検証ではシステム状態とその時間変化に着目した状態依存型のモデル化を行い、そのモデルを分析することで障害状態へ至る確率などの定量評価を行うことができる。状態依存型のモデル化では状態が連続か離散かによって分類され、連続システムの例としては微分方程式によるモデル化、離散システムの例としてはステートマシンやペトリネットなどによるモデル化がある。また、近年の AI/IoT では連続システムと離散システムが混在したハイブリッドシステムによるモデル化が必要となる。

ペトリネットとは、システムの状態をスペースに配置されたトークン列によって表現し、トランジションと呼ばれるコンポーネントが発火とよばれるアクションによってトークン列を変化させることで、システムの状態遷移を表現する。ペトリネットはトランジションが発火可能になってから実際に発火が起こるまでの遅延時間の種類によって分類することができ、遅延時間が指数分布に従うものを SPN (Stochastic Petri Net) と呼び、遅延時間がないトランジション (瞬時トランジション) と指数分布による遅延があるトランジションが混在するものを GSPN (Generalized Stochastic Petri Net) と呼び、GSPN が生成する状態遷移の確率過程は連続時間マルコフ連鎖と等価となる。一方、GSPN で遅延時間が一般分布に従うことを許容するものを MRSPN (Markov Regenerative Stochastic Petri Net) と呼び、MRSPN が生成する状態遷移の確率過程は MRGP (Markov Regenerative Process) と呼ばれ、連続時間マルコフ過程、セミマルコフ過程、マルコフ再生過程などを特殊系として含む一般的な確率過程である。

一般分布による状態遷移を含むモデルは非マルコフモデルと呼ばれ、マルコフモデルと比べて解析が格段に難しくなる。申請者自身も平成 26 年度～平成 28 年度基盤研究 (C) 「MRSPN/MRGP 解析の自動化に向けたスケーラブルアルゴリズムの開発」と平成 29 年度～令和元年度基盤研究 (C) 「非マルコフモデルに対する位相型近似の適用可能性の拡大」で MRSPN ならびに MRGP に関する解析を取り扱っている。特に、これら二つでは一般分布に対する位相型近似に着目した解析を行ってきた。位相型近似は一般分布をマルコフ連鎖で定義される位相型分布で近似する手法である。位相型分布はマルコフ連鎖で定義されるため、非マルコフモデルをマルコフモデルで近似することができる。つまり、近似されたモデルに対して通常のマルコフ連鎖の定常・過渡解析手法が直接適用できる。一方、位相型近似は状態数増加の問題を引き起こす。この問題に対して基盤研究 (C) 「MRSPN/MRGP 解析の自動化に向けたスケーラブルアルゴリズムの開発」ではクロネッカー表現を用いることで効率的な状態表現を得ることができた。また、基盤研究 (C) 「非マルコフモデルに対する位相型近似の適用可能性の拡大」では解決法の一つとしてシミュレーションによるアプローチを行った。特に SPN に対するパーフェクトサンプリング手法を提案することで位相型近似された MRSPN に対する一つの新しい方向性を示した。

パーフェクトサンプリングとはマルコフ連鎖の定常分布に従うサンプルを厳密にサンプリングする手法であり、CFTP (Coupling from the past) 法が知られている。パーフェクトサンプリングは数学的にはマルコフ連鎖の無限時間にわたるシミュレーションを有限時間で実行する枠組みであるため数理的に非常におもしろい特徴を持つ。基盤研究 (C) 「非マルコフモデルに対する位相型近似の適用可能性の拡大」で開発したパーフェクトサンプリング手法は SAT/SMT (Boolean satisfiability problem / Satisfiability modulo theories) ソルバを利用するものであり、これまでのアプローチと比べて非常に汎用性が高い。そのため SPN を一般化した GSPN/MRSPN への適用も期待できる枠組みとなっている。一方で課題として、サンプルを得るために多数の小規模な SAT/SMT を解く必要があるため、実行速度における問題がある。

### 本研究の着想に至った経緯と準備状況

申請者が平成 29 年度から令和元年度に実施した基盤研究 (C) 「非マルコフモデルに対する位相型近似の適用可能性の拡大」では、MRSPN に対する位相型近似の適用可能性を改良するものであった。

位相型近似とは MRSPN に含まれる一般分布を位相型分布と呼ばれる分布を用いることで、もとの MRSPN を SPN で近似する。申請者は過去の研究において高精度な位相型近似の実現をしており、基盤研究 (C) 「非マルコフモデルに対する位相型近似の適用可能性の拡大」では、MRSPN に対してその高精度な位相型近似の適用を行っている。一方、高精度の位相型近似の問題点とし

て、得られた SPN からマルコフ連鎖を生成して解析する場合、その状態数が指数的に増加する。そこで基盤研究 (C)「非マルコフモデルに対する位相型近似の適用可能性の拡大」では多状態のマルコフ連鎖に対する一つのアプローチとして、パーフェクトサンプリングの適用を試みた。得られた成果は、SPN からマルコフ連鎖を生成することなく SAT/SMT ソルバを用いて SPN から直接パーフェクトサンプリングを行う画期的な手法であった。これを GSPN/MRSPN/FSPN に対しても適用しようというのが今回申請する研究の主たる内容となる。さらに、AI/IoT では連続システム(微分方程式)と離散システム(ステートマシン)が混在したハイブリッドシステムで記述されることが多く、そのモデル検査が難しいことが知られている。そのため、FSPN で記述されたハイブリッドシステムに SAT/SMT ソルバを用いたパーフェクトサンプリングを適用することで、ハイブリッドシステムにおける効率的なモデル検査の足がかりとなることを期待している。

## 2. 研究の目的

### 研究課題の目的と特徴

本研究では、SAT/SMT ソルバによるパーフェクトサンプリング法について、次の拡張を考える。(a) GSPN/MRSPN へ適用するための手法の開発、(b) ハイブリッドシステムへ適用するための手法の開発、(c) 手法の高速化。

CFTP によるパーフェクトサンプリングは離散時間マルコフ連鎖に対する手法であるため、連続時間マルコフ連鎖に適用するためには連続時間から離散時間への変換が必要となる。例えば通常の連続時間マルコフ連鎖では状態が変化する瞬間だけを考えることで離散時間マルコフ連鎖を構成することができ、かつ、そのようにして作られた離散時間マルコフ連鎖の定常分布は連続時間マルコフ連鎖の定常分布と等しくなる性質がある。現状の SAT/SMT ソルバを用いたパーフェクトサンプリング手法ではその性質を利用している。しかし、GSPN/MRSPN は瞬時トランジションと一般トランジションが混在し、発火遅延が異なるため直接 SAT/SMT ソルバを用いたパーフェクトサンプリング手法を適用することができない。そこで本研究では埋め込みマルコフ連鎖 (EMC: embedded Markov chain) を利用した手法の改良を試みる。EMC は一般的な時間点を追った離散時間マルコフ連鎖であり、EMC の定常分布と元の確率点過程の定常分布の関係は解析的に明らかにされている。そのため、CFTP を任意の時間点でシミュレーションを行う場合へ一般化することができるものと考えられ、それにより SAT/SMT ソルバを用いたパーフェクトサンプリング手法を GSPN/MRSPN へ適用することが可能になる。

ハイブリッドシステムは離散システムと連続システムが混在した複雑なシステムであり、ハイブリッドシステムに対する一つのモデル表現として FSPN (Fluid Stochastic Petri Net) がある。FSPN ではトークンが連続値をとることを許容し、その挙動は常微分方程式によって記述される。本研究では、前述した任意時間点に対する CFTP を FSPN へ適用することも考える。前述した任意時間点に対する CFTP は EMC の定常分布ともとの定常分布との関係が明らかになれば利用することができる。そのため、FSPN に対する微分方程式を離散ステップによって解析する数値解法 (オイラー法やルンゲクッタ法) と CFTP を組み合わせ、SAT/SMT ソルバを用いたパーフェクトサンプリング手法を FSPN へ適用することを検討する。

現状の SAT/SMT ソルバを用いたパーフェクトサンプリング手法では、基礎となる離散時間マルコフ連鎖の 1 ステップ毎に SAT/SMT ソルバを用いて状態の更新を行う必要がある。1 ステップ毎に解かなければならない問題の規模は非常に小さいが、それを状態の特定ができるまで繰り返す必要がある。そのため、最終的にサンプルを得るまでの時間がかかる。既存の SAT/SMT ソルバは比較的大規模な一つの問題を解くためにチューニングされてきた経緯があるため、ここで考えている問題に必ずしも適したソルバとなっていない。そこで、本研究では多数の小規模な問題を解くための SAT/SMT アルゴリズムについても再考する。特に、FPGA や GPGPU による並列化に適したアルゴリズムの検討とその実装を目指す。また、多数の問題を解くことを考慮して、一つ一つの問題は必ずしも厳密に解けている必要がない。そこで、確率的に保証された乱択アルゴリズムによる SAT/SMT の利用も視野に入れる。

### 国内外の研究動向と本研究の位置づけ

Propp and Wilson [1] によってマルコフ連鎖に対する CFTP が提案され、有限時間で無限時間のシミュレーションが厳密に行えるという性質から非常に高い注目を浴びた。しかしながら、CFTP を実行するには何らかの意味でマルコフ連鎖の全状態を事前に知っておく必要があり、それが応用について大きな障壁となっている。Propp and Wilson [1] は単調性が仮定できるマルコフ連鎖 (上下限となる標本路が存在するマルコフ連鎖) について単調 CFTP と呼ばれる手法を提案したが、システム性能評価分野で現れる一般的なマルコフモデルは非単調であるため単調 CFTP の適用ができない。文献 [2] では待ち行列ネットワークへの適用がなされているが、これも定常分布が元のモデルと同じになる別の単調マルコフ連鎖を構成して適用している。

基盤研究 (C)「非マルコフモデルに対する位相型近似の適用可能性の拡大」で開発された SPN に対する CFTP は、別のマルコフ連鎖を構成したり、事前に全状態を求めることなく CFTP を

実行できる枠組みであり、従来の CFTP から実用性が格段に向上している。しかしながら、適用可能なモデルが SPN に限定されていることから、本研究で適用可能性をさらに拡大させる。実際、パーフェクトサンプリングが本来もつ「有限時間で無限時間のシミュレーションが厳密に行える」性質は非常に強力でありソフトウェアの動作をモデルによって検証するモデル検査にも利用できるものと考えられる。つまり、本研究でパーフェクトサンプリングの適用範囲を拡大することは応用面からも高い影響があるものと考えられる。

[1] J.G. Propp and D.B. Wilson, Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics, *Random Structures and Algorithms*, 9:1-2, 223-252, 1996.

[2] S. Kijima and T. Matsui, Approximation algorithm and perfect sampler for closed Jackson networks with single servers, *SIAM Journal on Computing*, 38:4, 1484-1503, 2008.

### 3. 研究の方法

全体の研究スケジュールは以下の通りとなる。

令和2年4月 ~ 令和3年3月 (a) GSPN/MRSPN へ適用するための拡張

令和3年4月 ~ 令和4年3月 (b) ハイブリッドシステムへ適用するための拡張

令和4年1月 ~ 令和5年3月 (c) 高速化

SAT/SMT ソルバを用いたパーフェクトサンプリングの拡張はどのようにして適切な EMC を構成するかという点が議論の中心となる。令和2年度は主に GSPN/MRSPN への適用するための改良を行う。特に、GSPN では遅延時間なしのトランジション(瞬時トランジション)の取り扱い、MRSPN では遅延時間が一般分布に従うトランジション(一般トランジション)の扱いが鍵となる。一般的に EMC は元の確率過程の時間軸上での時間点を考えるが、瞬時トランジションを扱う場合、瞬時トランジションが他のトランジション(指数トランジションや一般トランジション)よりも優先して発火するため、通常の EMC アプローチでは適切な構成ができない。そこで、瞬時トランジションを扱うために、元の確率過程と時間軸が異なる確率過程を考慮する必要があるものと考えられる。またそのようにして得られる確率過程もとの確率過程の定常分布の関連を数理的に導出する必要がある。この点についてはベイズ推定における MCMC (Markov Chain Monte Carlo) の知識等が必要になる。同様に一般トランジションを扱う場合、一般トランジションが発火可能な期間はマルコフ連鎖を構成することができないため、一般トランジションとその間の指数トランジションの推移をまとめて一つの推移とする必要がある。この点について SAT/SMT の式を修正することになる。

令和3年度は主に FSPN で記述されたハイブリッドシステムへの適用を行う。FSPN では連続量のトークンが存在するため最初に常微分方程式で記述された連続システム(確定的なシステム)に対する定常解析を SAT/SMT ソルバで解くアプローチについて考察する。その後、連続システムに対するアルゴリズムとパーフェクトサンプリング手法を合わせることを検討する。連続システムでは、微分方程式に対してオイラー法などの数値解法による離散化したモデルに対して SAT/SMT ソルバによるアプローチを展開する。また別の離散化として、連続量のビット表現による離散化も検討する。

令和4年度は主に高速化について議論する。SAT/SMT を解く際の高速化を検討する。一つのトランジション推移に係る SAT/SMT の式は規模が小さいため、総当たりの手法を GPGPU/FPGA で実装し、高速化の検証を行う。また、複数のトランジション推移まとめることによる効率化・高速化も検討する。同様に SAT/SMT を確率的に解く乱択アルゴリズムの採用も検討する。

### 4. 研究成果

令和2年度は主に GSPN への適用するための改良を行った。GSPN への適用に関しては遅延時間なしのトランジション(瞬時トランジション)の取り扱いが重要となる。瞬時トランジションを扱う場合、瞬時トランジションが指数トランジションよりも優先して発火するため、元の確率過程と時間軸が異なる確率過程を考慮する必要がある。その点に関して、本研究では (i) GSPN における瞬時トランジションを指数トランジションに置き換えた SPN を構成、(ii) その SPN の定常分布がもとの GSPN 定常分布と同じになるような棄却サンプリングを導出することで、GSPN に対するパーフェクトサンプリングアルゴリズムの開発を行った。GSPN に対しては SAT/SMT の式を直接的に修正して対応することも可能であるが、この手法では SAT/SMT の式における変数が瞬時トランジションの数に対して指数的に増加することになり実用性に欠ける。一方で、今回提案した手法では瞬時トランジションが増えたとしても、SAT/SMT の式における変数の増加は、SPN 上でトランジションを増加した場合と同じであるため、直接的な手法よりもかなり効率的に抑えることができる。さらに、SPN に対するパーフェクトサンプリング手法を直接適用できるためアルゴリズムそのものが極めてシンプルに構成でき、実装面においても非常に有利である。一方で棄却サンプリング法を利用しているため、最終的に得られた定常分布からの

サンプルを棄却するケースがありサンプリングの効率性を上げるための調整が必要となり、この点において改良の余地がある。GSPN は SPN と比較すると実システムの表現において格段に表現能力が上がるため、今回の成果は応用面において非常に高い成果であると考えられる。一方、MRSPN に対するパーフェクトサンプリングに対しては位相近似を適用することで MRSPN を近似的に GSPN 化し、その上で上記の手法を適用するアルゴリズムの提案を行った。

令和 3 年度は主に MRSPN に対する手法の改良を行った。令和 2 年度において MRSPN における一般トランジションを位相近似を適用して GSPN 化する手法を開発したが、これについて (i) 位相近似の効率化、(ii) サンプリングの効率化という二点について改善を検討した。位相近似は一般トランジションの発火遅延を支配する一般位相型分布と呼ばれる連続時間マルコフ連鎖で記述される分布で置き換えることで MRSPN を指数トランジションならびに即時トランジションからなる GSPN へ近似的に表現する手法である。特に高い近似精度を維持するためには高い次元の位相型分布のパラメータ推定が必要となり、必然的に全体の状態数が爆発的に増加する。この問題に対して、位相構造を特殊化してより効率的な計算で近似を行う手法の検討を行った。また特殊化した位相構造により SAT/SMT の式を減らす効果があり、全体のサンプリング時間の効率化が実現できた。また、FSPN に対する検討も行った。FSPN は状態を連続時間の微分方程式で記述されるが、パーフェクトサンプリングを適用するためには時間離散、つまり、なんらかの離散化が必要となる。この点に関しての位相型近似のアイデアが利用できないかどうかの検討を行った。結果として、ある種の構造を持つ FSPN は MRSPN で書き換えることが可能であるため、MRSPN に対するパーフェクトサンプリング手法を直接適用できることがわかった。

令和 4 年度は主に手法の高速化を行った。高速化については、(i) SAT/SMT ソルバに与える式の改善と (ii) GPU の適用の両面から検討を行った。まず、(i) 式の改善について、SAT/SMT ソルバに基づいたアルゴリズムでは一般化確率ペトリネット (GSPN) の各トランジションに対して SAT/SMT ソルバで解くべき式を導出し、各ステップにおいてそれを解くことで状態の上下限を求める手法を行っていた。この際に、GSPN の P インバリエント条件に基づく式も同時に SAT/SMT ソルバに渡されるようになっている。これらは状態に対する必要条件を与えており、一部の GSPN ではこれらの条件を与えないとパーフェクトサンプリングが収斂しないため必要な式となる。しかしながら、従来の手法ではこれらをすべて利用していたため、この必要条件に関する式が膨大になりアルゴリズムの計算量が増加する一因となっていた。一方、これらは上下限を与えるための必要条件であるため、必ずしもすべての式を使わなくても良い。いくつかの必要条件を省いた場合、上下限値の幅は大きくなるものの、収斂した場合のアルゴリズムの正しさは保証される。この原理と GSPN の局所性、つまり発火するトランジションの周辺のプレースしか状態が変化しないことに着目してアルゴリズムの高速化を行った。具体的には、トランジション毎に P インバリエント条件から得られる必要条件を入力および出力プレースに関係したものだけに限定した。この改善により最大 10000 倍の高速化が実現できた。次に (ii) GPU の利用については、各トランジションに対する上下限値に関する解法を行列表現することで、GPU の適用を可能にした。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Chen Li, Junjun Zheng, Hiroyuki Okamura, Tadashi Dohi	4. 巻 105-B
2. 論文標題 Parameter Estimation of Markovian Arrivals with Utilization Data	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEICE Trans. Commun.	6. 最初と最後の頁 1-10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transcom.2021ebp3007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Chen Li, Junjun Zheng, Hiroyuki Okamura, Tadashi Dohi	4. 巻 18
2. 論文標題 Hierarchical Bayesian Parameter Estimation of Queueing Systems using Utilization Data	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Int. J. Perform. Eng.	6. 最初と最後の頁 307-316
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.23940/ijpe.22.05.p1.307316	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Zheng Junjun, Okamura Hiroyuki, Dohi Tadashi	4. 巻 216
2. 論文標題 Age replacement with Markovian opportunity process	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Reliability Engineering & System Safety	6. 最初と最後の頁 107949 ~ 107949
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.res.2021.107949	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Zheng Junjun, Okamura Hiroyuki, Dohi Tadashi, Trivedi Kishor S.	4. 巻 70
2. 論文標題 Quantitative Security Evaluation of Intrusion Tolerant Systems With Markovian Arrivals	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Reliability	6. 最初と最後の頁 547 ~ 562
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TR.2020.3026570	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Zheng Junjun, Okamura Hiroyuki, Pang Taoming, Dohi Tadashi	4. 巻 205
2. 論文標題 Availability importance measures of components in smart electric power grid systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Reliability Engineering & System Safety	6. 最初と最後の頁 107164 ~ 107164
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.res.2020.107164	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Junjun Zheng, Hiroyuki Okamura, Tadashi Dohi	4. 巻 49
2. 論文標題 A phase expansion for non-Markovian availability models with time-based aperiodic rejuvenation and checkpointing	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Statistics - Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 3712-3729
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2019.1708400	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Okamura, Kazuya Morihara Tadashi Dohi	4. 巻 -
2. 論文標題 An SMT-Based Perfect Sampling Algorithm for Stochastic Petri Nets	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the 13th EAI International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools	6. 最初と最後の頁 104-111
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3388831.3388844	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 安藤清佳, 岡村寛之, 土肥正
2. 発表標題 パーフェクトサンプリングアルゴリズムの確率的モデルチェックへの応用に関する一考察
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会中国・四国支部SSOR
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 安藤清佳, 岡村寛之, 土肥正
2. 発表標題 パーフェクトサンプリングアルゴリズムの高速化に関する考察
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会「信頼性とOR」研究部会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hiroyuki Okamura, Tadashi Dohi
2. 発表標題 On perfect sampling algorithm for generalized stochastic Petri nets
3. 学会等名 2021年度待ち行列シンポジウム
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------