

令和 5 年 6 月 6 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2022

課題番号：20K11845

研究課題名（和文）数式・数値融合計算によるロバストなロボット動作計画プラットフォームの構築と応用

研究課題名（英文）Development and Application of Robust Motion Planning Platform of Robots with Symbolic-Numeric Computation

研究代表者

照井 章 (Terui, Akira)

筑波大学・数理物質系・准教授

研究者番号：80323260

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：ロボットマニピュレータ（関節駆動型ロボット）に対し、数式処理と数値計算を融合した手法により、ロバストな動作計画を行う手法を開発した。マニピュレータの逆運動学問題に対し、計算機代数のグレブナー基底による大域的な解法に加え、連立代数方程式の実数根の数え上げの理論を用いて逆運動学問題の実数解の存在の保証を行った。包括的グレブナー基底系を活用し、逆運動学問題を繰り返し解く際のグレブナー基底計算を省くことで算法を効率化した。この手法と実数体上の限量子消去法の計算を用いることで、マニピュレータの経路計画問題において、経路計画が実行可能であることを保証する手法を開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ロボットの逆運動学問題に対しては局所的解法が主に用いられているが、本研究成果は、計算機代数を用いた大域的な解法に加え、限量子消去法の理論や手法により、実行可能解の存在を厳密に判定することで、理論的な厳密性や安全性が求められる分野でのロボットの運動計画問題を適切に解くことを可能にしている。さらに、数式処理と数値計算を融合した手法により、上記の精度保証を行いつつ効率的な計算を行うことで、逆運動学問題および経路計画問題の解の存在を厳密に判定する「正確さ」に加え、それらの解を効率的に求める「実用性」の両方を兼ね備えた手法によるロボットの運動計画への貢献が期待される。

研究成果の概要（英文）：We have developed a robust motion planning method for robot manipulators that combines computer algebra and numeric computation. In addition to the Groebner bases for computing a global solution to the inverse kinematic problem, the theory of real-root-counting of polynomial equations is used to guarantee the existence of real solutions to the inverse kinematics problem. Furthermore, the Comprehensive Groebner Systems are used to avoid repetitive calculation of Groebner bases when repeatedly solving the inverse kinematics problem. Finally, using this method and Quantifier Elimination on the real closed field, we have extended our method to guarantee the feasibility of the path planning problem.

研究分野：計算機代数

キーワード：計算機代数 数式処理 グレブナー基底 数式・数値融合計算 ロボット工学 逆運動学問題 限量子消去法

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

ロボットの動作計画に用いられる逆運動学問題の解法において、解析解の厳密な求解は一般に困難であることから、現在でも数値解法による近似解を求める場合が多い。しかし、数値解法では、運動特異点や特異姿勢などの大域的な性質を厳密に検出し、それらを事前に回避することが困難な場合がある。

数式処理(計算機代数)においては、1980年代より多変数多項式環のイデアルのグレブナー基底の有効性が広く認識され、この分野における中心的な研究テーマの一つになった。グレブナー基底は、1990年代からロボットの逆運動学問題の解法にも応用されている。逆運動学問題を多変数連立代数方程式で表し、グレブナー基底を用いて連立代数方程式を解く大域的解法である。

しかしながら、ロボットの逆運動学問題におけるグレブナー基底の応用においては、以下の課題が存在していた。

1. 数式処理では、扱われる多項式の係数は整数や有理数などの厳密な値で与えられ、係数演算も厳密な演算を前提とする一方、逆運動学問題に与えられるロボットのエンドエフェクタの位置(座標)はしばしば浮動小数で与えられる。係数に浮動小数が含まれる多項式のグレブナー基底の計算は一般的に困難である。
2. ロボットの逆運動学問題を解く際、エンドエフェクタの位置を変えるたびにグレブナー基底計算を繰り返す必要があり、計算の手間が増加する場合がある。
3. 連立代数方程式からグレブナー基底を計算して解を求める際、連立代数方程式の実根の存在を保証する方法について、報告者が知る限り、これまでに提案された数式処理を用いたロボットの逆運動学問題の解法の中には見受けられない。

2. 研究の目的

本研究では、前項の研究背景を踏まえ、腕型ロボット(マニピュレータ)の逆運動学問題および経路計画問題の解法を取り上げ、以下の研究目的を置いた。

1. ロボットの逆運動学問題を解く際、同じロボットのエンドエフェクタの位置が変わってもグレブナー基底計算を繰り返すことなく逆運動学問題の解を効率的に計算可能な手法を確立する。
2. 逆運動学問題にロボットのエンドエフェクタの位置が浮動小数で与えられた際にもグレブナー基底を用いて逆運動学問題の解を容易に計算可能な手法を確立する。
3. グレブナー基底を計算して逆運動学問題の解を求める際、連立代数方程式の実根の存在可能性を確認することで逆運動学問題の解の存在を保証する。
4. ロボットの経路計画問題に対し、与えられた経路の運動が実行可能であるか否かを数式処理を用いて判定する手法を確立する。

3. 研究の方法

前項の研究目的に対し、包括的グレブナー基底系を用いることで、以下の研究を行った。

1. 逆運動学問題を表す連立代数方程式に対し、包括的グレブナー基底系を計算することで、

エンドエフェクタの位置（座標）を係数にパラメータとして含むグレブナー基底を求めた。連立代数方程式を解く際には、係数のパラメータにエンドエフェクタの座標を代入することにより、グレブナー基底の繰り返し計算を経ずに逆運動学問題の解を求められるようにした。

2. さらに、前項の手法により、エンドエフェクタの座標が浮動小数で与えられた場合であっても、あらかじめ計算しておいたパラメータを含むグレブナー基底にエンドエフェクタの座標を代入することにより、逆運動学問題の解を求められるようにした。
3. 包括的グレブナー基底系に基づく実閉体上の限量子消去法を用いることで、逆運動学問題の解の存在判定を行う手法を開発した。本手法においては連立代数方程式の実根の数え上げの理論を主要な手法として用いた。
4. ロボットの経路計画問題の解法に関しては、以下の2つのアプローチを取った。
 - a. 与えられた経路に対し、エンドエフェクタの速度や加速度等の制約条件を考慮して時間変化に対するエンドエフェクタの軌跡の点列を生成し、軌跡の各点に対して包括的グレブナー基底系計算に基づく逆運動学問題の解法を繰り返すことで一連のジョイントの配置を求めた。
 - b. 与えられた経路をパラメータを含む関数で表し、エンドエフェクタの座標を経路のパラメータの関数で表す。これに対し、包括的グレブナー基底系に基づく実閉体上の限量子消去法を用いて、与えられた経路全体がロボットの実行可能領域に属することを判定した。実際の時間変化に対するジョイントの配置は前項の手法により計算した。

4. 研究成果

前項の研究方法により、3自由度のマニピュレータの逆運動学問題および経路計画問題に対し、以下の研究成果を得た。

1. 本研究の前段階として、数式処理システム Risa/Asir とプログラミング言語 Python を数学ソフトウェア基盤 OpenXM で接続することで、グレブナー基底の繰り返し計算を効率的に行いつつ逆運動学問題を解くソルバを実装した。
2. 包括的グレブナー基底系に基づく実閉体上の限量子消去法を用いることで、与えられたエンドエフェクタの座標への配置可能性を実際にロボットを動作させる前に判定することが可能になった。
3. あらかじめエンドエフェクタの座標をパラメータで表した連立代数方程式に対し、包括的グレブナー基底系を計算することで、グレブナー基底の繰り返し計算を経ずに逆運動学問題の解を繰り返し効率的に求められるようになった。
4. さらに、前項の手法により、エンドエフェクタの座標が浮動小数で与えられた場合にも逆運動学問題の解を効率的に計算できるようになった。
5. ロボットの経路計画問題に対し、エンドエフェクタの速度や加速度等の制約条件を考慮して時間変化に対するエンドエフェクタの軌跡の点列を生成し、包括的グレブナー基底計算に基づいて逆運動学問題を繰り返し解くことによる経路計画問題の解法を確立した。
6. ロボットの経路がパラメータを含む関数で与えられた場合に、エンドエフェクタの座標を経路のパラメータの関数で表し、包括的グレブナー基底系に基づく実閉体上の限量子

消去法を用いて、与えられた経路全体がロボットの実行可能領域に属することを判定する手法を確立した。

7. 上記の研究成果に基づくロボットの逆運動学問題の解法を実装した。実装は、数式処理システム Risa/Asir およびプログラミング言語 Python を数学ソフトウェア基盤 OpenXM で接続することにより行った。
8. 前項の解法を数式処理システム Risa/Asir および数式処理システム PARI/GP のライブラリを用いて再度実装し、計算の効率化を図った。
9. 上記の研究成果に基づくロボットの経路計画問題の解法を、数式処理システム Risa/Asir および数式処理システム Mathematica の組み合わせで実装した。
10. 上記の逆運動学問題の解法をロボットソフトウェア開発基盤 Robot Operating System (ROS) 上で可視化するためのソフトウェアを開発した。

また、本研究による成果を以下の研究課題に応用した。

11. 計算機代数を用いた初等幾何の定理の自動証明の計算への応用を行った。
12. 小惑星探査用の小型ローバ群の位置決定問題に対し、問題を連立代数方程式で表し、本研究成果による手法を応用した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Ayane Ito, Takefumi Kasai, Akira Terui	4. 巻 -
2. 論文標題 Computer-assisted proofs of "Kariya's theorem" with computer algebra	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.2304.07491	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shuto Otaki, Akira Terui, Masahiko Mikawa	4. 巻 -
2. 論文標題 A Design and an Implementation of an Inverse Kinematics Computation in Robotics Using Real Quantifier Elimination based on Comprehensive Groebner Systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.2111.00384	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Mizuki Yoshizawa, Akira Terui, Masahiko Mikawa	4. 巻 -
2. 論文標題 Inverse kinematics and path planning of manipulator using real quantifier elimination based on Comprehensive Groebner Systems	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.2305.12451	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ayane Ito, Takefumi Kasai, Akira Terui	4. 巻 -
2. 論文標題 Computer-assisted proofs of "Kariya's theorem" with computer algebra	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 arXiv:2304.07491	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.2304.07491	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 大瀧脩人, 照井章, 三河正彦	4. 巻 28-1
2. 論文標題 包括的グレブナー基底系計算に基づく限量子消去アルゴリズムを用いたロボットの逆運動学問題の解法と実装	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 35-38
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 伊藤綾音, 照井章	4. 巻 28-2
2. 論文標題 Groebner基底を用いた「刈屋の定理」の証明	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 111-114
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 葛西剛史, 照井章	4. 巻 28-2
2. 論文標題 Wu's Methodを用いた「刈屋の定理」の証明	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 115-118
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 大瀧脩人, 照井章, 三河正彦	4. 巻 28
2. 論文標題 包括的グレブナー基底系計算に基づく限量子消去を用いたロボットの逆運動学問題の解法と実装	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Horigome Noriyuki, Terui Akira, Mikawa Masahiko	4. 巻 12097
2. 論文標題 A Design and an Implementation of an Inverse Kinematics Computation in Robotics Using Groebner Bases	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 3~13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-52200-1_1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 照井章, 堀込紀行, 越川竜士, 大瀧修人, 三河正彦	4. 巻 26
2. 論文標題 数式処理と画像処理を用いたロボットアーム制御系の実装	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 34-37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 堀込紀行, 照井章, 三河正彦	4. 巻 27
2. 論文標題 グレブナー基底計算を用いたロボットの逆運動学問題の解法と実装	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 金泉拓真, 照井章, 三河正彦
2. 発表標題 非線形連立方程式の求解による小惑星探査機ローバーの位置決定問題の解法の拡張
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2023
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 S. Otaki, A. Terui, M. Mikawa
2. 発表標題 A design and an implementation of an inverse kinematics computation in robotics using real quantifier elimination based on comprehensive Groebner systems
3. 学会等名 The 23rd International Workshop on Computer Algebra in Scientific Computing (CASC 2021) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大瀧脩人, 照井章, 三河正彦
2. 発表標題 包括的グレブナー基底系計算に基づく限量子消去を用いたロボットの逆運動学問題の解法と実装
3. 学会等名 日本数式処理学会第30回大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 三河正彦, 照井章
2. 発表標題 LEGO 3D CGモデルのジョイントを考慮したURDF変換ツール
3. 学会等名 ROSConJP 2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 伊藤 綾音, 照井 章
2. 発表標題 Groebner基底を用いた「刈屋の定理」の証明
3. 学会等名 日本数式処理学会2021年度合同分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 葛西 剛史, 照井 章
2. 発表標題 Wu ' s Methodを用いた「刈屋の定理」の証明
3. 学会等名 日本数式処理学会2021年度合同分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 伊藤綾音, 照井章, 三河正彦
2. 発表標題 CGS-QE アルゴリズムの応用について
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 葛西剛史, 照井章, 三河正彦
2. 発表標題 非線形連立方程式の求解による小惑星探査機ローバーの位置決定問題の解法
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 三河 正彦, 照井 章, 藤澤 誠
2. 発表標題 積雪寒冷地における遠隔操作移動ロボットを利用した取り組み
3. 学会等名 第13回日本ロボット学会北海道ロボット技術研究専門委員会学術講演会 (RSJ-HRT 2022)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Noriyuki Horigome, Akira Terui, Masahiko Mikawa
2. 発表標題 A Design and an Implementation of an Inverse Kinematics Computation in Robotics Using Groebner Bases
3. 学会等名 The 7th International Congress on Mathematical Software (ICMS 2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ryuji Koshikawa, Akira Terui, Masahiko Mikawa
2. 発表標題 Solving System of Nonlinear Equations with the Genetic Algorithm and Newton's Method
3. 学会等名 The 7th International Congress on Mathematical Software (ICMS 2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 S. Saito, M. Mikawa, A. Terui, M. Fujisawa
2. 発表標題 Relative Distance Estimation Among Rovers Using Evolutionary Algorithm for Exploration System Consisting of Multiple Small Rovers
3. 学会等名 The 30th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 三河正彦, 照井章, 堀込紀行
2. 発表標題 LEGO3DモデルのURDFへの変換ツールとGroebner基底に基づくマニピュレータの逆運動学解法の可視化
3. 学会等名 第38回日本ロボット学会学術講演会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 堀込紀行, 照井章, 三河正彦
2. 発表標題 グレブナー基底計算を用いたロボットの逆運動学問題の解法と実装
3. 学会等名 日本数式処理学会第29回大会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	三河 正彦 (Mikawa Masahiko)	筑波大学・図書館情報メディア系・准教授 (12102)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------