

令和 6 年 6 月 11 日現在

機関番号：16101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K11695

研究課題名（和文）プロクラステス距離の一般化を軸としたエッシャータイリング自動生成法の深化

研究課題名（英文）Research on the generation of Escher-like tilings based on the generalization of Procrustes distance

研究代表者

永田 裕一（NAGATA, Yuichi）

徳島大学・大学院社会産業理工学研究部（理工学域）・教授

研究者番号：70334795

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：与えられた目標図形に対して、これに類似した1種類の図形を用いて平面をタイリングする手法を開発した。従来法では目標図形とタイル図形間の類似度をプロクラステス距離で評価していたが、本研究ではas-rigid-as-possible変形の考え方を導入して拡張した。これにより、これまで満足な結果を得ることが難しかった複雑な目標図形に対しても満足度の高い結果を得ることが可能となった。さらに、この手法を2種類の目標図形に対して、2種類の図形を用いてタイリングする方法に拡張した。これらの成果はそれぞれCG分野のトップジャーナルであるACM Transactions on Graphicsに掲載された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で開発した手法により、クモのような複雑な目標図形に対しても、目標図形の自然な変形により得られる図形を敷き詰めた平面タイリングを生成することが可能となった。一見、無謀に思える複雑な目標図形に対して満足度の高いタイリングを自動生成できることは、多くの人に驚きを与えるものであり、本研究は数理最適化と芸術が融合した応用研究の成功例の一つと言えるだろう。また、数理最適化を応用してこのような芸術作品を自動生成できることを示したことは、多くの人に数理最適化に興味を持ってもらうための契機となるものである。

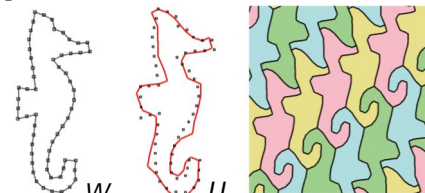
研究成果の概要（英文）：In this study, a method was developed to generate one type of shape that are similar to a given target shape and can tile the plane. In conventional methods, the similarity between the target shape and the tile shape was evaluated using Procrustes distance. This study introduced the concept of as-rigid-as-possible deformation to Procrustes distance, which made it possible to achieve satisfactory results even for complex target shapes that were difficult to obtain satisfactory results with using previous methods. Additionally, the scope of this method was expanded to encompass the tiling of the plane using two distinct types of shapes for two different target shapes. These achievements were published in the top journal in the field of computer graphics, ACM Transactions on Graphics.

研究分野：数理最適化

キーワード：エッシャータイリング

1. 研究開始当初の背景

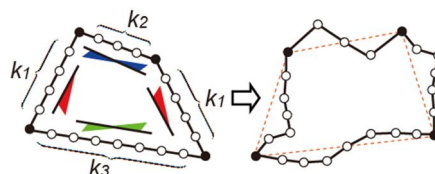
動物など意味のある図形をピースとする芸術的なタイリングはエッシャータイリングと呼ばれる。芸術的なエッシャータイリングを創造するには巧みの技が必要であることは想像に難くない。エッシャータイリングを自動生成する試みとして Kaplan は次の最適化問題を提案した。エッシャータイリング問題：与えられた目標図形 W に対して、これになるべく類似したタイリング可能なタイル図形 U を見つけよ (図1 に例を示す)。



目標図形 タイル図形 タイリング結果

図1: エッシャータイリング問題

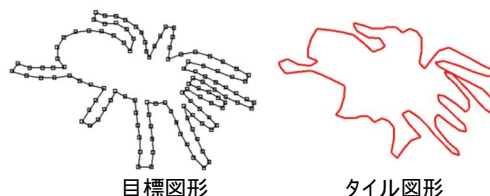
小泉・杉原 [1] は目標図形 W とタイル図形 U を n 点のポリゴンで表現することで、この問題を固有値問題として解くことのできる最適化問題として定式化した。この定式化では 93 種類のテンプレートを用いて、タイリング可能な形状 U に対する制約を表現し (図2), 制約の下で W との図形的な距離を最小にする U を求める。一方、テンプレートによっては各辺に割当ててる点の数 (図2 の k_1, k_2, k_3) の組合せ方の総数が $O(n^4)$ オーダーに達するため、テンプレートの網羅探索は現実的ではなかった。近年、本研究者はテンプレートの網羅探索を高速に実行するアルゴリズムを考案し、現実的な計算時間でこれを実行することが可能となった。網羅探索を実行することで得られるタイル図形の質も大幅に向上した (図1 の例は網羅探索で得られたタイル図形)。



テンプレート 可能な変異

図2: テンプレートの変形

一方、クモのような複雑な目標図形に対しては、テンプレートの網羅探索を実行しても満足度の高い結果を得ることが難しかった (図3)。



目標図形 タイル図形

図3: 複雑な目標図形に対する結果

[1] Koizumi, H. and Sugihara, K.: Maximum eigenvalue problem for escherization. *Graphs and Combinatorics* 27(3), 431–439 (2011)

2. 研究の目的

複雑な目標図形に対しても、これに類似したタイル形状を用いた満足度の高いタイリングを生成する方法を開発する。この手法は、1 種類の目標図形に対して 1 つのタイル図形を用いてタイリングする方法であるが、ここで開発した手法を 2 種類の目標図形に対して 2 つのタイル図形を用いてタイリングする方法にも拡張する。

3. 研究の方法

複雑な目標図形に対しては、タイリング可能かつその図形に類似した形状はそもそも存在しないと予想される。そのため、タイル図形は目標図形からの大きな変形を加えて生成することが要求される。このことから、目標図形とタイル図形の類似度を人間のよう柔軟に測定する距離尺度を導入することを検討した。すなわち、2 つの図形が形状としては大きく異なっている場合、一方から他方へ自然な変形により移行できるならば値が小さくなるような図形間の距離尺度が必要となる。本研究の過程で as-rigid-as possible (ARAP) 変形と呼ばれる、コンピュータグラフィックスの分野で良く知られる考え方を用いて、従来法で用いられていたプロクラスティクス距離と呼ばれる図形間の距離尺度を拡張できることが分かった。この拡張により上述の自然な変形を考慮した図形間の類似度評価が可能になると期待できる。一方、ARAP 変形を導入した距離関数の計算コストの高さから、この距離関数を最小化するようなテンプレートの網羅探索は現実的ではないことが判明した。この問題点に対処するため、有望な探索領域に限定してテンプレートの探索を行うことで、網羅探索した場合とほぼ同等の結果を、短時間で実現する方法を考案した。



図4: テンプレート

上記で開発した手法は、原理的には 2 種類の目標図形に対して 2 つのタイル図形を用いてタイリングする方法にも自然に拡張することができる。具体的には図4のようなテンプレートを用いることでこの場合に対応することができる。ただし、1 種類の目標図形の場合に比べ、目標図形とタイル図形の類似度評価が複雑になってしまい解析的に距離関数の最小化が実行できない問題と、テンプレートの網羅探索で探索すべき組合せの総数が $O(n^8)$ オーダーと膨大になってしまう問題があることが分かってきた。前者の問題点については、この問題の特殊性を利用した共役勾配法を開発して効率的な最適化を実現した。後者の問題点については、有望な探索領域に限定して探索を行うことで、網羅探索した場合とほぼ同等の結果を、短時間で実現する方法を考案した。

4. 研究成果

1種類の目標図形に対して1つのタイル図形を用いてタイリングする場合において、本研究で開発した手法で得られた結果の一例を示す(図5)。目標図形からタイル図形への変形に従って、目標図形内部の絵柄がタイル図形内部の絵柄に変換される手法も考案した。複雑な目標図形に対して、自然な変形でタイル図形が生成されていることが確認できる。これらの結果は標準的なPC(Core i9-10900K)を用いて3~5分程度で得ることができる。この研究成果はコンピュータグラフィックスの分野ではトップジャーナルと言われるACM Transactions on Graphicsに掲載された。

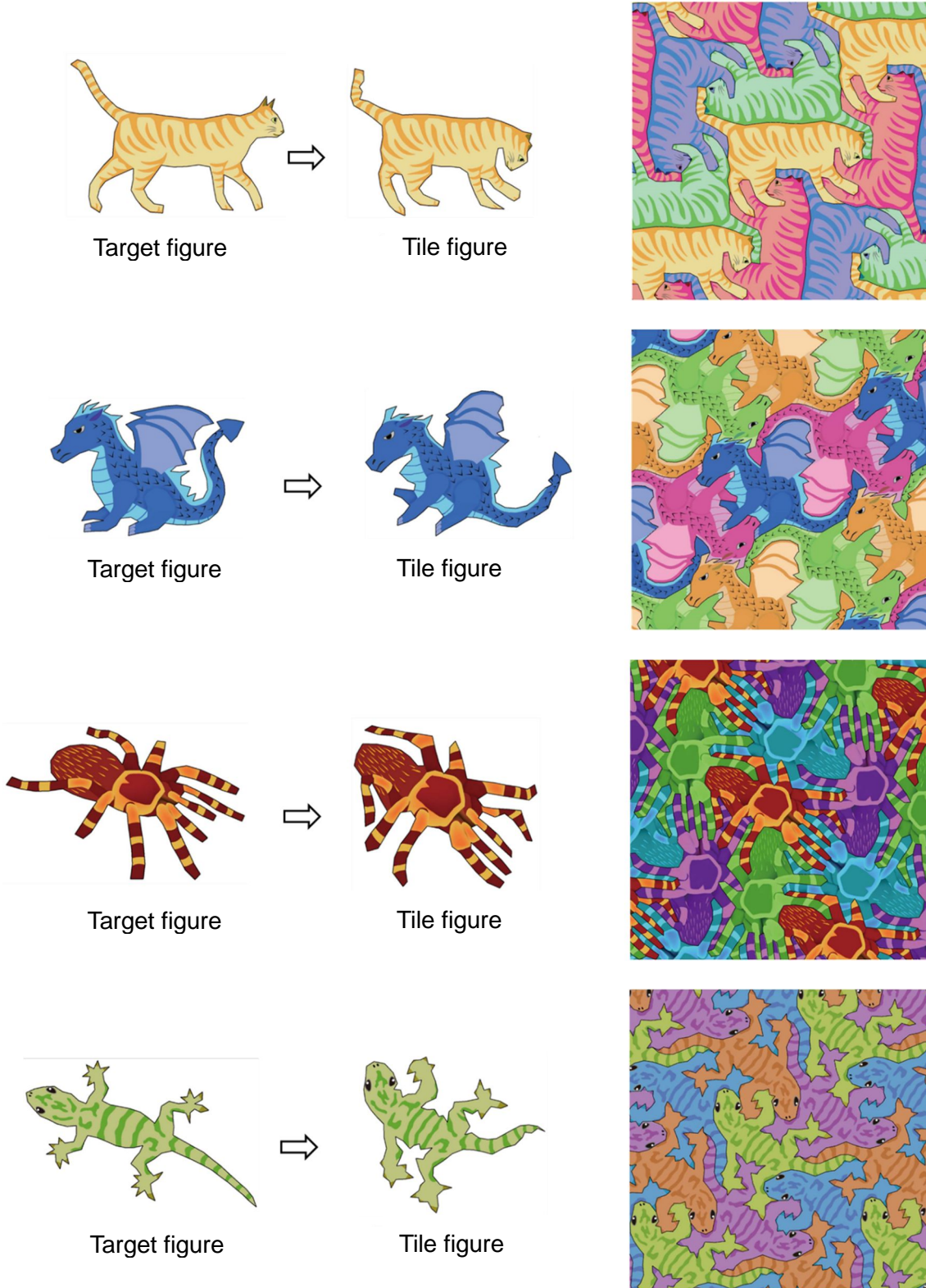
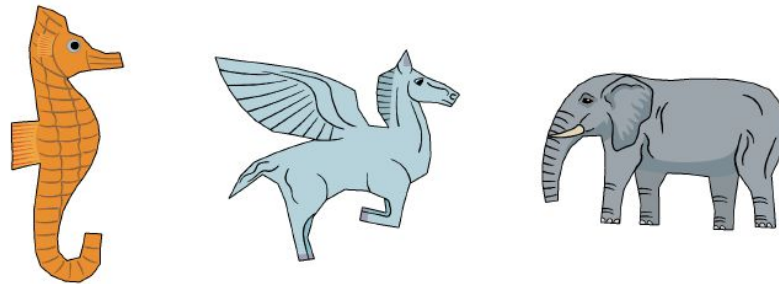
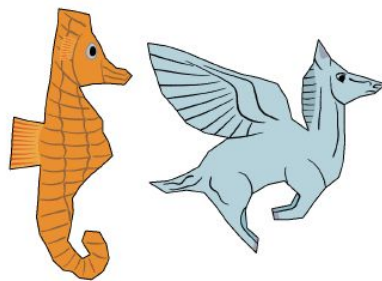


図5: 1つの目標図形に対するタイル図形とタイリング

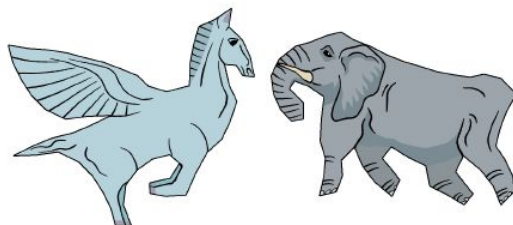
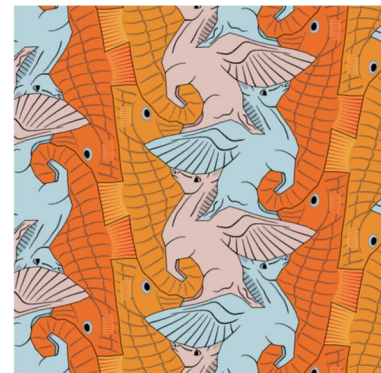
2種類の目標図形に対して2つのタイル図形を用いてタイリングする場合において、本研究で開発した手法で得られた結果の一例を示す(図6). 1種類の目標図形の場合と比較すると、やや単純な目標図形の場合に限られるが、適当に選んだ2つの目標図形の組に対して、良好な結果を得ることができる. これらの結果は標準的なPC(Core i7-12700)を1つ用いた並列計算により2~3分程度で得ることができる. この研究成果はコンピュータグラフィックスの分野ではトップジャーナルと言われるACM Transactions on Graphicsに掲載された.



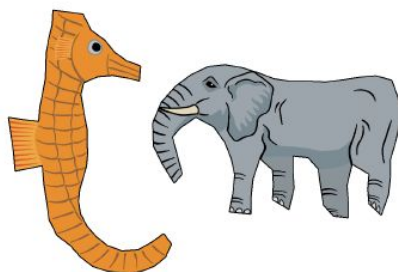
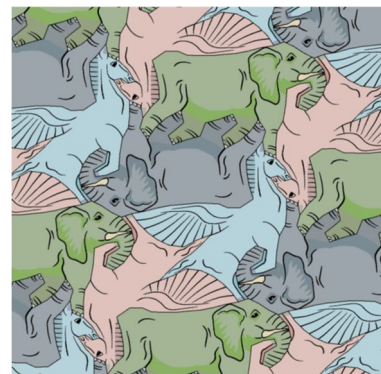
Target figures



Tile figures



Tile figures



Tile figures



図6: 2つの目標図形に対するタイル図形とタイリング

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Yuichi Nagata and Shinji Imahori	4. 巻 41(2)
2. 論文標題 Escherization with Large Deformations Based on As-Rigid-As-Possible Shape Modeling	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 ACM Transactions on Graphics	6. 最初と最後の頁 11: 1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3487017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yuichi Nagata and Shinji Imahori	4. 巻 43(2)
2. 論文標題 Creation of Dihedral Escher-like Tilings Based on As-Rigid-As-Possible Deformation	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 ACM Transactions on Graphics	6. 最初と最後の頁 18: 1-18
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3638048	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 1件/うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Yuichi Nagata
2. 発表標題 Research on automatic generation of artistic paintings called Escher tiling
3. 学会等名 The 9th international forum on Advanced Technologies (IFAT 2023) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 永田裕一
2. 発表標題 局所的な類似性に着目したエッシャータイリング問題へのアプローチ
3. 学会等名 電気学会システム研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 居村 亮治, 永田 裕一
2. 発表標題 パネモデルを用いた目標図形の自然な変形によるエッシャータイリングの生成法
3. 学会等名 ICE四国支部学術講演会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------