

令和 6 年 6 月 25 日現在

機関番号：17301

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2023

課題番号：20K14312

研究課題名（和文）写像の特異点論からの曲面の研究とその応用

研究課題名（英文）Study of surfaces from the perspective of singularity theory of mappings and its applications

研究代表者

加葉田 雄太郎（Kabata, Yutaro）

長崎大学・情報データ科学部・助教

研究者番号：40830097

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：研究期間を通して、A. 曲線や曲面の微分幾何学的研究、B. 曲線や曲面の射影に関する研究を行った。特に主だった研究成果として次が挙げられる。(1) ガウス曲率負一定曲面の2-ソリトンに関する研究を共同研究により行い、特異点論的に重要な特徴線(ridge線、flecnodal曲線)の分布について分類結果を得るとともに、結果をわかりやすく可視化するような良いグラフィックスを得た。(2) 共同研究で特別な模様を持つ曲面の射影に関する曲面復元問題への新しいアプローチを見出し論文にまとめた。(3) 共同研究において主曲率一定離散曲面に関する研究を行い論文にまとめた(受理済み)。

研究成果の学術的意義や社会的意義

曲面論は古くから研究されているが、現代の特異点論を用いた新しい観点での研究が近年は盛んになっている。本研究もその流れを汲んでおり、特異点論でよく研究されているridgeやflecnodal curveに注目することで負定曲率曲面のわかりやすい分類を得ることができた。また、主曲率一定離散曲面に関する研究は材料科学の問題に端を発しており、新規の物質の性質の説明に寄与できる可能性がある。さらに、模様を持った曲面の射影に関する研究は、コンピュータービジョンで重要な問題である曲面復元問題に新しいアプローチを提供しており、今後さまざまな応用の可能性があると考えている。

研究成果の概要（英文）：During the research period, I conducted [A] Differential geometric studies of curves and surfaces, and [B] Research on projections of curves and surfaces. In particular, the following are notable research achievements:

(1) Regarding the study of 2-solitons of surfaces with negative Gaussian curvature, through collaborative research we obtained classification results on the distribution of singularity-theoretically important feature lines (ridge lines, flecnodal curves), and obtained good graphics that clearly visualize the results. (2) Through collaborative research, we found a new approach to the surface reconstruction problem for projections of surfaces with special patterns, and wrote a paper on it. (3) Through collaborative research, we studied discrete surfaces with constant principal curvatures and wrote a paper on the results (already accepted for publication).

研究分野：特異点論

キーワード：特異点論 曲面論 曲線論 射影 曲面復元問題 離散微分幾何学 負定曲率曲面 特徴線

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

近年、可積分系や視覚の数理等への応用面から部分多様体の古典的な微分幾何学的不変量などの理論が再び興味を持たれており、そこには曲線における変曲点や曲面における放物点などの退化した点が自然に現れる。より極端な例として、ガウス曲率負一定曲面は大域的には必ず特異点をもつ。また、曲面の射影写像という題材は様々な分野に現れ、とりわけその輪郭線(特異値集合)は曲面の局所的な退化性を顕著に反映する。一方で、退化性を適切に記述する方法が未発達で踏み込んだ応用研究が困難な状況もしばしばある。

申請者はこれまで写像の特異点分類理論とその応用として曲面の局所理論の研究に取り組んできた。特に、射影写像の特異点という切り口で局所的な退化性を持つ曲面を正面から扱い、多くの明示的な結果を得てきた。そのような申請者にとって最近の可積分系などにおける古典微分幾何学局所論の再発掘やコンピュータービジョンなどの視覚の科学に対する特異点理論の応用は非常に興味深い。しかし、現れる曲面や曲線などの退化した点での扱いが不十分であったり、結果が定性的なものに留まっていることが多いことなどに、申請者独自の切り口からの開拓の余地があると考えようになった。そして、申請者の標準形などに関する技術や結果を用いることで曲線曲面論の手法を曲面や曲線の退化した点近傍でも働くよう拡張し、微分幾何学的不変量に関する新しい手法を確立できるのではないかとこの着想に至った。

2. 研究の目的

本研究計画では特異点論の観点から局所の特異性を持った曲線や曲面を研究すること、さらには、それに基づいて曲面の射影に関する性質を研究することを目的としている。特に、種々の不変量を退化した点の周りでも研究し、特異点論の手法により対象の局所の特異性を活かした幾何学的研究を行うことに特色がある。また、得られた結果を視覚の数理モデルなどに応用して成果を上げることも挑戦的な目標としていた。

退化した点近傍では良い座標を取ることが困難であるなどの理由から、微分幾何学では対象にある種の非退化性を課するのが普通である。そうしたなか本研究では、退化性に応じた標準形を用いるなどの特異点論的な手法や結果を援用することで、退化した点近傍でも有効な不変量や不変的な性質の発見を目指した。

3. 研究の方法

(1) 特異点論でよく知られている ridge や flecnodal などの特徴点に着目し、負定曲率曲面や特別な模様を持った曲面、のように構造を持った曲面を重点的に研究した。

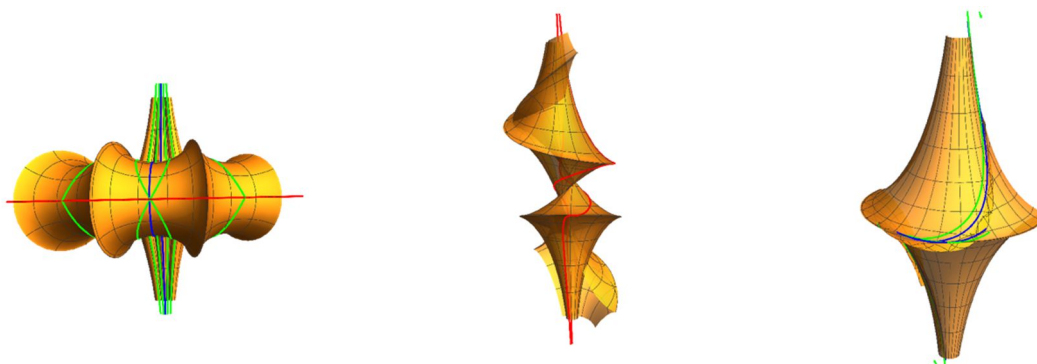
(2) 曲面の退化性を示すような点の周りでは、標準形に関する手法を用いることでその退化性を不変量の観点から議論した。特に、ガウス曲率が0になるような放物点で接触柱面という新しい概念を考案した。

(3) 応用テーマとして、視覚の数理、材料科学のための離散微分幾何学、統計学における混合分布、について各分野の具体的な問題解決に特異点論的な観点から取り組んだ。

4. 研究成果

研究期間を通して、A. 曲線や曲面の微分幾何学的研究、B. 曲線や曲面の射影 に関する研究を行った。特に主だった研究成果として次が挙げられる。

(1) ガウス曲率負一定曲面の 2-ソリトンに関する研究を共同研究により行い、特異点論的に重要な特徴線(ridge 線、flecnodal 曲線)の分布について分類結果を得るとともに、結果をわかりやすく可視化するような良いグラフィックスを得た(下図)。下図は 2-ソリトンに関する曲面の例で、緑の曲線は flecnodal 曲線、赤および青の曲線は ridge 線をそれぞれ表している。

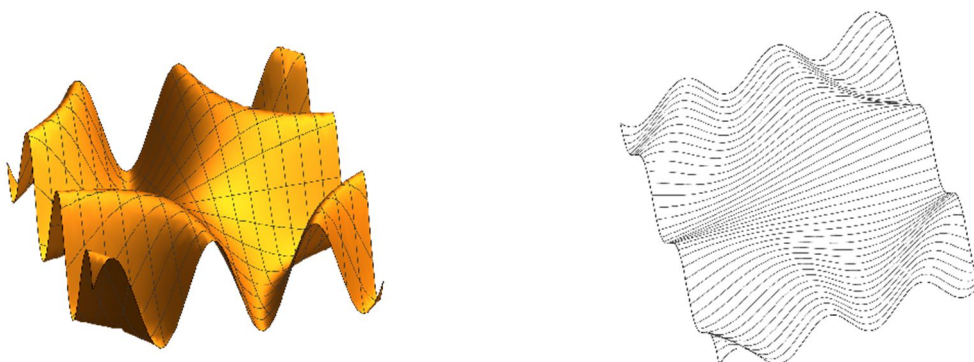


曲面論は古くから研究されているが、現代の特異点論を用いた新しい観点での研究が近年は盛んになっている。本研究もその流れを汲んでおり、特異点論でよく研究されている ridge 線や flecnodal 曲線に注目することで負定曲率曲面のわかりやすい分類を得ることができた。我々の分類結果は A. Popov が行った 2-ソリトン曲面の分類と対応しているが、Popov は cuspidal edge の曲率とレイ率の振る舞いに着目して分類結果を得ており、この対応は非常に興味深い。

(2) 共同研究により、ガウス曲率が 0 になるような放物点で接触柱面という新しい概念を考案した。それによりユークリッド幾何学の下での新しい不変量や不変的な性質を発見することができた。特に、曲面の直交射影に現れる特異点型の中で高次に退化したものを、この接触柱面により特徴づけることに成功している。本結果は以下の論文としてまとめており、Arnold Math J. に受理されている。

M. Hasegawa, Yutaro Kabata, Knetaro Saji,
Contact cylindrical surfaces and a projection of a surface around a parabolic point
2022 年, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.07263>

(3) 共同研究により、特別な曲線族を模様として持つ曲面の射影に関して、曲面復元問題への新しいアプローチを見出した。特に、ガウス曲率を復元するような射影像の不変量を発見した。例えば、下の図のように曲面の描画はしばしば曲線を伴って描かれることが多い。曲面が特別な空間曲線族として与えられた時に、その射影としての平面曲線族の特徴から曲面の情報が抽出される、というのが我々の着眼である。



本研究結果は下記の論文にまとめて投稿中である。

Ken Anjyo, Yutaro Kabata
A view-parametric extension of d'Ocagne-Koenderink formula for a surface in \mathbb{R}^3
2023 年, <http://arxiv.org/abs/arXiv:2310.05087>

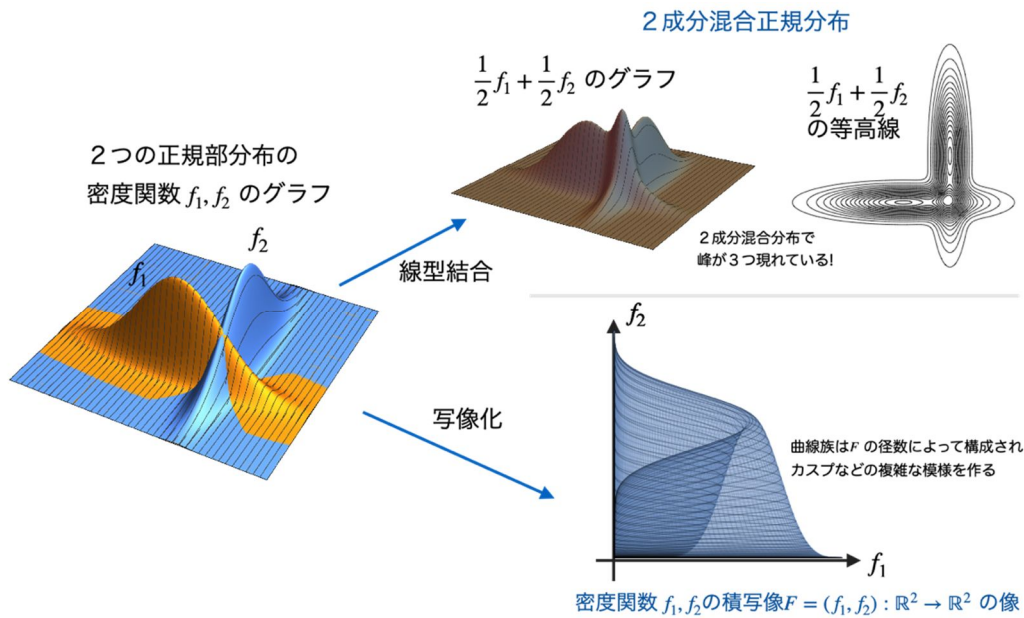
(4) 共同研究により、離散曲面に関する研究を行い成果を得た。特に、Kotani et al. (2017) の 3 価グラフの離散微分幾何学に関する結果を基にして、主曲率一定曲面という連続曲面に関する概念を 3 価グラフに対して拡張させ、興味深い例も示すことができた。この結果は下記の論文として採択されている。

Yutaro Kabata, Shigeki Matsutani, Yuta Ogata,
On discrete constant principal curvature surfaces,
Comput. Aided Geom. Design, 2024, 111, 102289.

また、上記の主曲率一定離散曲面に関する研究は材料科学の問題に端を発しており、新規の物質の性質と関連している。この応用研究に関して下記論文にまとめて投稿中である。

Yutaro Kabata, Shigeki Matsutani, Yusuke Noda, Yuta Ogata, Jun Onoe
A novel symmetry in nanocarbons: pre-constant discrete principal curvature structure
2023 年, <http://arxiv.org/abs/arXiv:2306.15839>

(5) 統計学への応用課題を新しく 2 つ見出すことができている。一つ目は、混合分布を写像(曲面などを含む)を通して研究することにより、峰の数や局所的な歪みをわかりやすく可視化できることに気がついた(下図参照)。現在の共同研究により、最も単純な場合に関して、対象となるような写像の微分同相型 の分類という明示的な結果を得ることができおり、これを統計学の文脈でどのように応用すべきかを検討中である。

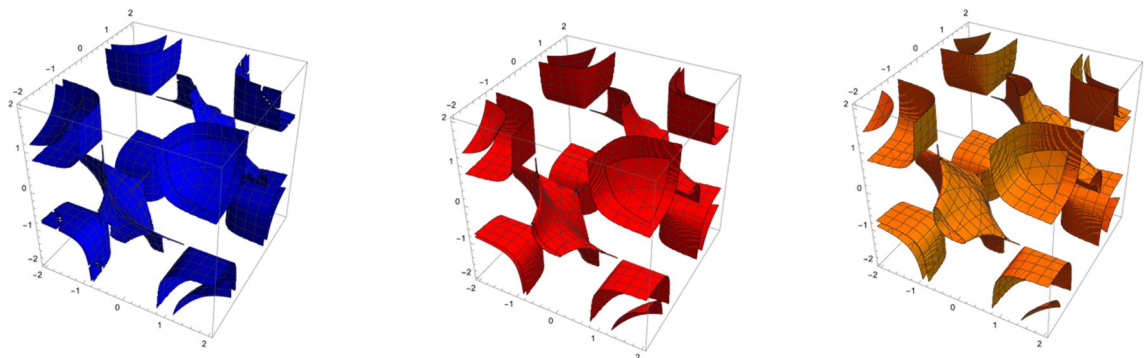


2つ目の統計学における応用課題として、因子分析における尤度関数の特異性の解析という問題がある。尤度関数の最適化問題は統計における重要な問題であるが、因子分析などの具体的なモデルでは尤度関数が非常な特異性を持つことがある。申請者はこれが特異点論の問題であることを見抜き、共同研究者とともにこの問題の特異点論的課題に取り組み、計算機代数を援用し因子分析の尤度関数に関する特異点構造の解析を行った。

本結果は下記の論文として投稿中である。

Ryoya Fukasaku, Kei Hirose, Yutaro Kabata, Keisuke Teramoto
Algebraic approach to maximum likelihood factor analysis
2024年, <http://arxiv.org/abs/arXiv:2402.08181>

また、上記の尤度関数の問題に関して、次元の低い場合において尤度関数の特異性の解析を理論的に行なっている。下図は尤度関数(定義域が3次元の場合)の等値面を描いている図であり、興味深い特異性が多数確認されている。今後の研究において、このような尤度関数に現れる特異点などの特異性の解析およびその分岐の様子の決定などに取り組む予定である。



5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Ninomiya Kenta, Arimura Hidetaka, Tanaka Kentaro, Chan Wai Yee, Kabata Yutaro, Mizuno Shinichi, Gowdh Nadia Fareeda Muhammad, Yaakup Nur Adura, Liam Chong-Kin, Chai Chee-Shee, Ng Kwan Hoong	4. 巻 236
2. 論文標題 Three-dimensional topological radiogenomics of epidermal growth factor receptor Del19 and L858R mutation subtypes on computed tomography images of lung cancer patients	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Computer Methods and Programs in Biomedicine	6. 最初と最後の頁 107544 ~ 107544
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cmpb.2023.107544	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kabata Yutaro, Matsutani Shigeki, Ogata Yuta	4. 巻 111
2. 論文標題 On discrete constant principal curvature surfaces	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Computer Aided Geometric Design	6. 最初と最後の頁 102289 ~ 102289
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cagd.2024.102289	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kabata Yutaro, Takahashi Masatomo	4. 巻 295
2. 論文標題 One parameter families of Legendre curves and plane line congruences	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Mathematische Nachrichten	6. 最初と最後の頁 1533 ~ 1561
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mana.201900327	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ninomiya Kenta, Arimura Hidetaka, Tanaka Kentaro, Chan Wai Yee, Kabata Yutaro, Mizuno Shinichi, Gowdh Nadia Fareeda Muhammad, Yaakup Nur Adura, Liam Chong-Kin, Chai Chee-Shee, Ng Kwan Hoong	4. 巻 236
2. 論文標題 Three-dimensional topological radiogenomics of epidermal growth factor receptor Del19 and L858R mutation subtypes on computed tomography images of lung cancer patients	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Computer Methods and Programs in Biomedicine	6. 最初と最後の頁 107544 ~ 107544
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cmpb.2023.107544	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kabata Yutaro, Saji Kentaro	4. 巻 -
2. 論文標題 Criteria for sharksfin and deltoid singularities from the plane into the plane and their applications	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Beitrage zur Algebra und Geometrie / Contributions to Algebra and Geometry	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13366-021-00606-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計10件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 多目的最適化問題の幾何学と混合分布
3. 学会等名 評価のOR 第101回研究会 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 写像の観点からの 混合正規分布の峰の研究
3. 学会等名 統計連合大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 Surface parametrization for manufacturing by principal curvature integral
3. 学会等名 ICIAM 2023
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 曲面上の曲線の射影の微分幾何
3. 学会等名 京都産業大学数理科学科談話会（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yutaro Kabata
2. 発表標題 Several extensions of Koenderink's formula
3. 学会等名 MSJSI（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 多目的最適化問題の幾何とその応用
3. 学会等名 統計連合大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 曲面上のガウス写像と直交射影，それぞれの特異点の関係について
3. 学会等名 金沢創発数理セミナー（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 特異点論からの輪郭研究
3. 学会等名 3次元画像コンファレンス
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yutaro Kabata
2. 発表標題 Local geometry of surfaces at parabolic points
3. 学会等名 Singularity theory and its applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 加葉田雄太郎
2. 発表標題 曲面とその射影像の局所幾何学
3. 学会等名 接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

長崎大学情報データ科学部教員紹介HP
https://www.idsci.nagasaki-u.ac.jp/research_ac/facultylist/staff27/

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------